

КРЕДО ЖИТТЯ – НАУКА

**До 80-річчя від дня народження
Петра Михайловича Томчука**



КРЕДО ЖИТТЯ – НАУКА

**До 80-річчя від дня народження
ПЕТРА МИХАЙЛОВИЧА ТОМЧУКА**

**Київ
Видавничий дім «ПРОСТІР»
2014**

УДК 929:539.1
ББК 22.3г(Укр)Томчук
К79

Книжка присвячена висвітленню життєвого та творчого шляху видатного фізика-теоретика, заслуженого діяча науки і техніки, члена-кореспондента НАН України, доктора фізико-математичних наук, завідувача відділу теоретичної фізики Інституту фізики НАН України Петра Михайловича Томчука.

Перелік основних наукових праць знайомить читача з вибраними роботами вченого. Світлини відібрано з архіву П. М. Томчука, його друзів та колег.

Упорядкування: І. Ганджа, В. Шендеровський

*Висловлюємо щирі подяку всім,
хто сприяв створенню книжки про Петра Михайловича Томчука:
колегам, друзям, співробітникам бібліотеки Інституту фізики НАН України,
співробітникам відділу теоретичної фізики,
доброчинцям, які з розумінням поставилися до цієї справи –
вшанування 80-річчя від дня народження вченого.*

ISBN 978–966–2068–39–9

© І. Ганджа, В. Шендеровський,
упорядкування, 2014
© Інститут фізики НАН України, 2014
© Видавничий дім «Простір»,
оригінал-макет, 2014

ПЕРЕДМОВА

2 січня 2014 року виповнюється 80 років від дня народження видатного вченого, визначного фахівця в галузі теоретичної фізики, члена-кореспондента НАН України Петра Михайловича Томчука.

П. М. Томчук народився в селі Коцюбинці Копичинського району Тернопільської області в селянській родині. Крім Петра, у сім'ї були ще один син і донька. Батько Михайло після повернення з війни працював у місцевому колгоспі, та незабаром, у 1950 році, помер. Мати, брат і сестра також трудилися у колгоспі.

У 1941 році хлопець починає навчання в Коцюбинській семирічній школі, після закінчення якої у 1949 році вступає навчатися до 8 класу Копичинської середньої школи. Закінчивши школу у 1952 році, Петро Михайлович успішно складає вступні іспити на фізичне відділення фізико-математичного факультету Чернівецького університету.

Закінчив Петро Томчук фізико-математичний факультет Чернівецького державного університету 1957 р. У цьому ж році він вступає до аспірантури ІФ НАН України на спеціальність “теоретична фізика”. У 1962 році захистив кандидатську дисертацію, а в 1972 р. – докторську. 1973 р. обраний завідувачем відділу теоретичної фізики ІФ НАН України.

Цього ж 1973 року Петро Михайлович одружився з Леонідою Василівною Левчук, науковим співробітником Інституту ядерних досліджень Академії наук УРСР. 1974 року в сім'ї народився син Богдан, якого з 6-літнього віку Петрові Михайловичу довелося виховувати самостійно (1980 року дружина Леоніда померла).

1980 р. П. М. Томчуку присвоєно звання професора, а в 1997 р. почесне звання «Заслужений діяч науки і техніки України». У 2000 р. П. М. Томчука обрано членом-кореспондентом Національної академії наук України. П. М. Томчук – лауреат державних премій України у галузі науки і техніки за 1986 і 1995 роки.

Петра Михайловича Томчука обрано почесним доктором (*honoris causa*) Чернівецького Національного університету ім. Ю. Федьковича (2009 р.), Інституту теоретичної фізики ім. М. Боголюбова НАН України (2013 р.).

Петро Михайлович Томчук – різносторонній фізик-теоретик. Він працює в різних наукових напрямках: фізики напівпровідників, металів, рідких кристалів, біологічних молекулярних структур. Основні його наукові досягнення можна умовно згрупувати в такі чотири напрямки:

1. Металеві наночастки і їх ансамблі. Запропоновано, обґрунтовано і використано для пояснення конкретних ефектів концепцію гарячих електронів у металевих наночастинках. На її основі побудовано теорію нелінійних вольт-амперних характеристик, а також теорію електронної і фотонної емісії острівцевих металевих плівок при струмовому або лазерному розігріві електронів (Державна премія за 1986 рік).

Побудовано теорію оптичного поглинання малими металевими частинками. Показано аномально високу чутливість поглинання в інфрачервоному діапазоні до форми металевих наночастинок. Встановлено залежність ширини плазмових резонансів від форми металевих наночастинок, а також характер сил, які діють на такі частинки в лазерному потоці. Це теорія електрон-ґраткового енергообміну в металевих наночастинках. Теорію побудовано і для об'ємного, і для поверхневого електрон-ґраткового енергообміну. Вста-

новлено характерні особливості енергообміну наночастинок, розміри яких менші довжини вільного пробігу електрона в масивному металі.

Результати П. М. Томчука, що стосуються нанофізики, викликали великий резонанс і широко цитуються в міжнародній науковій літературі.

2. Напівпровідники. Для напівпровідників з різними зонними структурами, в яких домінують міжелектронні (міждіркові) зіткнення, побудовано теорію нерівноважних кінетичних і флуктуаційних процесів. Побудовано теорію суперґраток на гарячих електронах в багатодолинних напівпровідниках і гарячих магнонах у феромагнітних напівпровідниках. Розвинуто аналітичний метод розрахунку флуктуацій і розсіяння хвиль на них в нерівноважних електрон-фотонних системах. Запропоновано новий метод для знаходження поглинання (випромінювання) світла вільними електронами в багатодолинних напівпровідниках, що базується на виведенні і використанні кінетичного рівняння, в якому враховується вплив електромагнітної хвилі на акт розсіяння в інтегралі зіткнень. На його основі побудовано теорію поляризаційних залежностей спонтанного випромінювання гарячих електронів у напівпровідниках типу *n-Ge*, *n-Si*.

Запропоновано фізичну модель і на її основі побудовано теорію деградації фотодіодів (Державна премія за 1995 рік).

Створено теорію оптоакустичного ефекту в прозорих матрицях з непрозорими кластерами.

3. Рідкі кристали. Запропоновано новий метод і на його основі побудовано теорію дисипативних структур у рідких кристалах – теорію рідкого кристалу, який містить мікрочастинки. Пояснено відомі і передбачено нові надмолекулярні структури, індуковані в рідкому кристалі введеними макрокластерами. Передбачено також низку нових фізичних ефектів, які знайшли експериментальне підтвердження (зокрема “орієнтаційний” механізм утворення ефективної маси йона в рідкому кристалі, аномально високий квантовий вихід фотойонізації домішки в рідкому кристалі).

4. Ланцюжкові молекулярні структури з водневими зв'язками. Запропоновано модель протонного полярона і побудовано теорію протонної провідності вздовж молекулярних ланцюжків з водневими зв'язками – це теорія когерентної тунельної переполіаризації в таких ланцюжкових структурах. Запропоновано теорію трансмембранного протонного переносу в біологічних мембранах.

Петро Михайлович Томчук проводить велику науково-виховну і науково-організаційну роботу. Так, 18 його учнів захистили під його керівництвом кандидатські дисертації, а 8 з них стали докторами наук. Він робить великий внесок в атестацію наукових кадрів вищої кваліфікації. З 1993 по 1996 рр. та з 2002 по 2005 рр. П. М. Томчук був головою експертної ради з фізики ВАК України.

Для П. М. Томчука як теоретика характерна тісна співпраця з експериментаторами. Значна частина його робіт виконана у співавторстві з експериментаторами.

Петро Михайлович Томчук опублікував три монографії та більше 230-ти наукових робіт в українській і міжнародній періодиці.

Петро Михайлович – людина з високим відчуттям громадянського обов'язку, йому притаманні такі людські чесноти, які високо цінуються всіма, хто його знає.

У переддень 80-ліття Петра Михайловича Томчука щиро зичимо йому міцного здоров'я, творчої наснаги і добра.

І. Ганджя, О. Чумак, В. Шендеровський

ЯК Я ОПИНИВСЯ В ІНСТИТУТІ ФІЗИКИ



1957 року я закінчив Чернівецький державний університет і отримав одразу два направлення – до школи с. Юрківці Заставнівського району Чернівецької області та рекомендацію Вченої ради університету до аспірантури.

Ще коли я був на третьому курсі університету, до нас прибув (після закінчення аспірантури у І. М. Ліфшиця і захисту кандидатської дисертації) Арнольд Маркович Косевич. Він читав нам курс електродинаміки і, треба віддати йому належне, читав прекрасно. Пізніше, вже на 5-ому курсі, я виконував під його керівництвом дипломну роботу. Моя активність йому сподобалася, і він рекомендував мене до аспірантури до І. М. Ліфшиця. Отже, незабаром я

повинен був з'явитися на місце призначення. Цього ж року Арнольд Маркович повертався до Харкова до свого інституту (Харківський фізтех). Перед від'їздом до Юрківців я дав Арнольду Марковичу свою нову адресу, і ми домовилися, що він мене сповістить, коли приїздити на екзамени, і підтвердить попередню згоду І. М. Ліфшиця взяти мене до аспірантури.

Тим часом літо вже минало, а листа від Арнольда Марковича не було. Десь на початку серпня (точніше не пам'ятаю) я беру свої документи і везу до Києва в Інститут фізики АН з наміром вступити до аспірантури до Соломона Ісааковича Пекаря. Здавши документи, я повернувся до Юрківців, а вже через декілька днів надійшов лист від Арнольда Марковича, у якому він повідомляв, що через два тижні мені потрібно приїхати до Харкова на вступні екзамени.

У ті часи студенту, який закінчував університет і отримував направлення на роботу, виплачували так звані «підйомні гроші». Отож, коли в мене закінчилися гроші, я вирішив з'їздити до Чернівців за своїми «підйомними». Отримавши гроші, я сховав їх разом з паспортом до задньої кишені брюк (було спекотно – і я був без піджака) і постійно тримав руку на задній кишені. Але, щоб вдертися до автобуса, я на хвилину відірвав руку, і цього часу вистачило, щоб у мене вкрали і гроші, і документи. Я був у розпачі – за два тижні документи не відновити, та й грошей нема звідки взяти. Пожурившись кілька днів, я навідався до паспортного столу у Чернівцях, де я на той час був прописаний. І тут мене потішили: мій злодій виявився «чесним» – він гроші забрав, а документи підкинув міліції. Це вже полегшувало мою ситуацію. Я позичив грошей у мого колеги (Іларія Раренка) і вирушив до Харкова. По дорозі заїхав до Києва і забрав свої документи.

У Харкові я (за адресою на конверті) розшукав Арнольда Марковича, котрий, як виявилося, ще не отримав квартири і жив у гуртожитку. Він мені повідомив, що

І. М. Ліфшиць терміново поїхав на 10 днів до Москви, і порадив поселитися в готелі і цих 10 днів витратити на підготовку до екзамену. Я вийшов з гуртожитку, сів на лавку у скверику навпроти нього і занурився у глибокі роздуми. Грошей, щоб прожити 10 днів до приїзду І. М. Ліфшиця та ще кілька днів для здачі екзамену, явно не вистачало. Позичити більше нема у кого – колеги по університету роз'їхалися, і я їх нових адрес ще не знав, а мама у колгоспі нічого не отримувала і жила з городу, ледь-ледь зводячи кінці з кінцями.

Я пам'ятав, що через день у Інституті фізики в Києві починаються вступні екзамени до аспірантури, і вирішив повернутися до Києва, щоб здавати їх. Приїхавши до Києва, я зайшов до кабінету Соломона Ісааковича Пекаря і кажу йому: «Ми тут тільки вдвох, і Ви мені чесно скажіть, чи є у Вас серед вступників той, кого Ви хочете взяти, чи вступить той, хто краще здасть екзамен?». Соломон Ісаакович встав з-за столу і відповів: «Я Вам со всей ответственностью заявляю, что поступит тот, кто лучше сдаст». Цю нашу зустріч С. І. Пекар запам'ятав, бо вже на банкеті після захисту мною кандидатської дисертації він у своєму тості згадав цю нашу першу зустріч. Тоді до аспірантури з теоретичної фізики було одне місце і 7 претендентів. Щоправда, прийняли не одного, а двох (Валентину Шеку і мене).

На цьому примхи долі не закінчилися. Вступивши у кінці 1957 року в аспірантуру до С. І. Пекаря, я формально був під його керівництвом півтора року, а згодом він передав керівництво Ісаака Марковичу Дикману.

1960 року було утворено Інститут напівпровідників АН УРСР, і весь теоретичний відділ на чолі з академіком С. І. Пекарем перейшов до цього нового інституту. Я на той час закінчив у цьому відділі аспірантуру і оформив кандидатську дисертацію, але, на мою біду, Вчену раду із захистів на той момент почали реформувати, і я мусив чекати, поки вона запрацює у новому складі (Вчена рада тоді була загальноміською). Отже, весь теоретичний відділ перейшов до новоствореного інституту, а мене тодішній директор Інституту фізики Митрофан Васильович Пасічник не відпустив. Тож я бігав у Президію АН з проханням перевести мене до нового інституту і навіть уже домовився про прийом з моїм питанням до Президента АН УРСР академіка Палладіна...

Але перед прийомом я зустрів С. І. Пекаря і запитав ще раз, чи готовий він мене взяти у свій відділ. Він відповів, що готовий, але порадив би мені таке: оскільки десь через місяць мені захищати кандидатську дисертацію, а членом Вченої ради із захистів серед інших є також Митрофан Васильович Пасічник, то він би мені не радив йти на скандал. На думку Соломона Ісааковича, мені краще спокійно захистити дисертацію, дочекатися диплома, а тоді – ласкаво просимо. Я послухав і залишився в Інституті фізики, де мене було зараховано до відділу фізичної електроніки, яким на той час керував Петро Григорович Борзяк. Поки чекав диплома, то вже й зник до нового статусу, а через кілька років до Інституту фізики прийшов Олександр Сергійович Давидов. Теоретичний відділ було відновлено, і мене перевели у цей відділ, де я й залишився до цього часу.

Петро Томчук

НАУКА – ГОЛОВНЕ ЙОГО ПОКЛИКАННЯ



Петра Михайловича Томчука я пам'ятаю ще з його аспірантських років. На той час я, закінчивши аспірантуру, працював у відділі А. Ф. Прихотько, а він був аспірантом теоретичного відділу. Проте особисто ми тоді знайомими ще не були. Ми проживали в різних місцях – він в академічному аспірантському гуртожитку, на Софії Перовської, я – в одному з інститутських житлових будинків поблизу інституту; відвідували семінари різних відділів, тому наші дороги практично не перетинались. Особисте знайомство, яке згодом переросло в дружбу, сталося значно пізніше, воно формувалось поступово, і зараз годі сказати, коли саме остаточно відбулось.

Петро Михайлович звертав тоді на себе увагу спортивною виправкою, був у хорошій фізичній формі. Мені запам'яталась картина – а було це пізніше, коли він проживав уже в інститутському гуртожитку – Петро Михайлович зранку, у дворі, роздягнутий до пояса (хоч було вже досить холодно) енергійно робив фізичні вправи, і я замилювався його статуєю і доладними рухами. Він, як виявилось, був завзятим волейболістом, постійним учасником інститутських змагань на волейбольному майданчику. Ще мені запам'яталось – і це вже стосувалося його наукових здібностей, – як І. М. Дикман, його науковий керівник, якимось на Вченій раді інституту високо оцінив його здібності і наукові успіхи. І це справляло певне враження, оскільки Дикман був не дуже щедрий на публічні похвали. Тобто Петро Михайлович вже в перші роки роботи в інституті показав себе перспективним науковцем, його цінували не лише теоретики, а й експериментатори, зокрема П. Г. Борзяк, який активно став залучати його до своєї тематики. В подальшому його співпраця з експериментаторами розширювалась, і він зберіг її до сьогоднішнього дня.

З плином часу Петро Михайлович наростив свою силу, його наукові здобутки множились, його вага і авторитет в інституті зростали, і, зрештою, він сформувався як один з провідних теоретиків інституту, як вчений, що посів вагоме місце в теорії твердого тіла. Його роботи і його ім'я стали відомими фізичній науковій спільноті в Україні та за її межами.

Говорячи про Петра Михайловича як про вченого і людину, хочеться відзначити його яскраво виражені схильність і талант саме до теоретичної фізики (а також і до математики). Він природжений фізик, фізик-теоретик. Така виражена схильність, що проявилася ще в шкільні роки, не могла бути сформована його тодішнім оточенням, а, отже, була закладена в його природі. Серед всіх предметів у школі, за його словами, саме математика і фізика були його улюбленими предметами. Він отримував задо-

волення від розв'язування задач з математики й фізики і дуже часто вирішував їх «в голові» по дорозі зі школи додому. А часу вистачало, бо відстань до школи була 7 км. В університеті він швидко звернув на себе увагу педагогів (Самойловича, Косевича та інших), вважався найсильнішим студентом на курсі. Після закінчення університету А. М. Косевич, виходець з харківської школи УФТІ, рекомендував його І. М. Ліфшицю як сильного випускника для вступу до аспірантури. Цей варіант не спрацював через випадковий збіг обставин: коли Томчук приїхав до Харкова в УФТІ здавати вступні іспити, Ліфшиць був у відрядженні, його треба було кілька днів почекати, але в Петра Михайловича не було достатньо грошей, щоб прожити ці дні в Харкові. На цьому виграв наш Інститут фізики, куди Петро Михайлович по дорозі з Харкова заїхав, склав тут іспити в аспірантуру, успішно її закінчив, захистив кандидатську дисертацію, а через декілька років і докторську, став одним з провідних теоретиків інституту. Про високий науковий авторитет Петра Михайловича, якого він набув, свідчить, зокрема, таке: коли академік О. С. Давидов 1972 року залишив керівництво відділом теоретичної фізики Інституту фізики через свій перехід до новоствореного Інституту теоретичної фізики, він рекомендував саме П. М. Томчука для керівництва цим відділом, хоч були й інші сильні доктори-теоретики, і Вчена рада інституту одностайно підтримала цю рекомендацію. Цим відділом він успішно керує протягом багатьох років до сьогоднішнього дня і має заслужений авторитет серед його співробітників. У нього багато учнів, серед них чимало іменитих вчених, докторів наук, котрі працюють в різних наукових установах і вишах України, а також за її межами.

Петро Михайлович має вагомі здобутки в декількох важливих ділянках фізики твердого тіла – фізиці металів, напівпровідників, діелектриків. В останні роки він плідно працює в ділянці нанофізики. Його піонерські роботи з дослідження характеру плазмонних спектрів металевих наночастинок залежно від їх форми і розмірів набули широкого визнання серед фахівців, стимулювали розвиток експериментальних досліджень. Він розробив теорію нелінійно-оптичних властивостей металевих наночастинок. Мені приємно відзначити, що результати його теорії і співробітництво з Петром Михайловичем в цьому напрямку істотно підвищили рівень експериментальних досліджень, що проводяться у відділі нелінійної оптики нашого інституту.

Стилю роботи Петра Михайловича притаманні глибина проникнення в досліджувані явища, повнота врахування факторів, що на них впливають, оптимальність використання математичного апарату. Його наукові статті, як і доповіді на конференціях чи семінарах, характеризуються вичерпністю і стилістичною довершеністю.

Науковими успіхами він великою мірою завдячує своєму таланту, високій професійності, але також великій працездатності і волі до досягнення поставленої перед собою мети. Ці вольові риси проявилися в нього ще в юнацькі роки. В нього були нелегкі дитинство, шкільні і університетські роки, він рано втратив батька, що передчасно пішов з життя, підірвавши своє здоров'я на фронті. В ці складні післявоєнні роки він і його родина терпіли матеріальну скруту, жили надголодь. На навчання до університету він вирушив з невеличким клунком харчів, у благенькій одежі і без жодної копійки в кишені. До першої стипендії перебивався з хліба на воду. За таких обставин легко було надламатись, втратити віру в майбутнє, відступити. Проте Петро був не з тих, його прагнення до знань перемогло ці труднощі, він вистояв. Із свого студентського життя я, наприклад, пригадую випадки, коли за таких обставин талановиті студенти не витримували, покидали навчання.

Наукова робота становить основний зміст життя Петра Михайловича, він не уявляє себе поза межами науки. Проте його цікавлять і суспільне життя, культура, історія, політика. Він достатньо інформований в цих питаннях, жваво ними цікавиться, має свою аргументовану думку щодо тих чи інших питань. Я в цьому багато разів переконувався, спілкуючись з ним на різні теми під час наших з ним обідніх прогулянок Голосіївським лісом, які ми регулярно практикуємо ось уже протягом багатьох років. Це спілкування дало мені змогу різнобічно пізнати Петра Михайловича, знайти в його особі мудру людину і цікавого співрозмовника. Його судження про ті чи інші питання науки, культури, історії, політики завжди логічні, вивірені, влучні.

Він добре обізнаний з українською художньою класикою, прозою, поезією, багато знає напам'ять віршів українських і російських поетів. Коли має час і змогу, цікавиться і сучасною літературою. Його цікавлять новини з усіх галузей науки, він з готовністю ділиться ними, жваво їх обговорює.

Петро Михайлович – патріот своєї Батьківщини, завжди займав і займає чітку громадянську позицію. Він не побоявся в 1968 р. підписати колективного листа до керівництва Радянського Союзу з протестом проти репресій над творчою інтелігенцією, хоч добре знав, що у нього за це будуть неприємності, і вони справді були. Він близько до серця приймає все, що стосується розвитку нашої молоді держави, переживає її невдачі, радіє її успіхам.

Досягнувши поважного віку, Петро Михайлович не зменшив темпів своєї творчої діяльності. Він продовжує генерувати цікаві наукові ідеї, втілювати їх у теоретичні розробки, видавати змістовні наукові публікації, виховувати молоду зміну. Його творча активність є запорукою того, що він ще немало зробить цікавого і вагомого на науковій ниві. Ми, його колеги і друзі, щиро йому цього бажаємо. А ще бажаємо йому доброго здоров'я та тривалого творчого довголіття.

Михайло Бродин

ЕЛЕКТРОНЩИК ПЕТРО МИХАЙЛОВИЧ ТОМЧУК



З Петром Михайловичем Томчуком ми прийшли в Інститут фізики одночасно – у 1957 році. Отже, я знаю його особисто вже понад півстоліття!

Доля відразу звела нас досить близько: я почав працювати у відділі фізичної електроніки під керівництвом Наума Давидовича Моргуліса, а Петро Михайлович – у відділі теоретичної фізики під керівництвом Ісаака Марковича Дикмана, який мав завдання виконувати теоретичний супровід експериментальних досліджень з фізичної електроніки. Отже, й Петро Михайлович був відразу поставлений, так би мовити, на «рейки» фізичної електроніки.

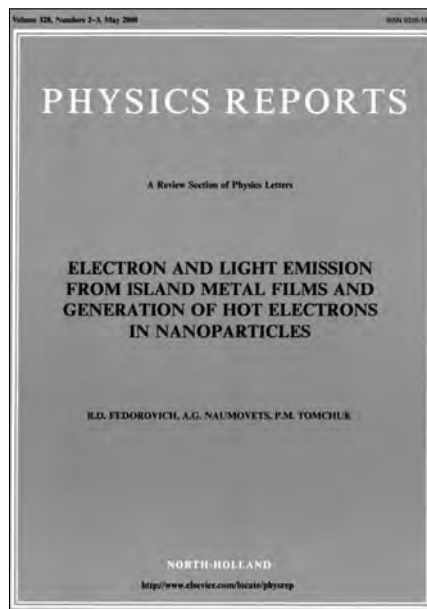
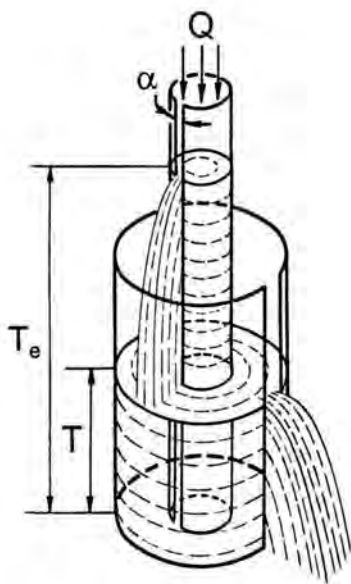
У 1950-ті роки проблема створення ефективних джерел електронів (катодів) для вакуумних електронних ламп все ще була дуже актуальною, оскільки напівпровідникова електроніка ще тільки починала свій переможний марш. Різноманітні властивості самих напівпровідників досліджувалися тоді за допомогою підсилювачів, генераторів, осцилографів та інших приладів, що працювали на вакуумних лампах і електронно-променевих трубках. Розігрівання безлічі термокатодів вимагало значних витрат енергії, отже, активно проводився пошук так званих холодних катодів. Частина з них розроблялася на основі застосування автоелектронної емісії (нині ширше використовується термін «польова електронна емісія»). Інший напрям пошуків був спрямований на явище нерівноважного розігрівання електронного газу в твердих тілах. Зрозуміло, що при цьому об'єктами дослідження були вже не метали, а напівпровідники. Ідея полягала в тому, що електрони можуть розігріватися в електричному полі до енергій, що перевищують роботу виходу з твердого тіла, і будуть емітовані у вакуум, а атомна ґратниця залишатиметься при цьому достатньо холодною внаслідок слабкої електрон-ґраткової взаємодії. Прогнозувалося, що такі джерела електронів будуть економічнішими, ніж традиційні «рівноважні» термокатоди. Саме цей напрям і почав активно розвивати Петро Михайлович, поступово здобуваючи науковий авторитет і в нашому інституті, і у співтоваристві теоретиків та електронщиків на всесоюзному рівні. Про конкретні результати Петра Михайловича в цих дослідженнях краще напишуть інші колеги, а я більш детально зупинюся на пізнішому етапі його наукової творчості, який почався з відкриттям у 1965 році П. Г. Борзяком, О. Г. Сарбеєм і Р. Д. Федоровичем загадкового явища електронної емісії і світіння острівцевих *металічних* плівок (ОМП) при пропусканні крізь них електричного струму (P. G. Borziak, O. G. Sarbei, R. D. Fedorovich, Neue Erscheinungen in sehr dünnen Metallschichten, *Phys. Stat. Solidi*, **8** (1965) S. 55–58). До речі, трохи пізніше було виявлено, що таке ж явище спостерігається і при опромі-

ненні ОМП достатньо потужним інфрачервоним лазером. Ефект дійсно був несподіваним і важливим, і це невдовзі було підтверджено офіційним визнанням його відкриття з видачею диплома Державного Комітету СРСР з винаходів і відкриттів, – першого такого диплома в УРСР.

Проте з'ясування фізичного механізму такої емісії електронів і фотонів виявилось справою непростою і повільною. Почалися гострі дискусії теоретиків – авторів різних гіпотез, а від експериментаторів знадобилося ще багато додаткових досліджень. Тим часом практики, як це часто буває, не чекали результатів цих суперечок, а енергійно взялися за розроблення катодів на основі електронної емісії з ОМП. Відділ фізичної електроніки (ВФЕ) під керівництвом члена-кореспондента АН УРСР Петра Григоровича Борзяка встановив довірчі стосунки із Саратовським заводом приймально-підсилювальних ламп, і у складі ВФЕ було створено міжвідомчу лабораторію тонкоплівкової мікроелектроніки АН УРСР і Міністерства електронної промисловості СРСР. До речі, це був перший підрозділ такого типу в нашій Академії. Незабаром у Саратові було розроблено ОМП-катоди, що мали цілком пристойні параметри за габаритами, струмом емісії і терміном служби. У всіх цих роботах брав активну участь Петро Михайлович, який фактично став визнаним головним теоретиком цього напрямку. На жаль, з розпадом СРСР електронна промисловість в Росії і Україні занепала, розробки електронних емітерів і наші творчі зв'язки з Саратовом припинилися.

Однак фізичні дослідження явищ в ОМП продовжилися, і новий поштовх дало їм настання ери нанотехнологій. Завдяки нестримному прогресу в мініатюризації електронних інтегральних схем мікроелектроніка почала поступово перетворюватися в наноелектроніку, а у людства з'явилися принципово нові технічні засоби, щоб контролювати виготовляти нанометрові об'єкти і структури, досліджувати та практично використовувати їхні незвичайні властивості у різноманітних технологіях. Зокрема, поступово приходило й усвідомлення того, що емісія електронів і фотонів з ОМП може бути пов'язана з присутністю металічних острівців нанометрового розміру в центрах емісії електронів і світла. Петро Михайлович Томчук не лише вперше чітко сформулював цю ідею, але й надав їй детальне теоретичне обґрунтування. Він показав, що в наночастинках, розмір яких менше довжини вільного пробігу електронів у металі, різко слабшає енергообмін між електронами і атомною ґратницею – адже електрони розсіюються переважно поверхнею наночастинок. Завдяки цьому стає можливим розігрівання електронного газу до температури, що набагато перевищує температуру ґратниці. Отже, у вакуум емітуються гарячі електрони, хоча самі наночастинки залишаються при невисокій температурі. Саме так і забезпечується тривала робота ОМП-емітерів без руйнування (розплавлення чи випаровування) самої плівки. Ретельну теорію цього явища, а також і явища світіння ОМП Петро Михайлович розробив разом зі своїми учнями і опублікував у серії блискучих статей, надрукованих у престижних наукових журналах.

Дуже важливо, що Петро Михайлович вмів і полюбляв співпрацювати з експериментаторами, терпляче пояснює їм премудрощі своїх формул. Не випадково його статті написані, так би мовити, одночасно на двох рівнях: один для теоретиків, які здатні зрозуміти всі тонкощі розрахунків, а другий для експериментаторів, яким важливо з'ясувати фізичну суть явища і одержати дороговказ для подальших досліджень та практичних застосувань.



Яскравим зразком педагогічного таланту Петра Михайловича стала запропонована ним наочна модель нерівноважного розігрівання електронів у наночастинках (див. рисунок). Він проілюстрував фізичну ситуацію на прикладі двох сполучених посудин – вузької і широкої. Вузька посудина імітує електронний газ, що має малу теплоємність (і саме тому ця посудина є вузькою). Широка посудина імітує кристалічну ґратку нанострівця, теплоємність якої є великою. Обидві посудини мають поздовжні щілини. Мала щілина у вузькій посудині імітує слабкий енергообмін між електронами і ґратницею наночастинки. Щілина в широкій посудині велика, що моделює потужне відведення тепла з острівця в підкладку. Вузьку посудину вставлено в широку. Рідина наливається у вузьку посудину (цим моделюється накачування енергії в електронну підсистему) і через малу щілину перетікає в широку посудину (деяка енергія передається ґратці), а з неї витікає назовні (енергія потужно відводиться до підкладки). Очевидно, що в такій нерівноважній (але стаціонарній) ситуації рівень рідини, що імітує температуру, буде вищим у вузькій посудині.

Мені доводилося робити оглядові доповіді про властивості ОМП на багатьох міжнародних конференціях, і завжди ця проста і наочна модель викликала захват слухачів. Особисто я долучився до досліджень ОМП з 1981 р., коли став завідувачем відділу фізичної електроніки. Згодом разом з Петром Михайловичем Томчуком і Ростиславом Дмитровичем Федоровичем ми написали велику оглядову статтю про властивості ОМП і опублікували її в журналі *Physics Reports*, т. 328 (2000) с. 73–179. Згідно з даними Google Scholar Citations, вона на жовтень 2013 р. вже процитована 107 разів, що свідчить про тривалу «життєздатність» цього наукового напрямку.

За останні роки Петро Михайлович виконав і опублікував детальні дослідження оптичних властивостей наночастинок з урахуванням їхнього розміру і форми, а також їх орієнтації відносно вектора поляризації електромагнітного поля. Я переконаний, що ці роботи також будуть визнані класичними.

Я написав тут про наукову діяльність Петра Михайловича тільки в тій ділянці, яка безпосередньо стосується фізичної електроніки. Однак коло його наукових інтересів є набагато ширшим, і про це, я сподіваюся, розкажуть інші колеги.

Мені залишилося сказати, що Петро Михайлович Томчук – людина високої порядності, і за увесь 56-річний «стаж» нашого знайомства я не пригадую жодного його вчинку, який би не відповідав цій характеристиці. Йому притаманні кращі риси людини від землі – якась селянська простота і некваплива ґрунтовність, увага і доброзичливість до людей – все те, що сприяє змістовному і приємному спілкуванню. Крім того, в нього є чудово розвинуте почуття гумору – він знавець багатьох дотепних жартів і анекдотів, які він влучно вплітає до розмови.

І ще я пам'ятаю, як спортивний красень Петро Михайлович у молоді роки ефектно вистрибував над сіткою і блискуче «ставив коли» на волейбольному майданчику, що був розташований на місці нашого нинішнього корпусу 7а. Хоча життя не завжди було милосердним до нього, він і зараз зберігає оптимізм, привітну усмішку і добру спортивну форму. Петро Михайлович виховав талановитого сина і підготував багатьох висококваліфікованих фізиків-теоретиків.

І від себе особисто, і від колективу відділу фізичної електроніки, і від Секції фізико-технічних і математичних наук НАН України я щиро і сердечно бажаю нашому дорогому другу і колезі, члену-кореспонденту Національної академії наук України Петрові Михайловичу ТОМЧУКУ міцного здоров'я, щастя і багатьох років життя, насиченого новими творчими здобутками.

Антон Наумовець

ЛЮДИНА, З ЯКОЮ ЗАВЖДИ ЦІКАВО



Я маю честь і приємність знати Петра Михайловича Томчука вже близько 40 років. Вперше я побачив його в 1974 році під час міжнародної конференції в Інституті теоретичної фізики. Далі доля розпорядилася так, що Петро Михайлович був моїм опонентом по кандидатській дисертації, і це стало початком нашого знайомства. Опонентом він був доброзичливим і водночас досить вимогливим. Глибоко розуміючи предмет дисертації (а вона була присвячена проблемам теорії електромагнітних флуктуацій в обмеженій плазмі), Петро Михайлович зробив кілька зауважень і побажань, в корисності яких я дуже скоро переконався. Одне з них стосувалося необхідності ближчої

прив'язки отриманих теоретичних результатів до експерименту. Згодом я зрозумів, що пошук такого зв'язку є науковим кредо Петра Михайловича, бо дотримується він його і до сьогодні. Він вважає, що добра теорія виходить тоді, коли вона покликана до життя експериментом, і дуже шкода, що останнім часом виконується мало вітчизняних експериментальних робіт.

Після того я мав численні нагоди спілкуватися з Петром Михайловичем з різних приводів. Це і його участь у конференціях, що проходили в нашому інституті, і спільна робота в редколегії «Українського фізичного журналу», і участь у роботі різних комісій, зокрема в комісії з перевірки діяльності Інституту фізики конденсованих систем, що у Львові, і таке інше. Внаслідок такого спілкування в мене склалося уявлення про Петра Михайловича як про видатного фізика-теоретика, щирого патріота України і прекрасну високопорядну людину. І я не мав жодного приводу сумніватися у своїй думці про нього.

Я чудово усвідомлюю, що написане вище не містить нічого оригінального і ще кращі слова про нього можуть сказати, та напевне вже і сказали, багато його учнів, колег і знайомих. Однак, замислившись над тим, що є найвиразнішим для мене в його постаті, я зрозумів, що мені завжди з ним цікаво. Цікаво слухати його доповіді, цікаво обговорювати наукові проблеми, цікаво вислуховувати його зауваження і побажання, цікаво спілкуватися щодо найрізноманітніших тем. Цікаво, бо він визначний науковець, доброзичлива людина, вміє вдало пожартувати і розповісти повчальну історію. Петро Михайлович відкритий для спілкування і співпраці. Він підтримує наукові контакти з різними інститутами, і не дивно, що Вчена рада Інституту теоретичної фізики ім. М. М. Боголюбова недавно одноголосно присвоїла йому звання Почесного доктора цього інституту.

Варто також відзначити, що Петро Михайлович сам, без чийсь допомоги, виховав прекрасного сина Богдана – працелюбного, щирого, талановитого. Трапилося так, що мені випала нагода разом з Богданом мати візит до Вищої політехнічної школи (Ecole Polytechnique) в Парижі. Я перебував там з короткотерміновим візитом, а Богдан розпочинав навчання в аспірантурі цього навчального закладу, одного з найпрестижніших у Франції. І я став свідком того, як він легко адаптувався до тамтешніх умов, згодом швидко вивчив французьку мову і протягом часу навчання написав дуже гарну дисертацію, яка включала і експериментальну, і теоретичну частини. І мені було дуже приємно як члену журі і офіційному рефері підтримати цю роботу, яку Богдан захистив з відзнакою (є в них така оцінка для найкращих дисертаційних робіт).

Сердечно вітаю Петра Михайловича з ювілеєм, що надходить, і зичу йому добро-го здоров'я і довгих років цікавого творчого життя.

Анатолій Загородній

УЧИТЕЛЬ



Речь идет о профессоре Петре Михайловиче Томчуке. Хотя Пётр Михайлович непосредственно и не был моим преподавателем, но я имею честь считать его учителем, со всеми вытекающими отсюда последствиями: глубоким уважением и любовью ученика к наставнику. Ещё до личного знакомства я знал Петра Михайловича по опубликованным работам, которые выделялись чётко сформулированными задачами, продвигаемыми идеями, рабочими гипотезами, ясным и аккуратным изложением, отсутствием каких-либо опечаток, – вещи, которые мне всегда импонировали. Особенно выделялась в этом отношении монография: Дыкман И. М., Томчук П. М. «Явления переноса и флуктуации в полупроводниках», которую я читал с карандашом в руке, а для отдельных глав выводил все формулы. Эта книга может служить образцом для написания научных работ.

Когда пришло время писать кандидатскую, мне очень хотелось, чтобы ее рецензировал профессор Томчук, поскольку в работе развивались отдельные его идеи по использованию вариационного метода для расчета гальвано- и термомагнитных коэффициентов (в данном случае в кристаллах типа висмута). Был предложен новый метод решения системы уравнений для вариационных параметров, основанный на представлении системы в матричном виде и использовании свойства псевдообратной матрицы и кронекерского произведения матриц. Метод упрощал расчеты и давал возможность аналитически решать систему уравнений с произвольным числом вариационных параметров, оптимизировать выбор пробных функций и непосредственно проверить сходимость решений. Поэтому для меня была крайне важна оценка ведущего ученого в этой области. Я попробовал разузнать его координаты у одного общего знакомого из Украины, который посоветовал не беспокоить Томчука, поскольку он человек занятой, не любит, когда его отрывают от работы, не любит ездить в командировки и тому подобное. Однако я не последовал его совету. При помощи моих хороших и глубокоуважаемых («шановных») знакомых исследователей из Украины, Петра Николаевича Горлея и Василия Андреевича Шендеровского, я раздобыл номер телефона и сам, без посредников, позвонил Петру Михайловичу. К моему удивлению, разговор прошел легко, профессор дал согласие быть моим официальным оппонентом, одновременно предупредив, что у них высокие требования к диссертационным работам. Он назначил день, когда я должен был представить работу на семинаре лаборатории, которой он руководил в Институте физики полупроводников АН УССР, и потребовал, чтобы я заблаговременно выслал экземпляр диссертации.

Помню, что семинар должен был состояться в четверг, в 12.00. На следующий день, в 9.00 я должен был представлять работу уже на другом семинаре, в ведущей организации, ФИЗТЕХ, г. Ленинград. Понятно моё волнение. Я сел в поезд в среду, в 16.00. В Киев поезд должен был прибыть в 5.00 утра следующего дня. Первой моей задачей было выспаться. Положил плакаты на третью полку, а сам лег на вторую и постарался уснуть, чтобы назавтра выглядеть свежим. Ночью проснулся и, к своему ужасу, обнаружил, что какой-то пассажир устроился на самой верхней полке и заснул, подложив под голову мои плакаты. К счастью, он не успел их помять. Обошлось.

В институт я прибыл заблаговременно, в распоряжение Василия Андреевича Шендеровского, который и провел меня к профессору. У него был ряд вопросов по диссертации, он указал на неправильно сформулированные положения и помог их исправить. Тогда я и осознал, что почти половина диссертантов неправильно понимают, что такое «выносимые на защиту положения», путают их с выводами. Как настоящий учитель, Пётр Михайлович увидел в моей диссертационной работе больше достоинств, чем я сам. Меня так впечатлили точная постановка вопросов, доброжелательное отношение ко мне, разъяснения Петра Михайловича, что за тот час до семинара я научился у него большему, чем у многих других исследователей за годы.

Участники семинара были очень строги ко всем моим результатам и выводам, но исключительно корректны. Семинар прошел на высоком научном уровне, а в конце было «дано добро» на защиту диссертации. Пётр Михайлович написал на автореферате «Годен к печати» и расписался. Конечно, с условием, что я учту все замечания участников семинара. Непосредственно перед защитой и после защиты мы вместе с моим научным руководителем Думитру Гицу, большим сторонником союза эксперимента и теории, много обсуждали как вопросы, затронутые в самой диссертации, так и дальнейшее развитие физики полуметаллов в целом и физики тонких нитей из этих материалов в частности. После этих дискуссий мы с Д. Гицу пришли к выводу, что по знаниям и научным работам профессор Томчук вполне заслуживает звание академика Украины.

На защите диссертации Пётр Михайлович познакомился и с моим братом Думитру, доктором ветеринарных наук и выпускником Львовского ветеринарного института. Тут я обнаружил интерес киевского ученого к истории края и к проблемам физики жизни.

Также мы узнали, что когда его уважаемая супруга лежала в больнице с тяжелым диагнозом, он прилагал все усилия для её спасения, в том числе делал расчеты на уровне молекулярной физики, исследуя возможность превращения неизлечимой болезни в излечимую. Об этой проблеме он думал и после кончины жены. Мы видели в этом высокую гуманитарную позицию киевского ученого, который боролся за жизнь любимого человека, используя все свои знания и способности. В то же время он смотрел на эту задачу, как на общечеловеческую.

В этих дискуссиях перед нами раскрылась многогранная фигура ученого и Человека с большой буквы, интересующегося как научными вопросами, так и вопросами культуры. Его высокий интеллект всегда давал о себе знать посредством тонкого чувства юмора.

Украина имеет право гордиться такими учеными, как профессор Пётр Михайлович Томчук. Я считаю его своим Учителем и вдвойне горжусь этим. Всегда радуюсь, когда встречаю его имя в научных журналах, и всегда молю Бога, чтобы дал ему крепкого здоровья и долгих лет жизни.

Ион Холбан

ВІДДАНІСТЬ НАУЦІ – ОСНОВНИЙ СЕНС ЙОГО ЖИТТЯ



Я пройшов наукову школу в аспірантурі Інституту фізики АН України і повернувся до Чернігова працювати на викладацькій ниві, захистивши кандидатську дисертацію. Згодом на Вченій раді цього інституту захистив і докторську дисертацію. Але навіть зараз, через багато років після мого перебування в Інституті фізики, кожного разу, коли я переступаю його поріг, відчуваю легке хвилювання і невимовний трепет від перебування у цьому храмі науки. Тут я обов'язково зустріну людей, з якими працював, учився, набирався досвіду наукової роботи, і серед них є непересічні особистості, які становлять гордість української науки. Один із них – Петро Михайлович Томчук, фізик-теоретик, багаторічний керівник теоретичного відділу інституту, український вчений світового масштабу, людина високого інтелекту, відомий неабияким внеском у розвиток академічної науки. Наукові інтереси П. М. Томчука охоплюють практично всі напрямки досліджень Інституту фізики, він «обслуговує» теоретичними розробками практично всі експериментальні відділи інституту.

Вперше я побачив Петра Михайловича десь у 1967 році, коли я почав відвідувати об'єднаний семінар «твердотільних відділів», яким керувала академік А. Ф. Прихотько. Я перебував тоді стажистом і аспірантом експериментального відділу – відділу фізики кристалів. Петро Михайлович періодично відвідував об'єднаний семінар, і я вперше його на ньому побачив. Він був на той час досить молодою людиною, дещо за тридцять років, але він помітно вирізнявся серед інших науковців своєю активністю на семінарах, ясністю фізичного мислення при обговоренні семінарських доповідей. Про нього у нас, аспірантів, уже тоді склалося уявлення, як про вченого, який поєднує наукову принциповість і безкомпромісність у відстоюванні своїх наукових позицій з чесністю і порядністю.

Наше особисте знайомство відбулося трохи пізніше, коли ми почали жити в одному гуртожитку. Мене завжди вражала його наполегливість і завзятість у подоланні труднощів і досягненні мети. Пам'ятаю його щоденні ранкові пробіжки і зарядку незалежно від погоди. Ця наполегливість проявлялась також у професійній роботі, в умінні стежити за найновішими досягненнями фізики, розвиваючи їх.

Зважаючи на його талановитість, широту підходів до розв'язування складних теоретичних проблем фізики, ще у далекі сімдесяті роки минулого століття академік О. С. Давидов передав П. М. Томчуку теоретичний відділ інституту, який він очолює по сьогодні вже багато десятиліть. Про цю сторону його діяльності як вченого і керівника теоретичного підрозділу, звичайно, значно більше і цікавіше розкажуть його

співробітники та учні. Я ж хочу розповісти про декілька епізодів з нашого особистого спілкування і наукової співпраці. Мої наукові контакти з Петром Михайловичем почалися після закінчення аспірантури і повернення до Чернігова, коли на кафедрі фізики Чернігівського педінституту були створені експериментальна база і колектив для досліджень електричних та електрооптичних властивостей рідких кристалів.

В Інституті фізики велику роль у дослідженні рідких кристалів відіграв науковий семінар з фізики рідких кристалів, організований Петром Михайловичем. Його відвідували не тільки теоретики, а й експериментатори з різних відділів. Обговорювались результати експериментальних і теоретичних досліджень, давались рекомендації до друку в наукових журналах. Петро Михайлович завжди ставив високі вимоги до рівня наукової роботи і домагався, щоб наукові дослідження відповідали світовому рівню. Саме цей семінар став для наукової молоді Інституту фізики справжньою науковою школою, яка вивела багатьох із них на світовий рівень. Петро Михайлович виховав цілу плеяду творчої наукової молоді.

Нам не часто випадала нагода брати участь у роботі цього семінару. Але періодично на семінар виносились і наші питання. Тоді ми всім науковим колективом приїздили до Києва і доповідали результати своїх експериментальних досліджень на семінарі у Петра Михайловича, особливо, якщо ці результати не знаходили у нас фізичного пояснення. Ми звітували, доповідаючи про свої результати. Нас слухали, розпитували, дещо уточнювали, давали поради, пропонували свої моделі. Під час обговорення наших питань ми відчували доброзичливість і прихильне ставлення до наших досліджень. Після таких семінарів і спілкування з науковцями Інституту фізики ми заряджалися від них творчістю і науковою енергією для роботи у своїй лабораторії.

Пригадую семінар, після якого ми опублікували у центральному науковому журналі спільну роботу з Петром Михайловичем і його співробітниками. Ми доповіли експериментальні результати дослідження рухливості носіїв струму в нематичному рідкому кристалі залежно від величини і знака його діелектричної анізотропії. Результати наших експериментів на перший погляд вступали у протиріччя з теорією рухливості носіїв струму в рідких кристалах, яку раніше розробили в теоретичному відділі. Проте детальні уточнення на семінарі умов наших експериментів (нами досліджувалась суміш нематиків з різним знаком діелектричної анізотропії, а теорія стосувалася нематика одного, певного знака діелектричної анізотропії) дозволили поширити теорію на наші системи і пояснити ці результати.

Петро Михайлович завжди проявляє інтерес до наших досліджень, легко контактує з нами при зустрічах. Пригадую окремі моменти наших особистих зустрічей і наші розмови. Говоримо не лише про фізику, а й про життя. Він завжди цікавиться політичними настроями у нашому регіоні. Має свою чітку громадянську позицію щодо подій в Україні, вболіваючи за її майбутнє. Його український патріотизм проявлявся ще у ті далекі роки, коли на семінарах переважно лунала російська мова. Вже тоді Петро Михайлович завжди виступав і вів семінари українською мовою.

Я вдячний Петру Михайловичу за можливість спілкування у процесі мого наукового становлення. І надзвичайно вдячний йому за підтримку моєї докторської дисертації, яку я захистив на Вченій раді Інституту фізики у квітні 1989 року. На цьому захисті він виступив офіційним опонентом. У процесі обговорення дисертації для

мене відкрилися нові позитивні якості Петра Михайловича як вченого. Слухаючи мою доповідь, він за декілька хвилин визначив основний її науковий результат. Блискучо вловив у дисертації основне і найсуттєвіше. Окремі результати він оцінив як «докторські» і відніс їх у позитив свого відгуку. Практично миттю він знайшов слабкі позиції моєї роботи, не пропустивши жодного вразливого місця (я ж їх знав і сам). Вони були віднесені у відгуку офіційного опонента до категорії «зауважень по дисертації». Мене вразили його ерудованість, глибина проникнення у суть обговорюваних проблем і об'єктивність в оцінці результатів дисертації. Для мене відкрилась ще одна, найголовніша, риса Петра Михайловича – відданість науці. Позитивно оцінивши мою дисертацію, він повірив у мене, у те, що я стану хорошим викладачем, і пізніше згодився прорецензувати мій навчальний посібник для студентів з фізики рідких кристалів. Мені пощастило, що я на своєму життєвому шляху зустрів таку людину, як Петро Михайлович Томчук.

Микола Гриценко

ВЕЛИКИЙ РОЗУМ ТА ДОБРЕ СЕРЦЕ



Пригадую 1972 рік. Ми – студенти третього курсу фізичного факультету Чернівецького університету, майбутні фізики-теоретики, разом з іншими третьокурсниками фізиками почали вивчати квантову механіку. Студентам, які спеціалізувалися на кафедрі теоретичної фізики, дозволялось і навіть певним чином морально стимулювалося відвідування кафедральних наукових семінарів. Тоді з уст завідувача кафедри проф. Володимира Михайловича Ніщовича я вперше почув, що десь там, у Києві, працює дуже талановитий вчений, доктор фізико-математичних наук, який є випускником кафедри, Петро Михайлович Томчук.

Мабуть, така реклама чи якісь інші причини сприяли тому, що через рік, на початку четвертого курсу, наш одноклассник Петро Савицький поїхав до Інституту фізики Академії наук (м. Київ), щоб отримати від проф. П. М. Томчука благословення на велику наукову працю. Розмова Петра з метром науки (а ми вважали його саме таким) закінчилася тим, що він отримав завдання упродовж кількох місяців прочитати і засвоїти основи двох чи трьох об'ємних та досить не простих для розуміння студента монографій з теоретичної фізики. Наша, може, й невелика, заздрість (як пощастило Петрові!) швидко перетворилася на щире співчуття товаришеві (це ж скільки потребує праці!).

Восени 1974 року, коли ми почали навчання на п'ятому курсі і засвоювали (інколи з успіхом, інколи – ні) різні спецкурси з теорії твердого тіла, теорії нерівноважних процесів, загальної теорії відносності і т. ін., дізнались, що старший на рік товариш, випускник нашої кафедри Богдан Лев вступив до аспірантури до професора Томчука П. М. Цю інформацію більшість моїх одноклассників сприйняли вже не так емоційно, як перші кроки в «київську науку» нашого колеги. Ми знали – Богданові легкого життя не буде.

Коли кажуть, що земля кругла, то часто хочуть сказати, що в житті може відбуватися багато несподіваного. Проїшло немало часу, поки мені пощастило познайомитися з тим вимогливим (і, як мені здавалось, крутим характером) Петром Михайловичем. На той час я вже працював завідувачем кафедри та деканом фізико-математичного факультету Дрогобицького педуніверситету імені Івана Франка.

Сталось це тоді, коли в червні 2005 року ми в Дрогобицькому педуніверситеті за підтримки проф. Петра Івановича Баранського проводили чергову V Міжнародну школу-конференцію «Актуальні проблеми фізики напівпровідників». Петро Михайлович взяв участь у роботі конференції. Виступив з прекрасною доповіддю «Квантово-розмірні явища в металічних наноболонках».

Як завжди у випадках, коли виступає талановитий і неординарний фізик-теоретик, доповідач «оберігає» слухачів від утомливих для деякого складних формул. Наближення, які проводилися автором доповіді, подавались не як спрощення виразів, а як глибоке фізичне обґрунтування малості певних фізичних параметрів. На завершення доповіді Петро Михайлович запропонував експериментаторам серію вимірювань, які варто провести, щоб зафіксувати передбачувані нові фізичні ефекти.

Не менше приємне здивування у мене викликало те, що при ближчому спілкуванні (як кажуть, у кулуарах) П. М. Томчук виявився доброю людиною, з великим почуттям гумору. Я тоді подумав, що, напевно, тому фізики можуть похвалитися двома томами, в яких зібрано анекдоти й жарти відомих фізиків світу.

Ще не раз після цього мені доводилось зустрічати шановного Петра Михайловича на «наших» та інших конференціях, і завжди такі зустрічі для мене є великою приємністю.

Невдовзі П. М. Томчук – член-кореспондент НАН України, лауреат Державної премії (двічі), заслужений діяч науки і техніки України, доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач теоретичного відділу Інституту фізики НАН України зустріне гарне ювілейне свято – 80-річчя від дня народження. Він, як завжди, виглядає спортивно підтягнутим, з приємною посмішкою. Високе чоло та розумні очі світяться мудрістю й добротою.

З роси і води Вам, професоре. Многая і благая Вам літа!

Василь Бойчук

ПЕТРО МИХАЙЛОВИЧ ТОМЧУК – НАУКОВЕЦЬ І ОСОБИСТІСТЬ



Найближчим часом наукова громадськість фізичних інститутів НАН України (ІФ, ІФН і ІЯД) та напевне і Президія НАН України будуть відзначати знаменну дату в житті і творчій праці вельмишановного і добре знаного в наукових колах України, колишнього СРСР і далеко за його межами члена-кореспондента НАН України, доктора фізико-математичних наук, професора Томчука Петра Михайловича.

Цього року він зустріне свою вісімдесяту весну.

Шановний Петро Михайлович – фізик-теоретик. Діапазон його діяльності в ділянці теорії твердого тіла надзвичайно широкий і характеризується незмінним проявом особливого зацікавлення до найбільш актуальної тематики.

Нагадаємо лише деякі з напрямків теоретичних досліджень, куди Петро Михайлович зробив безсумнівно вагомий внесок. Він плідно і досить результативно працював у багатьох актуальних напрямках, зокрема:

- вивчав вплив електричних полів на температуру, питому електропровідність і термоємність напівпровідників;
- досліджував анізотропію електропровідності гарячих електронів і міжелектронну взаємодію в сильних електричних полях;
- виявив вплив міжелектронної взаємодії на виникнення від'ємної поперечної провідності в багатодолінних напівпровідниках (типу n-Ge);
- детально дослідив функцію розподілу і температурну залежність рухливості в напівпровідникових кристалах A_3B_5 ;
- дослідив функцію розподілу і рухливість електронів у полярних напівпровідниках при непараболічному законі дисперсії, а також виявив особливості впливу електричного поля на магнітоопір і ефект Холла в полярних напівпровідниках;
- вивчив вплив електричного поля і закону дисперсії енергії на плазмові коливання в напівпровідниках;
- сформулював і дослідив квантове кінетичне рівняння для флуктуацій в нерівноважних електрон-фононних системах;



- виявив і дослідив флуктуації струму в напівпровідниках у квантуючому електричному полі;
- багато уваги приділив вияву і дослідженню впливу міжелектронної взаємодії на нерівноважні шуми в багатодолинних напівпровідниках;
- вивчив особливості впливу магнітного поля на амбіполярний дрейфовий шум у напівпровідниках і багато іншого.

Великий цикл своїх робіт (і літературних джерел) П. М. Томчук разом з І. М. Дикманом розглянули (і провели необхідні узагальнення) в добре відомій науковцям у нашій країні й далеко за її межами монографії:

Дыкман И. М., Томчук П. М. Явления переноса и флуктуации в полупроводниках. – К.: Наукова думка, 1981. – 320 с.

Свій славний ювілей вельмишановний Петро Михайлович Томчук зустрічає в розквіті сил, тож побажаємо йому здоров'я, щастя і творчого натхнення на багато, багато років плідної праці.

Петро Баранський, Вилик Бабич

ПРИКЛАД ІНДИВІДУАЛЬНОГО ДОВГОЛІТТЯ ЛЮДИНИ



Традиції в НАН України відзначати ювілеї членів НАН України, видатних вчених країни є доброю справою у відзначенні історії науки, зокрема фізики. Це тепер можна робити через спеціальну діяльність НАН щодо відзначення основних наукових досягнень, винаходів, публікацій вчених у зв'язку із їхніми датами через Вікіпедію.

Коли мені запропонували написати свої думки, враження від спілкування, співпраці із Петром Михайловичем, я із вдячністю погодився, але згодом усвідомив, що не так просто писати свої думки про таку особливу людину, як Петро Михайлович! Проте якось підтримує мою згоду кілька обставин: те, що із часу мого перебування в аспі-

рантурі Інституту фізики і до цього дня, я маю таку приємність не лише спілкуватись із цією людиною, а багато чого вчитись у нього; особливо важливим для мене це було в перші роки мого перебування в науковому колективі інституту. Завжди наукове спілкування фізика-експериментатора, яким я себе вважаю, із фізиком-теоретиком, старшим у науковому стажі, мало особливе значення для становлення і формування моєї наукової кваліфікації як фізика.

Роки мого навчання в аспірантурі були дуже буремними для фізики твердого тіла в інституті. В той час працювала ціла когорта видатних корифеїв фізики: О. С. Давидов, А. Ф. Прихотько, В. Л. Броуде, М. Т. Шпак, М. С. Бродин, П. Г. Борзак та ін.

Особливою школою для аспірантів були наукові семінари, які проходили щотижня, при повному конференц-залі, коли ми мали можливість чути наживо виступи не лише наших інститутських фізиків, а і тих зарубіжних, які з великою радістю приїжджали до інституту, до наших вчених, щоб поспілкуватись і заодно апробувати перед нашими фізиками свої нові наукові розробки.

Тут ми, молоді, могли вчитись не лише новому у фізиці, а й принципам наукових дискусій, толерантності та водночас компромісності щодо наукової істини, вчитись у вчених, котрі для нас були і залишаються прикладом сумлінного, талановитого ставлення до фізики.

Звичайно основними ідейними винахідниками у всіх питаннях фізики в інституті були саме теоретики.

Я вдячний долі, яка дала мені змогу бути в цей час в Інституті фізики, бути свідком великих наукових дискусій, вчитись у знаних фізиків новому.

Як аспірант я працював не лише в робочий день, а часто-густо і у вихідні дні, тим паче, що експеримент стосувався дослідження екситонних спектрів кристалів, отже, інколи були довготривалі в часі досліди. І майже кожної суботи чи неділі до моєї

лабораторії спускався з третього поверху П. М. Томчук, який також часто працював у вихідні, і ми спілкувалися щодо проблем фізики, якими займалися, а також і щодо буденних проблем наукового життя. Він завжди говорив: «Прийду, подивлюсь із яким ентузіазмом ти працюєш, поспілкуюсь і йду до свого кабінету працювати з таким же ентузіазмом».

А взагалі будь-які наукові розмови з Петром Михайловичем – це були життєві уроки для становлення мене як науковця, за що я вдячний буду завжди.

Часто ми удвох обговорювали проблеми чисто життєві: чому з'являється людина на цій Землі, яка її місія і якою вона повинна бути, щоб жити в гармонії і злагоді із довкіллям (науковим).

Тут я не можу не згадати, як Петро Михайлович говорив про фізичний (ентропійний) принцип відношення до життя, до взаємодії між людьми. Він постійно стверджував власне біблейський чи то фізичний принцип: людина повинна постійно робити добро ближньому, і в результаті особливих природних принципів термодинамічності рівноваги, оточення, життя віддячуватиме людині саме такою ж добротою, а це і здоров'я, і успіх в науці, і власне, певною мірою, наукове довголіття.

Після наукових дискусій, спілкування Петро Михайлович розробляв проблеми, які були новими для нього і для мене, а згодом і моїх колег, із якими я зараз працюю у відділі молекулярної фотоелектроніки. Це в першу чергу фізика рідких кристалів, процесів взаємодії електронів із екситонами, а далі це молекулярна фотоелектроніка, і за це моя йому подяка і повага.

Я захоплено спостерігаю за його ставленням до свого здоров'я, коли бачу кожного дня, як академік Бродин М. С. і член-кор. Томчук П. М. з 13 до 14 год. роблять прогулянку Голосіївським лісом. Це особливий приклад для теперішніх науковців.

Користуючись нагодою, я щиро бажаю Петру Михайловичу не лише від себе особисто, а й від колективу відділу молекулярної фотоелектроніки ще багато років творчої наснаги і наукових успіхів.

Вашим науковим успіхам ми всі щиро раді і сподіваємось, що ще багато років Ви будете лідером теоретичних передбачень і досліджень фізичної науки в Україні.

Михайло Курик

«ГЛАВНЫЙ ТЕОРЕТИК» В НАШЕМ ОТДЕЛЕ



В 1950-е – начале 1960-х годов все теоретики в институте были объединены в теоретическом отделе, которым с беспрекословным авторитетом руководил С. И. Пекар. Однако большинство из них было «прикреплено» к экспериментальным отделам. Это позволяло, с одной стороны, в обязательном порядке на профессиональном уровне обсуждать сугубо теоретические вопросы в теоретическом отделе, с другой стороны, поддерживать и «обеспечивать» теоретическое сопровождение экспериментальных работ (в институте в те годы постоянно дискутировалась проблема участия теоретиков в работах экспериментальных отделов). В семинарах и обсуждении работ отдела физи-

ческой электроники принимал участие И. М. Дыкман. Именно к нему, кажется, в 1957 г. в аспирантуру поступил Петр Михайлович. Хотя тематика его диссертационной работы и была связана с исследованиями эмиссии горячих электронов, проводившимися в отделе Я. П. Зингерманом и П. Г. Борзяком с сотрудниками, носила она все-таки больше «математический» характер (он сформулировал и применил вариационный принцип в задаче о горячих электронах, на базе которого ему удалось решить труднейшую задачу об электрон-электронном взаимодействии, когда, как известно, нельзя корректно ввести время релаксации), и я – думаю, как и большинство сотрудников отдела, – его практически не знал.

В начале 1960-х годов почти все теоретики (кроме ядерщиков) перешли в Институт полупроводников, выделившийся из Института физики, и Петр Михайлович стал «Главным Теоретиком» в нашем отделе. Он принимал активное участие в семинарах отдела, к нему часто обращались сотрудники по непонятным или спорным вопросам. Его бесспорная физическая эрудиция позволяла ему быть арбитром во многих вопросах. На первых порах в общении возникали определенные трудности – слишком разным был «язык», но постепенно приходило взаимное понимание.

В это время началось мое и моих учеников и коллег многолетнее сотрудничество с Петром Михайловичем, которое продолжается и до настоящего времени. У меня с Петром Михайловичем немного совместных работ, но его вклад в наши исследования по горячим электронам в 1960-е годы трудно переоценить. Дело в том, что практически вся теоретическая обработка наших экспериментальных результатов выполнялась по «рецептам» и формулам, полученным в работах И. М. Дыкмана и Петра Михайловича. Часто меня не удовлетворяло краткое изложение вычислений в статьях, и я просил Петра дать мне его рукописи – он мне ни разу не отказал. Кстати, эти

рукописи меня поразили своей последовательностью вычислений, точной формулировкой и обоснованием приближения на каждом этапе, аккуратностью записей.

В связи с этим мне хочется сказать, что Петр Михайлович не относится к числу людей, которые «блещут» быстрыми – и часто неправильными – ответами на вопросы, но он сочетает в себе глубокое понимание вопроса со строгостью и последовательностью мышления. Отсюда – надежность и основательность результатов его работ.

После ухода А. С. Давыдова в Институт теоретической физики, который по приглашению М. В. Пасечника заведовал теоретическим отделом, на эту должность был выбран Петр Михайлович. Здесь проявились лучшие человеческие качества Петра Михайловича – глубокая порядочность, доброжелательность, интеллигентность. Без авторитета С. И. Пекара или А. С. Давыдова быть в то время заведующим отделом у теоретиков, где почти каждый был неординарной личностью – достаточно вспомнить Вадима Владимировича, Диму Машкевича, Виллю Винецкого и т.д., – тяжелая и неблагодарная задача. По моему убеждению, только благодаря такту и доброжелательности Петра Михайловича в отделе не было крупных конфликтов и отдел успешно работал.

Судьба не была особенно благосклонна к Петру Михайловичу. У него был неудачный и трудный первый брак. Счастливый второй брак длился недолго, его постигло большое несчастье – Леня тяжело заболела и умерла, оставив Петра Михайловича с маленьким ребенком отцом-одиночкой. Петр Михайлович с терпением и мужеством переносил удары, поддерживая себя работой и воспитанием ребенка. Я не знаком с сыном Петра Михайловича, но по отзывам Петр Михайлович воспитал его человеком, достойным своего отца.

Интересы Петра Михайловича не ограничиваются физикой. Как-то однажды он заинтересовался книгами в книжном шкафу и кое-какие попросил дать ему почитать. Некоторые из них я помню – Цицерон, Кьеркегор, Тарле... Иногда мы вели с ним дискуссии на политические темы (кстати, он был среди «подписантов» известного обращения к руководству страны в 1968 г.), его рассуждения всегда отличались здравым смыслом и уравновешенностью.

Заканчивая, я хочу подчеркнуть, что намеренно не хотел упоминать о научных достижениях Петра Михайловича. Они хорошо известны, и, если уж о них писать, то это должен делать человек, по крайней мере, с такой же эрудицией в области теоретической физики, как и сам Петр Михайлович.

Петро, знаешь, как-то незаметно подкрадывается старость, и мне на ум приходит (не знаю, чей) афоризм, по смыслу, звучащий так: «Уметь постареть – большая мудрость и одна из труднейших задач великого искусства жизни».

С Юбилеем тебя!

Олег Сарбей

ЛЮДИНА З ВЕЛИКОЇ ЛІТЕРИ



Вперше про Петра Михайловича я почув у 1963-64 роках, коли при вивченні гарячих носіїв у n-Si у відділі фізичної електроніки Інституту фізики, де я був аспірантом, заговорили про багатодолинність кремнію n-типу і про труднощі, що виникають під час його дослідження. Існуючі уже з цієї теми результати потрібно було повторити і розвивати далі в ділянці гріючих полів. Від своїх керівників, П. Г. Борзяка і О. Г. Сарбея, я дізнався, що в інституті є молодий і дуже талановитий теоретик Петро Михайлович Томчук, котрий цікавиться цими питаннями, і співпраця з ним була б корисною і плідною.

Петро Михайлович іноді заходив до нас в лабораторію, і я прислухався до їхніх розмов з О. Г. Сарбеєм. Отож, оскільки було розпочато дослідження n-Si, постала проблема створення омичних контактів до цього матеріалу в сильних електричних полях. Над створенням таких контактів довелося багато попрацювати Б. Л. Бойченку, аспіранту П. Г. Борзяка і О. Г. Сарбея. Складність полягала в тому, що контакти до n-Si інжектували неосновні носії і ускладнювали картину настільки, що в ній було важко розібратися. На омичність контактів впливало все: чистота легатури, глибина вакууму, температура вплавлення, час витримки, режим охолодження. Це була велика, складна робота, з якою Б. Л. Бойченко успішно впорався.

П. М. активно співпрацював з О. Г., і різні консультації з ним були досить частими, чому я був свідком і вдячним слухачем. Відсутність належних знань тоді не дозволяла мені брати участь у цих дискусіях, і я намагався надолужити здобутками в експериментах.

Тривалий час П. М. успішно співпрацював з П. Г. Борзяком і Р. Д. Федоровичем у ділянці острівцевих плівок, де їм вдалося досягти значних успіхів.

Необхідно згадати велику роботу Петра Михайловича щодо підготовки молодих кадрів для науки. Під його керівництвом було захищено 18 кандидатських дисертацій і 8 докторських. Його учні стали провідними вченими у галузі теоретичної фізики, читають лекції в Києво-Могилянській академії, різних університетах та інститутах.

Я почав співпрацювати з П. М. більш тісно з 1990 р. А нагода була такою. Відомо, що гарячі носії в напівпровідниках випромінюють електромагнітні хвилі в широкому діапазоні, включаючи і далекий інфрачервоний. Виникло питання: а чи є це випромінювання поляризованим? У літературі зустрічалися повідомлення, що таке випромінювання не має поляризації. Під руки трапився поляризатор, який нам ко-

лись подарував Олександр Хомович Яценко (знаючий фізик, чудова людина, командир танка «ИС» у 19 років...). Цей поляризатор і став відправною точкою наших поляризаційних експериментів. Після довгих пошуків, сумнівів і надій ми помітили, що поляризація є. Потрібно було досліджувати це явище більш детально. Олена Костянтинівна Фролова знайшла у своїх запасах поляризатори на поліетиленовій основі і теж подарувала їх нам (до речі, на цих поляризаторах ми пропрацювали більше 20 років). Перші ж виміри на нових поляризаторах дали ще кращі результати. Було сконструйовано механічну автоматику, що давала змогу записувати хід поляризації за один оберт. Для отримання гелієвої температури та економії рідкого гелію було використано транспортний кріостат. Така конструкція установки зменшила витрати гелію у кілька разів. Все це дозволило суттєво прискорити процеси виміру – графік поляризаційної залежності можна було отримати за 5 хв. Оскільки ми все почали з «нуля», перш за все потрібно було набрати експериментального матеріалу. Зразки і вся технологія були однотипними, змінювалася лише кількість домішок. У термінах омності це були від ГЭС-0,05 Ом·см до ГЭС-45 Ом·см. Усі отримані залежності були різними, і завдання полягало в тому, щоб розібратися в них. Було помічено, що чисті зразки дають поляризаційну залежність, схожу на синусоїду, а низькоомні зразки дають залежність у формі косинусоїди. У чистих зразків домінуючим розсіюванням при гелієвих температурах є акустичне, у легованих – домішкове. Так ми і почали їх позначати. Але це були лише міркування, що базувалися на здогадах.

Отож ми запросили Петра Михайловича дослідити це явище теоретично і пояснити такий незвичайний хід поляризаційних залежностей. Він з радістю погодився, і така робота проводилася протягом останніх 15-ти років. Це дозволило не лише пояснити спостережувані явища, але й зробити деякі передбачення для майбутніх експериментів. Такі дослідження проводилися на Ge, Si, Te, сплавах Ge-Si і низці інших. За цей період я ближче познайомився з П. М. і жалкую, що мені не поталанило зробити це раніше. Петро Михайлович виявився людиною дуже скромною. Людиною слова. Він ніколи не забуває своїх обіцянок. Завжди врівноважений. Він ніколи не натякне, що співрозмовник ледачий, не працює над собою, мало знає. П. М. завжди доброзичливий, щось порадить тихим голосом, зі світлою усмішкою, а висновки роби сам. Витримавши у житті важкі випробування, Петро Михайлович залишився Людиною з великої літери. За роки співробітництва з П. М. я мав не одну нагоду переконатися в його пунктуальності, доброті, високих людських якостях, притаманних йому і як талановитому вихователю і керівникові. Варто зазначити, що Петро Михайлович має і тонке почуття гумору, вміє оживити розмову веселим словом.

Вітаю шановного Петра Михайловича з 80-річчям, бажаю йому доброго здоров'я і повноцінного творчого життя.

Віталій Бондар

НАРОДЖЕНИЙ НА ТЕРНОПІЛЛІ

Який учитель – такі діти,
Які діти – така і держава.

Володимир Шухевич



Тернопілля – щедра на таланти земля. Згадаймо тут принагідно славного фізика кінця XIX – початку XX століття Івана Пулюя – фактично відкривача невидимих променів, геніального фізика Олександра Смакулу – автора відкриття явища просвітлення оптики, Івана Горбачевського – знаменитого хіміка, першого у світі міністра охорони здоров'я, видатних вчених Олександра Барвінського, Володимира Гнатюка, Івана Теслю, Ігоря Герету, композитора Дениса Січинського та багатьох інших, котрі прославили цей чудовий край. Поза сумнівом, до плеяди визначних постатей Тернопілля належить і видатний фізик-теоретик сучасності, член-кореспондент Національної Ака-

демії наук України, доктор фізико-математичних наук, заслужений діяч науки і техніки, професор Петро Михайлович Томчук. Саме ця людина і дала мені можливість реалізувати себе на науковій ниві, колись, у далекі 70-ті, прийнявши мене до аспірантури. Згодом за його керівництва я захистив кандидатську, а через якийсь час і докторську дисертації. Хоча і мені, і йому було не так легко потрапити до столичних академічних закладів, найперше я, як і Петро Михайлович, завдячуємо своїм учителям, які у той непростий для України час розуміли своє завдання...

Попри все, нині я переконаний (написавши півтори сотні нарисів про видатних представників науки, техніки і культури), що у житті майже кожної людини важливу роль відіграє його величність випадок...

1967 рік. Я працюю в Інституті напівпровідників АН УРСР за направленням після закінчення Чернівецького державного університету ім. Ю. Федьковича. Оцінивши свої перспективи, вирішую спробувати вступити до аспірантури. Попередньо отримав згоду Ісаака Марковича Дикмана, а також Михайла Павловича Лисиці. Почав готуватися до іспитів, та якось зустрів Михайла Васильовича Курика, якого я вже трохи знав і який працював у Інституті фізики Академії наук, і розповів йому про свої наміри. А він говорить: «А чому б тобі не спробувати вступити до аспірантури до нашого інституту, у нас працює молодий і талановитий вчений, наш земляк, Петро Томчук, і він відкриває аспірантуру».

Отож, коли я зустрівся з Петром Михайловичем і розповів йому про свої наміри, він дав добро на складання іспитів і погодився, за успішної їх здачі, стати моїм науковим керівником...

І ось уже майже півстоліття ми працюємо з Петром Михайловичем у відділі теоретичної фізики. Однозначно, всім, чого мені вдалося досягнути у науці, я завдячую своєму науковому керівникові, своєму Вчителю. За час нашої співпраці бувало всяке, але Петро Михайлович був і є взірцем науково талановитої від природи людини. Він завжди щедро ділився і ділиться своїми ідеями зі своїми учнями, колегами, хоча іноді не всі пам'ятають про це. Як керівник відділу він дає свободу наукової творчості своїм співробітникам, він ніколи не був диктатором у науковій сфері, ніколи не грішив, аби стати співавтором усіх співробітників відділу (як то іноді буває нині). Його ерудиція, науковий талант, демократизм зумовили те, що свого часу академік Олександр Давидов саме йому передав керівництво відділом теоретичної фізики...

З людських чеснот Петра Михайловича хотів би відзначити його невміння заздрити, він не тримає образи на когось, за щось (хоча з ним часто вчиняли несправедливо, як, наприклад, при обранні дійсним членом Академії наук тощо). Він є, поза сумнівом, патріотом, і йому небайдужа доля Української держави. Життя Петра Михайловича було не простим, але і в тяжкі періоди його рятувала любов до науки, любов до сина. У цьому він вбачає сенс свого життя, це його хресна дорога. Тож нехай Вам щастить, мій Учителю!

Василь Шендеровський

ТЕРНИСТАЯ ТРОПА К ДРУЖБЕ

В каждой естественной науке заключено столько истины, сколько в ней есть математики.

И. Кант



Я – не ученик, не аспирант и даже не докторант Петра Михайловича. И хотя ни тот, ни другой и ни третий, счастливой судьбе было угодно позволить мне работать рядом с ним, регулярно общаться, а в последние годы и установить дружеские отношения.

Сразу же отмечу, что испытываю к Петру Михайловичу чувство глубочайшего уважения. Он совершил, по моим представлениям, настоящий гражданский подвиг.

Потеряв в молодые годы любимую жену, оставшись с малым ребенком на руках, Петр Михайлович проявил самые лучшие человеческие качества настоящего мужчины – мощный интеллект, стойкость духа, благородство, достоинство, выдержку, терпение, безграничную любовь к сыну, преданность памяти своей незабвенной супруги, так рано ушедшей из жизни.

С задачей воспитания сына Богдана он справился блестяще. За талант и профессионализм Богданом по праву гордится компьютерная элита Франции.

Вот таков он – мудрый, остроумный, по-юношески любознательный и проникновенно любящий физику Петр Михайлович Томчук...

А еще совсем недавно, в недалеком 1987 году, после разгрома лаборатории вычислительной физики и автоматизации, нас, троих математиков – «интеллектуальных бомжей», Василия Ивановича Тивончука, Рудольфа Валентиновича Полякова и автора этих строк, пытался пристроить хотя бы куда-нибудь Юрий Григорьевич Птушинский, на ту пору заместитель директора ИФ АН УССР. Велись, например, затяжные переговоры с Винецким В. Л., но против такого «альянса» категорически выступил Р. В. Поляков, справедливо полагая, что предлагаемое направление тематики возможного сотрудничества строго ортогонально вектору наших научных интересов. Убедившись в нулевом результате такой попытки, Ю. Г. Птушинский начал и продолжал методично штурмовать поначалу неприступную «крепость» под названием Томчук П. М. Сама мысль о предоставлении приюта троице не физиков в отделе теоретической физики казалась Петру Михайловичу кощунственной, он и слышать не хотел даже намека на подобный вариант.

Равнодушному читателю этих строк из подтекста ясно, кто был источником и причиной раздраженно отталкивающего восприятия непродуктивной идеи. Помню

эпизод, когда мною было предложено рассмотреть вопрос о приеме в отдел теоретической физики хотя бы двоих сотрудников: В. И. Тивончука и Р. В. Полякова, но и с этим он не согласился, видимо интуитивно полагая, что не так страшен черт, как его дети. Думаю, что П. М. объективно боролся с профессионально-кадровой анизотропией отдела. Мы же, со своей стороны, наивно полагали, что исследование сложной физической проблемы представляет собой процесс системного характера. В авангарде этого процесса выступают, как правило, физики-экспериментаторы, за ними следуют физики-теоретики, главным продуктом работы которых являются в общем случае начально-краевые задачи для систем нелинейных интегро-дифференциальных уравнений. Для анализа и решения такого рода систем привлекаются специалисты в области вычислительной физики (как пример – нестационарная проблема управления светом с помощью света). Это, разумеется, всего лишь простейшая схема взаимодействия ученых различных направлений деятельности. Нередко все происходит хаотично в пространстве и во времени: теоретики заявляют о результатах, над проблемой подтверждения которых длительное время бьются и экспериментаторы, и математики.

Весьма редко встречаются ученые универсального и широчайшего интеллектуального горизонта. Они разносторонне эрудированны, обладают даром глубоко вникать в суть проблемы, имеют память, недоступную современным суперкомпьютерам, владеют острым чувством научной интуиции и, самое главное, для них важно не только знание, но и доскональное понимание содержания исследуемой темы. К избранному числу таких ученых безусловно можно причислить и Петра Михайловича Томчука.

Возвращаясь к исходному состоянию наших отношений, до сих пор не могу понять, какие аргументы привел Юрий Григорьевич, но Петр Михайлович временно отступил со своих позиций, так что в марте 1987 года нас, троих математиков, перевели в отдел теоретической физики. Полагаю, что этому факту в существенной мере способствовало обещание дирекции уволить Старкова В. Н. в кратчайшие сроки. Дело в том, что накануне в ходе душевной беседы мне было предложено подать заявление об увольнении с работы «по собственному желанию». Ответа от меня не последовало, а согласия – тем более. Мелькнула лишь мысль: «Вот тебе и благодарность за 11 с лишним лет каторжной работы по организации в ИФ АН УССР вычислительного центра на базе ЭВМ М-4030, по выполнению различных программ автоматизации научных исследований на базе мини-ЭВМ СМ-3, СМ-4, микро-ЭВМ Электроника-60 и т.д. и т.п. Сколько трудностей было преодолено, чтобы организовать лабораторию вычислительной физики и автоматизации научных исследований в составе более чем 30-ти сотрудников...».

Несомненно, верна поговорка: «Дорога в ад вымощена благими намерениями». Где теперь этот ВЦ и эта автоматизация? Выжила, сохранилась и развивается центральная идея всей прошлой деятельности – научное направление под названием «Вычислительная физика».

Перебирая в памяти события прошлого, приходишь к выводу, что самое большое богатство любого человека – его впечатления от прожитой жизни. Они навсегда с тобой, они только твои, какими-то из них можно поделиться, рассказать о них знакомым, коллегам, друзьям или близким людям, другие – только хранить в памяти, а

третьи – мечтаешь забыть и не можешь. Об одном из наиболее сильных впечатлений той поры, о котором с теплотой и благодарностью буду помнить до конца своих дней, мне и хотелось бы сказать несколько слов.

Где-то в ноябре 1986 года меня вызвали на заседание партбюро Института на «ковер» (я был зав. ЛВФА, но членом КПСС – никогда), чтобы обсудить и вынести решение по совершенно клеветническому в мой адрес обвинению, суть которого излагать даже неприлично. Перед глазами так и стоит до сих пор картина улыбающегося тогдашнего секретаря партбюро, по выражению лица которого легко читалось: «Ну, сейчас мы тебе покажем и кузькину мать, и самого Кузьку». (На самом же деле в институте все радикально изменилось, чуть позже, под влиянием Кузьмича, по имени Егор). И вот на этом заседании, на этой охоте на «ведьм», мне посчастливилось увидеть и услышать аргументы в мою защиту настоящего человека и принципиального ученого. Это был Михаил Семенович Бродин. Он спокойно, очень весомо и смело продемонстрировал клеветнический характер всех обвинений против Старкова В. Н. Для меня это – полная неожиданность, поскольку до этого мы были знакомы лишь заочно. Тогда я очень тесно взаимодействовал с Н. В. Кухтаревым при исследовании некоторых проблем динамической голографии, нелинейной оптики и т.д. Я занимался исследованием математических моделей и решением довольно сложных краевых задач для систем дифференциальных уравнений. По инициативе Н. В. Кухтарева опубликовали ряд статей в соавторстве с М. С. Бродиным, А. А. Борщом и др. Собственно через Н. В. Кухтарева и знал меня М. С. Бродин.

Удивительно и странно было видеть с другой стороны лица людей, с которыми я общался в рабочем порядке почти ежедневно, которые знали меня не только с формальной точки зрения, были почти товарищами. Они бледнели и покрывались холодным потом под строгим взглядом мелкого коммунистического «опричника», не произнесли ни слова поддержки, молчаливо потакая распространению лжи и клеветы...

Пламя страстей вокруг наших фамилий резко пошло на убыль после неожиданной для многих сотрудников смены дирекции института. Директором ИФ НАНУ стал в 1987 году академик НАНУ Бродин Михаил Семенович.

При всем при том, Петр Михайлович Томчук являл собой в тот период по отношению к нам удивительно сдержанную и демократичную фигуру, разумеется, в организационном отношении. В научном же плане он был более чем внимателен. Он предоставил группе математиков полную свободу в выборе работы. У нас была самостоятельная тематика, мы обзавелись персональным компьютером, важнейшим инструментом вычислительной физики.

За 15 лет группой был опубликован не один десяток статей, налажен научный контакт с коллегами в Институте математики НАНУ, Институте кибернетики им. В. М. Глушкова НАНУ, МГУ им. М. В. Ломоносова, КГУ им. Т. Г. Шевченко и т.д. Таким образом, дорога к взаимопониманию с Петром Михайловичем торилась трудом, трудом и только трудом. И с каждым новым выполненным этапом работы отношения становились все более доверительными, а поддержка нашей деятельности с его стороны принимала четкие интеллектуальные очертания. Вспоминаю семинар отдела в октябре 1993 года, когда я делал отчетный доклад по выполнению темы: «Розробка алгоритмів та програм розв'язування актуальних задач оцінки і прогнозу

стану водних об'єктів з використанням методів обчислювальної фізики» (Грант 6/120; ДФФД). Во время выступления, пока я говорил о математической модели в виде начально-краевой задачи для квазилинейного уравнения параболического типа, П. М. все время как бы спешил и спрашивал: «А что дальше? Как вы решаете эту задачу?» Как только я произнес, что, в конечном счете, задача сведена к решению нелинейного интегрального уравнения сплайн-итерационным методом, Петр Михайлович в буквальном смысле просиял, потому что он сам всякий раз пытается свести задачу к интегральному уравнению. Такое единение стало поворотным пунктом в наших отношениях – тропа вышла на столбовую дорогу. Пожалуй, не меньшее моральное удовлетворение испытал и я в 2000 году, когда Петр Михайлович был избран членом-корреспондентом НАНУ по специальности «теоретическая и вычислительная физика». Это же очень здорово, что научное направление, которому посвящена вся наша деятельность в институте, получило такое ошутимое признание.

Вдохновенный мажорный аккорд в становлении товарищеских отношений прозвучал в выступлении Петра Михайловича на заседании Ученого совета Института кибернетики им. В. М. Глушкова НАНУ во время защиты мною докторской диссертации. Его выступление было красивым по форме и глубоко аргументированным по содержанию. Оно мне понравилось больше, чем собственный доклад. А ведь в это время (февраль 2001 г.) Петр Михайлович сильно заболел, его просто качало от слабости, и все равно он приехал на защиту. Такие поступки остаются в моей памяти навсегда.

Спасибо Вам, Петр Михайлович, за все! Поздравляю Вас с 80-летним юбилеем и желаю Вам всего самого доброго – крепкого здоровья, сильной иммунной системы, постоянных творческих успехов Вам и Богдану!

А еще очень хотелось бы посидеть с Вами в теплой компании 26 января 2029 года, когда Вам исполнится ровно три миллиарда (3 000 000 000) секунд, и услышать Ваш любимый тост: *«Давайте выпьем за хороших людей! Нас так мало осталось!»*

Вячеслав Старков

ПЕТРО МИХАЙЛОВИЧ ТОМЧУК



Ми знайомі вже досить багато років – більшу частину мого життя і половину життя Петра Михайловича. Я не уявляю, як склалося б моє життя і ким я зміг би стати, якби доля не звела мене з цією непересічною людиною. Ця зустріч стала для мене доленосною. Я не знаю, з якої причини, але при першій же зустрічі Петро Михайлович погодився взяти мене в аспірантуру, хоча на цій зустрічі я плів такі наївні дурниці з приводу теорії гравітації, що мені до цього часу є що згадати. Я думаю, що на той час Петро Михайлович здогадувався про деякі сторінки моєї біографії (сам факт мого народження на далекому Уралі говорив сам за себе), але він не побоявся підставити своє плече. Можливо, це відбулося і завдяки тому, що сам він пройшов нелегкий, тернистий шлях від сільського хлопчика до доктора наук, а на той час це значило дуже багато. Сам же я дуже хотів відповідати надіям, які на мене покладали, тому я слухав і вчився... І невдовзі зрозумів, що інакше і не могло бути. Не можу сказати, що на світ я дивлюся очима Петра Михайловича, але при моральному виборі моєї поведінки він завжди присутній.

Навчання в аспірантурі було одним з найкращих періодів мого життя. Я з головою занурився в атмосферу служіння науці, а роль Петра Михайловича зводилася не до менторських настанов, а до допомоги нам, молодим, адекватно сприймати доволі щирої дійсності. Від нього завжди можна було почути дружню пораду або прекрасну ідею під час плідної розмови про ВСЕ. У цьому розумінні Петро Михайлович є великим Вчителем, коли на власному прикладі передає свій неперевершений досвід тим, хто хоче все це осилити. Один з його принципів стосовно учнів полягає в тому, як він часто повторює, що порятунок потопаючих – справа рук самих потопаючих. Дехто спливав зразу, а той, хто боровся, вчився плавати і доходив до глибин, завжди мав його дружню підтримку, не тільки на словах, а й на ділі. Він завжди намагався прищепити нам любов до науки і вчив нас, що займатися улюбленою справою потрібно не тільки для того, щоб заробляти гроші на прожиття, а й тому, що без цього ти вже просто не зможеш жити.

Мені на все життя закарбувалися його слова про те, що великі музиканти навіть після успішних концертів щодня продовжують грати на своїх інструментах. Вони точно вміють грати, але кожен день відшліфовують свою майстерність і просто вже не можуть жити без музики. І, як переконаний мій шеф, а з ним і я, коли досягаєш цього стану, то можна вважати, що ти вибрав правильну професію і зробив правильний і найкращий вибір у цьому житті...

Першу свою роботу я робив чотири роки і інколи думав, що вже ніколи не осилию цієї ноші. Щоправда, і завдання було досить складним – описати на мікроскопічному рівні рідкі кристали. Тоді це була нова і екзотична справа для Інституту фізики. Не буду говорити, скільки паперу було списано величезними формулами, а рішення прийшло у вигляді дуже простої і плідної ідеї. Після чого, як мені здається, я отримав карт-бланш від Петра Михайловича, і в подальшому ми працювали разом вже як колеги, а наскільки це плідна співпраця, судити не мені. Можу тільки сказати, що в усіх роботах, що зроблені мною, навіть самостійно, є частинка праці Петра Михайловича. Йому і зараз важливо, чи може молода людина відмовитися від деяких благ заради того, щоб отримати якийсь, хоч малий, але результат, у тому напрямку, який вона обрала. Свобода з вибором задач і методів завжди була основою навчання Петра Михайловича, але чого він ніколи не допускав і не допускає, то це фальші – ні в житті, ні в науці. Його не приваблюють просто голі ідеї, з якими до нього інколи приходять його учні. Для нього ідея повинна бути конкретною, бо тільки тоді можна відшукати шлях її вирішення, отже, спочатку потрібно зробити оцінки її реалізації. Його віртуозність в оцінках варті окремої розповіді. А такого блискучого таланту розправлятися зі складними формулами, обчислювати інтеграли або розв'язувати складні рівняння я ні в кого не спостерігав. І найголовніше, що рішення, яке отримав ним, стовідсотково правильне. За пройдений шлях він перелопатив гори формул, отримав масу дуже важливих і цінних результатів, і я точно знаю, що навіть зараз Петро Михайлович ще дуже активно і плідно працює, а його результати завжди заслуговують всебічної уваги.

Можу навести ще один приклад нашої співпраці, коли ми три роки в чотири руки рахували задачу про взаємодію колоїдних частинок у рідкому кристалі. Наша робота була вже в редакції журналу, коли вийшла дуже відома нині робота Любенського. Підходи були різні, але результат виявився однаковим. Пізніше ми знайшли цьому пояснення і з'ясували, що такого роду задачі мають одне правильне рішення, хоча підходи до його отримання можуть відрізнятись. З часом наш підхід отримав широке визнання, але я згадав про це не для того, щоб підкреслити актуальність того, чим займається Петро Михайлович, а для того, щоб сказати про його реакцію на такі перипетії. Для нього все, що відбувається навколо самої публікації – не важливо. Важливим для нього є задоволення, яке він отримує при вирішенні таких складних завдань, а також те, наскільки і кому це може бути потрібним. Для нього про помилковість тверджень або отриманих результатів мови не може бути взагалі, бо це наукова репутація, а її нічим не можна замінити, навіть кількістю отриманих неправильних результатів.

Тепер всі ганяються за рейтингом цитувань, але в часи молодості й дуже активного наукового життя Петра Михайловича не було навіть таких поривів. Переконалий, що дуже багато теоретиків тодішнього Радянського Союзу чули і добре знали Петра Михайловича Томчука і рахувалися з його думками. Я неодноразово був свідком, коли відомі вчені при високих посадах приходили на консультацію до нього і були щасливі почути його ідеї з того чи іншого питання. А чого вартий очолюваний ним семінар відділу теоретичної фізики! Виступити на ньому вважається за честь і зараз. А якщо врахувати атмосферу, яка панувала на тих семінарах, то можна тільки пишатися тим, що був причетним до них, спілкувався з такою кількістю цікавих, неорди-

нарних людей. Така атмосфера виникає тільки тоді, коли люди стають однодумцями, щиро закоханими у свою справу, або однаково сприймають навколишній світ і готові самовіддано працювати над вирішенням назрілих проблем. Прийшовши дуже молодим, як на сьогодні, до керівництва відділу, Петро Михайлович зміг добитися цієї неперевершеної атмосфери своєю працею і своїм особистим ставленням до науки, добрим рівним відношенням до всіх своїх співробітників – як молодих, так і вже добре відомих. Ця атмосфера давала відчуття свободи, хоча б у питаннях науки. Як стверджує шеф, фізика вимагає якомога більше правди і не терпить фальші, бо все, тим чи іншим шляхом, можна перевірити. А така компонента його поведінки, як розказування анекдотів, дозволяла розслабитися і подивитися на життя трохи з іншого боку.

Ще одна характерна риса Петра Михайловича – він ніколи не показує свого невдоволення тим, що відбувається. Кілька разів я бачив його червоногарячим, але те, що довело його до такого стану, вимагало, як на мене, більш гострої реакції. За будь-яких обставин він залишається спокійним, хоча б зовні, і ніколи не тримає зла ні на кого, скільки б це йому не коштувало сил і нервів. На такі вчинки здатна тільки велика і дуже сильна людина. Він знає собі ціну, але ніколи не буде нав'язувати свою кандидатуру для отримання якихось вигід. Здається, що всі ці вигоди якимось чином самі знаходять його, а всі оточуючі вважають за честь бути в цей час поряд з ним. Державних відзнак та нагород іншого ґатунку у нього чимало, хоча заслужив він, на мою думку, значно більшого. Сам Петро Михайлович вважає, що не важливо – як ти сам оцінюєш себе, важливим є те, як оцінює тебе оточення. А оцінка його як людини, науковця і неординарної особистості дуже висока. Його відданість науці, порядність і принциповість високо цінуються всіма нами, його учнями, що впливає і на нашу поведінку. Чого тільки вартий його незмінний розпорядок дня з тією особливістю, що незалежно від погодних умов, незалежно від призначених заходів він його повністю виконує – кожний день починається і закінчується пішою прогулянкою. І навіть на засідання Академії, незалежно від погоди, він приходить пішки, адже норма фізичних навантажень повинна бути виконана. Підтримка фізичного стану допомагає йому бути завжди в добрій фізичній формі і підтримувати повсякчас життєстверджувальний тонус. До цього часу він щось рахує і пише сам, дає вказівки молодим учням, вирішує багато дрібних справ і залишається доброзичливим радником і просто дуже хорошою людиною.

Мені дуже пощастило, що я маю такого вчителя і радника. Можна ще багато розказувати про Петра Михайловича, але я хотів би залишити деякі моменти до наступних його ювілеїв, які ми всі ще будемо святкувати.

Богдан Лев

ПМ



Ми познайомилися з ПМ наприкінці жовтня 1972 року. Мене було направлено до Києва на переддипломну практику до іншого інституту, але вже наступного дня після приїзду до Києва я вирушив до Інституту фізики. В цей час завідувач відділу теоретичної фізики в Інституті фізики О. С. Давидов став директором Інституту теоретичної фізики, а до завідування теорвідділом в Інституті фізики ставав ПМ. Тобто життя відділу, всього інституту, ПМ та моє характеризувалися перехідними процесами.

Учений секретар Інституту фізики – тоді В. І. Мельник – після телефонного з'ясування, чому я хочу у відділ теорфізики на практику, спрямував мене до О. С. Давидова, котрий, пославшись на зайнятість у зв'язку з переходом і майбутньою роботою директором Інституту теорфізики, переспрямував мене до ПМ. На мої слова про бажання займатися наукою ПМ тоді сказав: «Будь ласка, мабуть, щось і вийде...». Це стосувалося тільки мене, хоча загальновідомою є інша його теза: «Порятунок потопаючих – справа рук самих потопаючих». Перехідний процес закінчився захистом ПМ докторської дисертації у 1972 році і 39-им днем народження ПМ у 1973 році.

ПМ любляв приходити у гуртожиток на вул. Е. Потье, де у той час мешкали кілька його аспірантів і молодих співавторів і де ми провадили «хатні» наукові семінари. Тематика семінарів була різноманітною. Наприклад, коли до нас приходив В. С. Машкевич, також співробітник нашого відділу, він розповідав нам про свої нові ідеї. У період «хатніх» семінарів відбулася одна помітна для всіх подія – 50-річний ювілей ПМ, святкування котрого сталося у ресторані «Столичний» на Хрещатику. Тоді ж було виготовлено Грамоту – мій перший і поки що єдиний досвід створення подібних документів. Грамота, наскільки я можу судити, сподобалася ювілярові, оскільки от уже 30 років висить у кабінеті ПМ.

Творчість у нашому відділі розвивалася без вказівок «згори» навіть «в епоху розвиненого соціалізму». Наприклад, у нашому відділі видавався рукописний журнал «Функтор – Аперіодичне стендове видання». Всього «Функторів» було два номери (перший вийшов у 1984 році, а другий – у 1986), тираж кожного – один екземпляр, виготовлений на механічній друкарській машинці «Optima». Стенд (шкільна дошка) був напроти кабінету ПМ. Отже, можливо, що аперіодичність «Функтора» підтвердиться у майбутньому.

Загальновідомо, що більш за все ПМ цінує власну та інших людей внутрішню свободу. Якось, коли ми обговорювали природу такого явища як плагіат, ПМ зауважив, що «кількість слів обмежена, от і буває, що люди повторюють те, що хтось вже

сказав». ПМ вислуховує думку кожного співробітника, але рішення завжди приймає сам. Тому, коли на семінарах збирається декілька поколінь, навіть тих, хто народився або жив «в епоху розвинуеного соціалізму», кожний відчуває себе *своїм серед своїх*.

Сергій Рожков



ПРОФЕСОР П. ТОМЧУК ЯК УНІКАЛЬНЕ ЯВИЩЕ В УКРАЇНСЬКІЙ НАУЦІ



Коли в 1981 р. я став співробітником теоретичного відділу, то одразу отримав завдання від керівника відділу, професора Петра Михайловича Томчука, вивчати протонний рух в біологічних системах. Для мене це було дуже незвично, адже в університеті я вивчав класичні фізичні дисципліни, орієнтовані на фізику конденсованого середовища, а після університету два роки працював експериментатором-технологом – робив тонкі багатокомпонентні плівки і досліджував їхні надпровідні властивості при температурах рідкого гелію. А тут раптом – біофізика! Ну що ж, почалися нові трудові будні. І ці будні були тяжкі і для мене, і для самого професора Томчука, адже він також був початківцем у біофізиці. Дослідження були нелегкими, адже всі співробітники відділу і всі наукові семінари відділу не були орієнтовані на біофізику.

Водночас, самі семінари відділу – то було щось надзвичайне! Можна було чути про найпередовіші дослідження в галузях рідких кристалів, твердотільної та газової плазми, флуктуації атомів на поверхні та об'ємі кристалів, провідності у напівпровідниках та особливостей їхньої структури, нелійнійних явищ в лазерній оптиці, а також і про проблеми фундаментальної фізики, зокрема з основ квантової механіки. Науковці доповідали на семінарах теоретичні концепції, математичні викладки, досліджували моделі, проводили порівняння з дослідами. Все це захоплювало і розширювало мій науковий кругозір. Поступово Петро Михайлович та я ставали дедалі впевненішими в наших моделях трансмембранного руху протонів. Ми встановили наукові контакти з декількома відділами в Інституті теоретичної фізики, а також і в Московському університеті, зокрема із всесвітньо відомою лабораторією біофізики професора В. Скулачова.

Пригадую розмови тих часів зі співробітниками інститутської бібліотеки. Вони зазначали, що, працюючи з Петром Михайловичем, я можу швидко розраховувати на написання кандидатської дисертації, оскільки він дуже творча і цілеспрямована на кінцевий результат людина. Так і сталося: дисертацію я написав досить упевнено і за короткий час.

Запам'ятав одну розмову зі співробітником відділу теоретичної фізики Миколою Кухтаревим, яка відбулася десь наприкінці 1980-х років. Він відзначав дуже високий рівень Петра Михайловича як методиста. Я також звернув увагу на цю особливу рису професора Томчука: він здатен розписати цілий напрямок досліджень з певної тематики так, що після 3-5 років роботи дисертація визріває автоматично. Такі до-

слідження включають: вивчення і досконале оволодіння певним математичним апаратом, який є необхідним для дослідження даної проблеми; пошук паралелей між даною проблемою і схожими проблемами в суміжних галузях фізики; встановлення контактів з іншими теоретичними групами; пошук необхідних дослідних даних; прицільні контакти з експериментаторами, які працюють за даною тематикою.

Професор Томчук виростив цілу плеяду учнів-послідовників, які працювали і працюють у найрізноманітніших галузях фізики. Найважливіша риса Петра Михайловича – це його глибинний демократизм у взаєминах. Він завжди ввічливий, тактовний і чуйний, радий вислухати будь-кого і з будь-якої проблеми, навіть далекої від науки. Його поради завжди були цінними для мене, й відіграли велику роль в моєму становленні як фізика.

Володимир Красноголовець

ПРО ВІДДІЛ ТЕОРЕТИЧНОЇ ФІЗИКИ І ПЕТРА МИХАЙЛОВИЧА ТОМЧУКА



Уявімо, що ці рядки будуть читати років через 30 студенти, аспіранти, науковці. Можливо, як мені хотілося б відчувати атмосферу роботи київських фізиків-теоретиків до нас, так і їм буде цікаво дізнатися, а хто був у цих кімнатах на третьому поверсі лівого крила 1-го корпусу Інституту фізики до них.

Я пишу ці короткі рядки, щоб висловити свої враження про керівника ВТФ часів перебудови, розпаду Союзу і здобуття незалежності. За цей час у ВТФ працювали яскраві особистості: Вінецький В. Л. – з фізичною інтуїцією, Владимиров В. В. – з умінням відчувати гру чинників фізичного ефекту пальцями, Машкевич В. С. – здатний до стратегічного фізичного пошуку, Ніцович Б. М і Пестряков Г. М. – зі швидкою реакцією і вродженою інтелігентністю, віртуозний Белоцький Є., мій керівник Лукомський В. П. – зі строгим математичним підходом до опису нелінійних хвиль і теплою, доброзичливістю й толерантністю у ставленні до людей, математики Тивончук В. І. і Поляков Р. В., блискавичний у думках Шадчин Є., інші неординарні співробітники.

І зараз працюють у відділі дуже нестандартні люди, яких важко було б об'єднати пересічному керівнику: фізик і відроджувач історії української фізики Шендеровський В. А., піонер із застосування обчислювальної математики в ІФ Старков В. М., енциклопедичних знань фізики-теоретики Лев Б. М., Чумак О. О., Пергаменщик В. М., у всьому критичний теорфізик Рожков С. С., аналітичного складу мислення Кондрачук О., оригінальний у поглядах Красноголовец В., незвичного підходу до фізичних проблем Бондаренко В., самобутній Лук'янець С., спокійний і врівноважений Льовшин О., ще молоді, дуже обдаровані Семенов А., Ганджа І., Чернишук С., Узункова В.

Самостійні, незалежного характеру, амбіційні співробітники нашого відділу давно вже стали терплячішими і врівноваженішими, маючи перед собою приклад керівника. Щиро кажу – нам неймовірно пощастило. Петро Михайлович мудро об'єднав нас всіх з усіма нашими різноманітними характерами. Але ще й зараз нам, можливо, за винятком найстарших, треба вчитися його рисам. Доброта християнська, толерантність (не політична, а природна), пам'ять рідкісна, реакція блискавична (до речі, крім фізико-теоретичного застосування, це ще проявляється у миттєвому згадуванні десятків анекдотів у контексті сюжетів розмов під час святкових зустрічей), глибина думки, вражаючі енциклопедичні знання у багатьох розділах теоретичної фізики, неймовірна швидкість розуміння доповідача з різних тем під час семінарів. Він ніко-

ли не перебиває, але, коли треба уточнення думки доповідача, воно відбувається під час останнього слова, речення, замість крапки, тоді, як я, звичайно, ще осмислюю початок або середину речення. Що ще вражає: надзвичайно рідкісна, якась природна, непідробна доброзичливість і повага до людини, простота.

Якщо скласти людей нашого відділу, то ми побачимо разом те, чим вражає П. М.: в когось чудова пам'ять, у цих швидкість реакції, у тих глибина думки, в когось знання майже всіх розділів теорфізики. Це все так потрібно фізикам-теоретикам і є в однієї людини – у Петра Михайловича. Але що ще властиве саме Петрові Михайловичу як мудрому керівнику: він терпляче чекає і не заважає виконанню роботи, дозволяє працювати самостійно, а в творчості, якою зокрема є робота теорфізика, важливо відчувати, що ти робиш сам для себе: шукаєш свій ефект або виводиш своє рівняння. Це може стати найвагомішим стимулом до наукового пошуку при маленькій зарплаті і наріканнях збоку.

Бути сучасним фізиком-теоретиком дедалі складніше. Знання в теорфізиці накопичуються експоненційно, кількість журналів і сторінок в них росте неосяжно. Тримати це в голові стає неможливим. Тим більше складно бути керівником відділу теоретичної фізики, знати майже все. Необхідна феноменальна пам'ять, швидкість осягнення теорфізичної інформації і математичних перетворень, глибина думки разом зі швидкістю думки. Таких людей мало. Саме такий наш Петро Михайлович. Він і в такому віці енергійніший і зібраніший за молодих. І дуже хотілось би, щоб він був здоровим якомога довше.

Юрій Седлецький

КОРОТКІ ЕПІЗОДИ ПРО БАТЬКА

«РАЗ НА РАЗ НЕ ПРИПАДАЄ...»



Коли я був ще геть малий, дитсадок/перші класи школи, вибрались ми з батьком і ще одною сім'єю «на шашлики». Місце та антураж традиційні: берег «Дідоровських» озер. Бігаючи босоніж по галявині, я випадково наступив на осу, яка мені цього не подарувала і вжалила. Далі були традиційні сльози та заспокоювання, в процесі яких батько розповів мені історію про себе: якось «на природі» він теж наступив на осу, котра також його вкусила. Різниця з моєю історією була в тому, що на цьому не закінчилося: відскакуючи від укусу, він другою ногою натрапив на другу осу, яка, звісно, вкусила за другу ногу. Як кажуть: «Раз на раз не припадає...»

«АВТОБУС»

У кожного з нас є якісь «звички». Мій батько час до часу, шпаціруючи та міркуючи, випускає крізь зуби повітря, що дає досить голосний шиплячий звук. Так от, одного разу, йдучи коридором якогось інституту і повністю поринувши в свої думки, він випустив крізь зуби повітря. В історії не було б нічого цікавого, якби він не був «висіпнутий» зі своїх міркувань людиною, котра різко зупинилася перед ним. Обернувшись, трохи зблідла жінка пояснила, що їй здалося, ніби у неї за спиною зупинився автобус...

Богдан Томчук

**ВИБРАНІ НАУКОВІ ПРАЦІ
ТОМЧУКА ПЕТРА МИХАЙЛОВИЧА**

ВЛИЯНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА ТЕМПЕРАТУРУ ЭЛЕКТРОНОВ, ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ И ТЕРМОЭЛЕКТРОННУЮ ЭМИССИЮ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

1. АТОМАРНЫЕ ПОЛУПРОВОДНИКИ. РАЗВИТИЕ МЕТОДА

И. М. Дыкман и П. М. Томчук

Решением кинетического уравнения найдена функция распределения электронов в атомарных полупроводниках в присутствии электрического поля. Учтены взаимодействия электронов с акустическими фононами, примесными центрами, а также их кулоновское взаимодействие друг с другом. Показано, что при определенных условиях межэлектронное взаимодействие приближенно приводит к максвелловскому распределению с эффективной температурой T , отличной от температуры T_0 решетки. Вычислены ток проводимости и T в зависимости от напряженности электрического поля и параметров полупроводника. Так как T может заметно превышать T_0 , то этот эффект особенно сильно скажется на величине термоэлектронной эмиссии. Полученное решение применено также для определения функции распределения и электронного тока в плазме.

Введение

В равновесных условиях при отсутствии электрического поля электроны проводимости в полупроводнике описываются максвелловской функцией распределения с температурой решетки T_0 . Включение электрического поля увеличивает среднюю энергию электронов и деформирует их функцию распределения. Подобная деформация в плазме, например, приводит снова к максвелловскому распределению с температурой T , отличной от температуры газа (так как из-за большого различия масс атомов и электронов последние обмениваются энергией главным образом только друг с другом). В полупроводниках в зависимости от ряда факторов (в том числе от концентрации электронов) межэлектронные взаимодействия могут играть разную роль. Во многих случаях их воздействие пренебрежимо мало. Именно для таких случаев путем решения кинетического уравнения Давыдовым и Шмушкевичем [1] и позже Ямашита и Ватанаба [2] была найдена функция распределения электронов в атомарных и ионных полупроводниках. Как и следовало ожидать, пренебрежение межэлектронным обменом энергии приводит приближенно к максвелловскому распределению только в предельных случаях слабых полей. Согласно [1], симметричная часть функции распределения у атомарных полупроводников заметно отличается от максвелловской при полях 10^3 в/см. У ионных кристаллов при высоких температурах ($kT_0 \gg \hbar\omega_0$, где ω_0 — предельная частота оптических фононов) даже слабые поля сильно искажают функцию распределения в области больших энергий ($\varepsilon \gg kT_0$). Поэтому в указанных случаях электронный газ в полупроводнике нельзя характеризовать ни температурой решетки T_0 , ни какой либо другой температурой.

В последнее время (см., например, [3]) в литературе участилось появление работ, посвященных так называемым „горячим“ электронам в полупроводниках. Как правило, авторы указанных работ не ищут функции распределения электронов и не доказывают возможности введения электронной температуры. Последняя определяется формально из соотношения $kT = \bar{\varepsilon}$, где $\bar{\varepsilon}$ — средняя энергия электронов — находится приравниванием мощности, полученной электроном от поля к мощности, отданной им решетке. Определенная так температура не всегда является истинной электронной температурой. Согласно сказанному, только тогда, когда кулоновское взаимодействие электронов оказывается более эффективным, чем другие их взаимодействия, иными словами, когда электронный газ в полупроводнике можно рассматривать как квазизамкнутую подсистему, только тогда имеет смысл введение электронной температуры. Это не исключает, естественно, интереса к эффекту увеличения $\bar{\varepsilon}$ в зависимости от поля. Так, Левитин [4], пользуясь функцией распределения [1], впервые количественно рассмотрел влияние этого эффекта на термоэлектронную эмиссию полупроводников, особенно чувствительную к виду функции распределения в области больших энергий электронов. Позже Гинзбург и Шабанский [5] учли разогрев электронного газа полем при определении термоэлектронной эмиссии металлов.

Взаимодействие электронов друг с другом в работах [4, 5] не учитывалось. Применительно к полупроводникам оно было учтено в работе Фрелиха и Паранджапы [6]. Данные авторы явно ввели в кинетическое уравнение член, описывающий межэлектронные столкновения. Однако само кинетическое уравнение в работе [6] не решалось, а функция распределения наперед задавалась. Вопрос о законности принятой аппроксимации функции распределения в работе не исследован, поэтому точность полученных результатов осталась не выясненной. Она не оценивалась и в последующих работах Паранджапы [7] и Стреттона [8], в которых идеи и результаты работы [6] применялись для вычисления некоторых конкретных величин, как то: подвижности, пробойного поля и т. д.

Влияние межэлектронных взаимодействий на явления переноса в полупроводниках рассматривалось недавно в ряде работ Соды и соавторов [9]. В этих работах кинетическое уравнение также не решалось, а функция распределения электронов бралась в виде, полученном Спитцером и Хермом [10] для полностью ионизованного газа. Колебания решетки и наличие примесных центров учитывались путем введения соответствующих времен релаксации, причем предполагалось, что все виды рассеяния действуют независимо друг от друга. Критерии применимости исходных формул в работах [9] не приведены.

В настоящей работе решается кинетическое уравнение и ищется функция распределения электронов в полупроводниках, учитывая взаимодействие электронов с колебаниями решетки, примесными центрами и их кулоновское взаимодействие друг с другом. Из вывода уравнения и его решения вытекают границы применимости полученных результатов.

Постановка задачи

Будем рассматривать атомарный бесконечный и однородный полупроводник с постоянной (во времени и пространстве) концентрацией n электронов в полосе проводимости. Для начала ограничимся атомарными полупроводниками с квадратичным законом дисперсии $\varepsilon = \frac{p^2}{2m}$, где ε , p и m соответственно энергия, импульс и эффективная масса электрона. Пусть к полупроводнику в направлении оси z приложено

однородное электрическое поле F . В стационарном состоянии нормированная к n функция распределения $f(p)$

$$\int f(\mathbf{p}) d\mathbf{p} = n \quad (1)$$

находится из следующего кинетического уравнения

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_F + \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_L + \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_e + \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_S = 0, \quad (2)$$

в котором учтены изменения $f(\mathbf{p})$ вследствие влияния поля F , колебаний решетки L , межэлектронных взаимодействий e и рассеяния примесями ионами S .

Решение уравнения (2), как обычно, будем искать путем разложения $f(\mathbf{p})$ по полиномам Лежандра относительно $\frac{p_z}{p}$ и ограничимся первыми двумя членами разложения

$$f(\mathbf{p}) = f_0(p) + \cos \vartheta f_1(p); \quad (\cos \vartheta = \frac{p_z}{p}). \quad (3)$$

При таком разложении первое слагаемое уравнения (2) имеет вид

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_F = e_0 F \left[\cos \vartheta \frac{\partial f_0}{\partial p} + \cos^3 \vartheta \frac{\partial f_1}{\partial p} + \frac{\sin^2 \vartheta}{p} f_1(p) \right] \quad (4)$$

(e_0 — элементарный заряд).

Изменение функции распределения вследствие взаимодействия электронов с акустическими колебаниями при предполагаемых здесь относительно высоких температурах решетки ($T_0 > \theta$, где θ — дебаевская температура), согласно [1], можно представить в виде

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_L = \frac{s^2}{lkT_0} \frac{1}{p^2} \frac{d}{dp} \left[g^4 \left(f_0 + \frac{mkT_0}{p} \frac{df_0}{dp} \right) \right] - \frac{g^4}{lmp^3} \cos \vartheta f_1(p). \quad (5)$$

Здесь s — скорость звука в кристалле, l — длина свободного пробега столкновений с фононами при предельно слабом поле

$$l = \frac{3\hbar^2 \mathcal{M} s^2 q_0^3}{8\pi C^2 m^2 k T_0}, \quad (6)$$

$\mathcal{M}$ — масса иона решетки; C — параметр энергии, характеризующий связь электрона с решеткой [11]; q_0 — максимальный импульс фонона ($q_0 = \frac{k\theta}{s}$). Входящая в (5) функция g равна $g = p$ при $p \leq \frac{q_0}{2}$ и $g = \frac{q_0}{2}$ при $p \geq \frac{q_0}{2}$.

Чтобы определить вид третьего слагаемого уравнения (2), будем исходить из того, что при кулоновских силах главную роль играют столкновения с большими прицельными расстояниями сталкивающихся частиц. В силу этого столкновения электронов друг с другом приводят в основном к отклонениям на малые углы с малым изменением скорости. Изменение $f(\mathbf{p})$, обусловленное такого рода столкновениями, было вычислено Ландау [12]. Для случая, соответствующего нашему, когда

полный заряд всех частиц системы равен нулю, выражение, полученное Ландау, можно представить в следующем виде

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_e = -Bm \sum_{i,k=1}^3 \frac{\partial}{\partial p_i} \int \left[f(\mathbf{p}) \frac{\partial f(\mathbf{p}')}{\partial p'_k} - \frac{\partial f(\mathbf{p})}{\partial p_k} f(\mathbf{p}') \right] \frac{\partial^2 (|\mathbf{p} - \mathbf{p}'|)}{\partial p_i \partial p_k} d\mathbf{p}, \quad (7)$$

где

$$B = 2\pi e^4 \ln \frac{h}{b_0}. \quad (8)$$

Здесь и ниже e — эффективный заряд электрона (равный элементарному заряду, разделенному на показатель преломления); h — дебаевский радиус экранирования ($h^2 = \frac{kT}{4\pi n e^2}$); b_0 — параметр, характеризующий прицельное расстояние, при котором энергия взаимодействия сталкивающихся частиц $\frac{e^2}{b_0}$ оказывается порядка средней кинетической энергии.

По оценке Спитцера [13], $b_0 = \frac{e^2}{3kT}$.

При выводе выражения (7) предполагалось, что $b_0 \ll h$. Кроме того, поскольку в работе [12] рассматривались только парные соударения, то должно еще иметь место неравенство $b_0 \ll d$, где d — среднее расстояние между электронами. Доказано [14], что полученные формулы правильно описывают последовательные столкновения, распространенные на случаи прицельных расстояний $> d$, и что эффект многих далеких соударений превышает эффект близких соударений.

Если указанные неравенства удовлетворены, то погрешность формулы (7) может быть связана еще со следующими двумя обстоятельствами: 1) упомянутым пренебрежением близкими соударениями и 2) пренебрежением взаимодействия электронов с упорядоченными плазменными колебаниями электронной системы в целом. Как показано в работах [10, 14], это пренебрежение приводит к относительной ошибке порядка $\frac{1}{\ln \frac{h}{b_0}}$.

Введем следующие операторы, действующие на некоторую функцию $\eta(x)$,

$$\left. \begin{aligned} A_1 \eta(x) &= \int_0^x x^2 \eta(x) dx; \\ A_2 \eta(x) &= \frac{1}{3} \left[\frac{1}{x^3} \int_0^x x^4 \eta(x) dx + \int_x^\infty x \eta(x) dx \right]; \\ A_3 \eta(x) &= \frac{1}{3} \left[\frac{1}{x^3} \int_0^x x^3 \eta(x) dx + \int_x^\infty \eta(x) dx \right]; \\ A_4 \eta(x) &= \frac{1}{5} \left[\frac{1}{x^5} \int_0^x x^5 \eta(x) dx + \int_x^\infty \eta(x) dx \right]. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Если в (7) подставить функцию распределения (3), то после некоторых преобразований, учитывая обозначения (5), получаем

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_e = 8\pi Bm \left\{ \frac{1}{p^2} \frac{d}{dp} L[f_0(p), f_0(p)] + \cos \vartheta M[f_0(p), f_1(p)] \right\}, \quad (10)$$

где

$$\left. \begin{aligned} L[f_0(p), f_0(p)] &= f_0(p) A_1 f_0(p) + \\ &+ p^2 \frac{df_0}{dp} A_2 f_0(p), \\ M[f_0(p), f_1(p)] &= \frac{d^2 f_1}{dp^2} A_2 f_0(p) + \\ &+ \frac{df_1}{dp} \left[\frac{1}{p^2} A_1 f_0(p) + \frac{1}{p^2} \frac{d}{dp} (p^2 A_2 f_0) \right] + \\ &+ f_1(p) \left[2f_0(p) - \frac{1}{p^3} A_1 f_0(p) - \right. \\ &- \left. \frac{1}{p^3} \frac{d}{dp} (p^2 A_2 f_0) \right] + p \frac{d^2 f_0}{dp^2} A_4 f_1(p) + \\ &+ \frac{df_0}{dp} [A_3 f_1(p) - A_4 f_1(p)]. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Формулу (7) можно применить также для определения $\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\infty}$. Будем считать, что электроны проводимости в полупроводнике возникают главным образом вследствие однократной ионизации примесных центров. Таким образом, концентрация примесных положительных ионов равна n -концентрации электронов проводимости. Применительно к взаимодействию электронов с ионами массы $\mathcal{M}_1$ формула (7) имеет следующий вид

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\infty} &= -Bm^2 \sum_{i,k=1}^3 \frac{\partial}{\partial p_i} \int \left[f(\mathbf{p}) \frac{\partial \varphi}{\partial p_k} - \varphi(\vec{\mathcal{P}}) \frac{\partial f}{\partial p_k} \right] \times \\ &\times \frac{\partial^2}{\partial p_i \partial p_k} \left(\left| \frac{\mathbf{p}}{m} - \frac{\vec{\mathcal{P}}}{\mathcal{M}_1} \right| \right) d\vec{\mathcal{P}}, \end{aligned} \quad (12)$$

где $\varphi(\vec{\mathcal{P}})$ — функция распределения примесных ионов по импульсам. Примем, что ионы покоятся и поэтому $\varphi(\vec{\mathcal{P}})$ можно представить в виде

$$\varphi(\vec{\mathcal{P}}) = n \delta(\mathcal{P}_x) \delta(\mathcal{P}_y) \delta(\mathcal{P}_z). \quad (13)$$

Подстановка (13) в (12) дает

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\infty} = Bnm \left[\frac{1}{p} \left(\Delta_p f - \frac{\partial^2 f}{\partial p^2} \right) - \frac{2}{p^2} \frac{\partial f}{\partial p} + \frac{2m}{\mathcal{M}_1} \frac{1}{p^2} \frac{\partial f}{\partial p} \right]. \quad (14)$$

Принимая во внимание вид функции (3), получим

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\infty} = -2Bnm \left[\frac{\cos \vartheta}{p^3} f_1(p) - \frac{m}{\mathcal{M}_1} \frac{1}{p^2} \left(\frac{df_0}{dp} + \cos \vartheta \frac{df_1}{dp} \right) \right]. \quad (15)$$

(Члены порядка $\frac{m}{\mathcal{M}_1}$ ниже опущены).

Подставим выражения (4), (5), (10), (15) в уравнение (2). Как обычно, умножим его на $\sin \vartheta d\vartheta$ и $\sin \vartheta \cos \vartheta d\vartheta$ и проинтегрируем по ϑ от 0 до π . Это дает систему двух интегродифференциальных уравнений для определения функций $f_0(p)$ и $f_1(p)$. Первое из этих уравнений можно один раз проинтегрировать, после чего получим

$$\frac{8\pi Bm}{p^2} L[f_0(p), f_0(p)] + \frac{s^2}{lkT_0} \frac{g^4}{p^2} \left(f_0 + \frac{mkT_0}{p} \frac{df_0}{dp} \right) + \frac{1}{3} e_0 F f_1 = 0. \quad (16)$$

Второе уравнение системы имеет вид

$$8\pi BmM[f_0(p), f_1(p)] - 2Bm\pi \frac{f_1}{p^3} - \frac{g^4}{lmp^3} f_1 + e_0 F \frac{\partial f_0}{\partial p} = 0. \quad (17)$$

Целесообразно уравнение (16) умножить на $p^3 dp$ и проинтегрировать его в пределах от 0 до ∞ . Используя очевидные [непосредственно вытекающие из (1)] условия $f_0(p) \rightarrow 0$ при $p \rightarrow \infty$ и $(p^3 f_0) \rightarrow 0$ при $p \rightarrow 0$, получим следующее интегральное соотношение

$$\frac{s^2}{lkT_0} \int_0^\infty \left(f_0 + \frac{mkT_0}{p} \frac{df_0}{dp} \right) g^4 p dp + \frac{1}{3} e_0 F \int_0^\infty f_1(p) p^3 dp = 0, \quad (18)$$

выражающее передачу решетке всей энергии, полученной электронным газом от поля. Формула (18) будет использована ниже для определения электронной температуры.

Решение кинетического уравнения. Определение электронной температуры

При решении системы (16)–(17) удобно перейти к безразмерным переменным и функциям. Для этого положим

$$x = p\sqrt{\alpha}, \quad \xi_0(x) = \frac{1}{D} f_0(p), \quad \xi_1(x) = \frac{1}{D} f_1(p), \quad (19)$$

где

$$\alpha = (2mkT)^{-1}, \quad D = n \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^{3/2}. \quad (20)$$

В новых переменных уравнение (16) имеет следующий вид

$$\frac{1}{x^2} L[\xi_0(x), \xi_0(x)] + \beta_1 \frac{g_1^4}{x^2} \left[\xi_0(x) + \frac{1}{2x} \frac{T_0}{T} \frac{d\xi_0}{dx} \right] + \beta_2 \xi_1(x) = 0. \quad (21)$$

Здесь введены обозначения

$$\beta_1 = \frac{s^2}{8\pi Bm l k T_0 D \alpha^{1/2}} = \frac{ms^2 (kT)^2}{4\sqrt{\pi} ne^4 l k T_0 \ln \frac{h}{b_0}}; \quad \beta_2 = \frac{kT e_0 F}{24 \sqrt{\pi} ne^4 \ln \frac{h}{b_0}}, \quad (22)$$

$$g_1 = x \text{ при } x \leq \frac{x_0}{2}; \quad g_1 = \frac{x_0}{2} \text{ при } x \geq \frac{x_0}{2}; \quad x_0 = q_0 \sqrt{\alpha}.$$

Коэффициенты β_1 и β_2 обратно пропорциональны концентрации электронов n , поэтому при достаточно больших n [при которых, однако, критерии применимости (7) не будут нарушены] могут удовлетворяться условия $\beta_1 \ll 1$ и $\beta_2 \ll 1$. Тогда, когда это имеет место, последние два слагаемых уравнения (21) играют роль возмущения и ими в начале можно пренебречь. Даже и при таких полях, когда $\beta_2 \simeq 1$, сказанное остается справедливым, поскольку $\xi_1 \ll \xi_0$.

Если в (21) отбросить члены с β_1 и β_2 , то легко убедиться в том, что точным решением уравнения $L[\xi_0(x), \xi_0(x)] = 0$ является функция

$$\xi_0(x) = e^{-x^2}. \quad (23)$$

Следовательно, сферически симметричная часть функции распределения является максвелловской функцией. Отсюда параметр T , введенный формально в (19) и (20), играет роль электронной температуры.

Граничная концентрация n_0 , при которой (23) является хорошим приближением и T имеет смысл электронной температуры, может быть оценена из условия $\beta_1 = 1$

$$n_0 = \frac{ms^2 (kT)^2}{4\sqrt{\pi} e^4 l k T_0 \ln \frac{h}{b_0}}. \quad (24)$$

Значение (24) почти полностью совпадает с граничной концентрацией, полученной в работе [6], за исключением отсутствующего в [6] множителя $\frac{1}{\ln \frac{h}{b_0}}$, который, как отмечалось, должен быть меньше единицы.

Применяя метод последовательных приближений, подставим (23) в уравнение (17), записав его также в безразмерных переменных. Мы получим следующее уравнение для нахождения $\xi_1(x)$

$$4\pi Bnm \left(\frac{a}{\pi} \right)^{3/2} \left\{ \frac{\psi(x)}{x^3} \frac{d^2 \xi_1}{dx^2} + \frac{1}{x^2} \left[2\psi(x) + \frac{d}{dx} \left(\frac{\psi}{x} \right) \right] \frac{d\xi_1}{dx} + \right. \\ \left. + \frac{1}{x^3} \left[4x^3 e^{-x^2} - 2\psi(x) - \frac{d}{dx} \left(\frac{\psi}{x} \right) - 2\psi(\infty) \right] \xi_1(x) + 4xe^{-x^2} [2x^2 A_4 \xi_1(x) - \right. \\ \left. - A_3 \xi_1(x)] \right\} = \frac{1}{ml\sqrt{a}} \frac{g_1^4}{x^3} \xi_1(x) + 2a^{1/2} e_0 F x e^{-x^2}, \quad (25)$$

где

$$\psi(x) = \int_0^x x^2 e^{-x^2} dx; \quad \psi(\infty) = \frac{\sqrt{\pi}}{4}. \quad (26)$$

За исключением первого члена правой части, описывающего взаимодействие электронов с колебаниями решетки, уравнение (25) может быть приведено подстановкой $\xi_1(x) = e^{-x^2} D(x)$ к уравнению, полученному в работе [10], в которой межэлектронные соударения рассмотрены по методу диффузионной задачи в пространстве скоростей. Однако предложенный авторами [10] способ численного решения уравнения является не очень удобным и весьма трудоемким. Добавление нового члена в уравнение требует [10] проведения расчетов наново, поэтому ниже будет предложен другой более удобный метод, применимый в частности и к уравнению работы [10]. О точности метода можно будет судить, сопоставляя полученные результаты для предельного случая $l \rightarrow \infty$ с результатами, приведенными в [10].

Умножим уравнение (25) на x^3 и проинтегрируем его в пределах от 0 до x . Учитывая, что $\xi_1(x)$ в нуле должна быть конечной по условию $\xi_1(x) \ll \xi_0(x)$, получим

$$\psi(x) \left[\frac{d\xi_1}{dx} + \left(2x - \frac{1}{x} \right) \xi_1(x) + 4 \int_x^\infty \xi_1(x) dx \right] - 2e^{-x^2} [2x^5 A_4 \xi_1(x) - \\ - x^3 A_3 \xi_1(x) + x^3 \int_x^\infty \xi_1(x) dx] = \\ = \gamma_1 \int_0^x \xi_1(x) x^4 dx + \gamma_2 \int_0^x x^4 e^{-x^2} dx + 2\psi(\infty) \int_0^x \xi_1(x) dx, \quad (27)$$

где коэффициенты γ_1 и γ_2 равны

$$\gamma_1 = \frac{kT_0}{\frac{ms^2}{2}} \beta_1 = \frac{(kT)^2}{2\sqrt{\pi} n l e^4 \ln \frac{h}{b_0}}; \quad \gamma_2 = 12 \beta_2 = \frac{kT e_0 F}{2\sqrt{\pi} n e^4 \ln \frac{h}{b_0}}; \\ \frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \frac{e_0 F l}{kT}. \quad (28)$$

Ради простоты функция $g_1(x)$ в правой части (27) приближенно заменена на x ; так как почти всегда $x_0^2 \gg 4$, а $\xi_1(x)$, как и $\xi_0(x)$, при больших x должна убывать как e^{-x^2} , то допущенное упрощение не скажется заметным образом на величине интеграла.

При $x \rightarrow \infty$ левая часть уравнения (27) стремится к нулю. Отсюда получаем

$$\gamma_1 \int_0^\infty \xi_1(x) x^4 dx + 2\psi(\infty) \int_0^\infty \xi_1(x) dx + \frac{3}{2} \psi(\infty) \gamma_2 = 0. \quad (29)$$

Формула (29) является интегральным выражением закона сохранения импульса электронной системы. Она будет использована взамен граничного условия.

Перейдем от интегриродифференциального уравнения (27) к интегральному. Для этого введем новую функцию $y(x)$, удовлетворяющую соотношению

$$y(x) = \frac{d\xi_1}{dx} + \left(2x - \frac{1}{x}\right) \xi_1(x). \quad (30)$$

Отсюда

$$\xi_1(x) = C x e^{-x^2} + x e^{-x^2} \int_0^x \frac{y(x)}{x} e^{x^2} dx. \quad (31)$$

Константа C определяется из условия (29). Она равна

$$C = -\frac{1}{\gamma_1 + \psi(\infty)} \left[\frac{3}{2} \gamma_2 \psi(\infty) + \int_0^\infty \frac{y(x)}{x} u(x) dx \right], \quad (32)$$

где

$$u(x) = \gamma_1 v(x) + \psi(\infty); \quad v(x) = \frac{x^4}{2} + x^2 + 1. \quad (33)$$

Подставим (31) в правую часть уравнения (27), обозначенную для сокращения через $\Pi(x)$. Учитывая (32), получим

$$\Pi(x) = \frac{3\psi(\infty)}{2[\gamma_1 + \psi(\infty)]} \gamma_2 u(x) e^{-x^2} - \gamma_2 \int_x^\infty x^4 e^{-x^2} dx + \frac{e^{-x^2}}{\gamma_1 + \psi(\infty)} u(x) \int_0^\infty \frac{y(x)}{x} \times \\ \times u(x) dx - e^{-x^2} \left[u(x) \int_0^x \frac{y(x)}{x} e^{x^2} dx + e^{x^2} \int_x^\infty \frac{y(x)}{x} u(x) dx \right]. \quad (34)$$

В плазме $\gamma_1 = 0$. В твердом теле величиной γ_1 в (34) можно пренебречь только при условии $\gamma_1 \ll \psi(\infty) = \frac{\sqrt{\pi}}{4}$, которое удовлетворяется при низких температурах решетки и слабых полях. В тех случаях, когда это имеет место, мы получаем температурную зависимость проводимости такую же, как у Конвелл и Вайскопфа [15]. При очень низких температурах,

однако, нарушается неравенство $b_0 \ll h$ и, следовательно, метод Ландау^[12] оказывается неоправданным.

В рассматриваемой нами области n, T , в которой справедливо выражение (7), имеет место противоположное неравенство, а именно $\gamma_1 \gg \psi(\infty)$, поэтому в (34) можно пренебречь членами с $\psi(\infty)$ рядом с γ_1 . Это дает

$$\Pi(x) = \gamma_2 \left[\frac{3\sqrt{\pi}}{8} v(x) e^{-x^2} - \int_x^\infty x^4 e^{-x^2} dx \right] + \gamma_1 e^{-x^2} \left[v(x) \int_0^\infty \frac{y(x)}{x} v(x) dx - v(x) \int_0^x \frac{y(x)}{x} e^{x^2} dx - e^{x^2} \int_x^\infty \frac{y(x)}{x} v(x) dx \right]. \quad (35)$$

Подставим далее (31) в левую часть уравнения (27), обозначив ее $\Lambda(x)$; так как $x e^{-x^2}$ является точным интегралом уравнения $\Lambda(x) = 0$, то мы получим [не прибегая к условию (29)]

$$\Lambda(x) = \psi(x) y(x) + 2e^{-x^2} \left[\int_0^x \frac{y(x)}{x} w(x) dx + w(x) \int_x^\infty \frac{y(x)}{x} dx \right], \quad (36)$$

где

$$w(x) = e^{x^2} \psi(x) - \left(\frac{x^5}{5} + \frac{x^3}{3} \right). \quad (37)$$

Приравнявая (34) к (36), получаем следующее интегральное уравнение, которое сокращенно запишем в виде

$$\Lambda(x) = \Pi(x). \quad (38)$$

Уравнение (38) будем решать методом моментов. Из (38) и условия конечности легко убедиться в том, что функция $y(x)$ вблизи $x=0$ должна вести себя как x^n , где $n \geq 1$; поэтому будем искать решение в виде

$$y(x) = (a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \dots) e^{-x^2}. \quad (39)$$

Подставив (39) в уравнение (38), умножая его последовательно на x^n ($n=1, 2, 3, \dots$) и интегрируя по x в пределах от 0 до ∞ , получим систему алгебраических уравнений для определения коэффициентов $a_1, a_2, a_3, \dots$. Решение этой системы (см. Приложение) дает $y(x)$, а следовательно, и $\xi_1(x)$.

Чтобы перейти от $\xi_1(x)$ к $f_1(p)$, найдем температуру T , связывающую x и p , согласно (19) и (20). Для этого воспользуемся формулой (18), которую запишем, учитывая (23), в виде

$$2ms^2 \left(\frac{T}{T_0} - 1 \right) + \frac{1}{3} e_0 F l \int_0^\infty \xi_1(x) x^2 dx = 0. \quad (18')$$

Здесь по тем же соображениям, что и при выводе (27), функция $g_1(x)$ заменена на x . Если теперь вместо $\xi_1(x)$ подставить значение (31) и учесть (32) [пренебрегая, как и выше, $\psi(\infty)$ по сравнению с γ_1], то мы получим

$$\int_0^\infty \xi_1(x) x^3 dx = -\frac{9\pi}{64} \frac{\gamma_2}{\gamma_1} - \frac{3\sqrt{\pi}}{8} \int_0^\infty \frac{y(x)}{x} v(x) dx + \int_0^\infty x^4 e^{-x^2} dx \int_0^x \frac{y(t)}{t} e^{t^2} dt. \quad (40)$$

После подстановки численных значений коэффициентов a_i получим

$$\int_0^{\infty} \xi_1(x) x^3 dx = -\frac{\gamma_2}{\gamma_1} \left[\frac{9\pi}{64} + \frac{0.011\gamma_1^4 + 0.049\gamma_1^3 + 0.026\gamma_1^2 + 0.0017\gamma_1}{0.208\gamma_1^4 + 1.20\gamma_1^3 + 1.01\gamma_1^2 + 0.188\gamma_1 + 0.0080} \right]. \quad (41)$$

Второй член в квадратной скобке (41) всегда намного меньше первого, поэтому им можно пренебречь. Тогда, согласно (28) и (18'),

$$2ms^2 \left(\frac{T}{T_0} - 1 \right) - \frac{3\pi(e_0 Fl)^2}{64kT} \simeq 0. \quad (42)$$

Отсюда температура электронов равна

$$T \simeq \frac{T_0}{2} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{3\pi}{32} \frac{(e_0 Fl)^2}{ms^2 k T_0}} \right]. \quad (43)$$

Ток проводимости j с точностью до множителя также определяется интегралом (41). Он равен

$$j = \frac{3\pi}{16} e_0^2 Fl \sqrt{\frac{2\pi}{mkT}}. \quad (44)$$

Формулы (43), (44) определяют зависимость тока j и электронной температуры от напряженности поля и параметров полупроводника (см. [1, 6]). При сильных полях T линейно зависит от F , при слабых — квадратично. Уменьшение эффективной массы электронов приводит к увеличению T . Как видно из формулы (43), при полях порядка 10^3 в/см и при разумных значениях параметров l , m и s температура электронов может в несколько раз превышать температуру решетки. Например, если $T_0 \simeq 300^\circ\text{K}$, то T станет порядка 1000°K .

Заметное увеличение T по сравнению с T_0 должно резко сказаться на термоэлектронной эмиссии полупроводника.¹ Поскольку термоток экспоненциально зависит от T , то рассмотренный здесь эффект может, в частности, обусловить в специальных системах заметную термоэмиссию холодных катодов.

Температура T , полученная при отбрасывании второго члена квадратной скобки (41), оказывается такой же, как если бы она определялась функцией $\xi_1(x) = Sxe^{-x^2}$. Такая функция, однако, является плохим приближением для уравнения (27). Решая это уравнение методом последовательных приближений, исходя из функции Sxe^{-x^2} и определяя каждый раз постоянную интегрирования из условия (29), легко убедиться в справедливости сказанного. Следовательно, второе слагаемое функции (31) не является малым по сравнению с первым, хотя оно заметно, как оказалось, и не влияет на величину интеграла (41).

Предложенный здесь метод может быть непосредственно применен для нахождения функции распределения электронов в плазме. Если параметры плазмы удовлетворяют приведенным выше критериям, то симметричная часть функции распределения электронов является максвелловской (23), а ее асимметричная часть, или $y(x)$, определяется из уравнения (38). Единственное отличие по сравнению с полупроводником

¹ Чтобы избежать трудностей с граничными условиями, встретившимися, например, в работе [4], будем относить вычисления с помощью функций (23) к случаю, когда ток термоэмиссии перпендикулярен полю F . Поправка на отклонение функции распределения $\xi_0(x)$ при больших x от вида (23) будет сделана в другом месте.

ками состоит в том, что в (34) следует положить $\gamma_1 = 0$ и вместо (35) тогда будет

$$\Pi_1(x) = \frac{3}{2} \psi(\infty) \gamma_2 e^{-x^2} - \gamma_2 \int_x^\infty x^4 e^{-x^2} dx + \\ + \psi(\infty) e^{-x^2} \left[\int_0^\infty \frac{y(x)}{x} dx - \int_0^x \frac{y(x)}{x} e^{x^2} dx - e^{x^2} \int_x^\infty \frac{y(x)}{x} dx \right]. \quad (35a)$$

Решая уравнение $\Lambda(x) = \Pi_1(x)$ методом моментов, полагаем аналогично предыдущему

$$y(x) = (a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \dots) e^{-x^2}. \quad (45)$$

Численные значения коэффициентов равны: $a_1 = -2.338\gamma_2$, $a_2 = 0.8083\gamma_2$, $a_3 = -0.5899\gamma_2$.

Проводимость плазмы равна

$$\sigma = \frac{4\pi n}{3F} \left(\frac{2kT}{\pi m} \right)^{1/2} \int_0^\infty \xi_1(x) x^3 dx = \frac{2m}{e^2 \ln \frac{b}{b_0}} \left(\frac{2kT}{\pi m} \right)^{1/2} \gamma_E, \quad (46)$$

где γ_E — величина, введенная в работе [10]. В наших обозначениях

$$\gamma_E = -\frac{\sqrt{\pi}}{6\gamma_2} \int_0^\infty \xi_1(x) x^3 dx. \quad (47)$$

Если подставить в (47) функцию (31) и учесть (32) и (45), получим $\gamma_E = 0.582$. В работе [10] приведено численное значение $\gamma_E = 0.5816$. Наше значение γ_E при $n=3$ оказалось точнее, чем у Ландсгофа (см. [10]) с $n=4$. Точность полученного результата, по-видимому, связана с достаточно хорошим выбором аппроксимирующей функции, которая хотя только в среднем удовлетворяет уравнению (27), но зато точно удовлетворяет закону сохранения импульса (29). Заметим также, что в предложенном здесь методе учет дополнительных факторов рассеяния электронов, сопровождающийся появлением новых членов в уравнениях (2) и (27), не связан с новым (отличным от предыдущего) решением уравнения, а требует лишь вычисления моментов от добавленных членов.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Приведем систему уравнений для определения коэффициентов a_i , если в (39) ограничиться четырьмя членами. Для вычисления с меньшей точностью, например с тремя членами, достаточно зачеркнуть четвертое уравнение системы, а в первых трех зачеркнуть коэффициенты a_4

$$\left[\left(\frac{1}{2} - \frac{\pi}{8} \right) + \frac{15}{64} \sqrt{\pi} \gamma_1 \right] a_1 + \left[\frac{1}{8} \sqrt{\frac{\pi}{2}} + \frac{3}{4} \gamma_1 \right] a_2 + \left[\frac{1}{4} + \frac{105}{128} \sqrt{\pi} \gamma_1 \right] a_3 + \\ + \left[\frac{11}{32} \sqrt{\frac{\pi}{2}} + 3\gamma_1 \right] a_4 = \frac{3}{32} \sqrt{\pi} \gamma_2; \\ \left[\left(\frac{607}{240} \sqrt{\frac{\pi}{2}} - \frac{17}{10} \sqrt{\pi} \right) + \left(4 - \frac{525}{512} \pi \right) \gamma_1 \right] a_1 + \left[\frac{1}{4} + \frac{105}{128} \sqrt{\pi} \gamma_1 \right] a_2 +$$

$$\begin{aligned}
& + \left[\left(\frac{683}{320} \sqrt{\frac{\pi}{2}} - \frac{19}{15} \sqrt{\pi} \right) + \left(\frac{20}{3} - \frac{1225}{1024} \pi \right) \gamma_1 \right] a_3 + \left[\left(\frac{15}{16} - \frac{3}{64} \pi \right) + \right. \\
& \quad \left. + \frac{1785}{512} \sqrt{\pi} \gamma_1 \right] a_4 = \left(\frac{105}{256} \pi - 1 \right) \gamma_2; \\
& \left[\left(\frac{13}{8} - \frac{7}{16} \pi \right) + \frac{225}{256} \sqrt{\pi} \gamma_1 \right] a_1 + \left[\frac{11}{32} \sqrt{\frac{\pi}{2}} + 3 \gamma_1 \right] a_2 + \left[\left(\frac{15}{16} - \frac{3}{64} \pi \right) + \right. \\
& \quad \left. + \frac{1785}{512} \sqrt{\pi} \gamma_1 \right] a_3 + \left[\frac{157}{128} \sqrt{\frac{\pi}{2}} + \frac{27}{2} \gamma_1 \right] a_4 = \frac{39}{128} \sqrt{\pi} \gamma_2; \\
& \left[\left(\frac{443}{64} \sqrt{\frac{\pi}{2}} - \frac{93}{20} \sqrt{\pi} \right) + \left(12 - \frac{2835}{1024} \pi \right) \gamma_1 \right] a_1 + \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{32} \pi \right) + \frac{945}{256} \sqrt{\pi} \gamma_1 \right] a_2 + \\
& \quad + \left[\left(\frac{1383}{256} \sqrt{\frac{\pi}{2}} - \frac{59}{20} \sqrt{\pi} \right) + \left(24 - \frac{6615}{2048} \pi \right) \gamma_1 \right] a_3 + \left[\left(\frac{17}{8} + \frac{21}{64} \pi \right) + \right. \\
& \quad \left. + \frac{17955}{1024} \sqrt{\pi} \gamma_1 \right] a_4 = \left(\frac{567}{512} \pi - \frac{12}{5} \right) \gamma_2.
\end{aligned}$$

Решение данной системы дает

$$a_1 = [0.975 \gamma_1^3 - 1.71 \gamma_1^2 + 0.420 \gamma_1 - 0.0030] \frac{\gamma_2}{\Delta},$$

$$a_2 = [-1.16 \gamma_1^3 + 4.47 \gamma_1^2 - 0.936 \gamma_1 + 0.016] \frac{\gamma_2}{\Delta},$$

$$a_3 = [0.480 \gamma_1^3 - 2.58 \gamma_1^2 + 0.810 \gamma_1 - 0.012] \frac{\gamma_2}{\Delta},$$

$$a_4 = [-0.066 \gamma_1^3 + 0.424 \gamma_1^2 - 0.180 \gamma_1 + 0.0049] \frac{\gamma_2}{\Delta},$$

где Δ — детерминант системы

$$\Delta = 0.208 \gamma_1^4 + 1.20 \gamma_1^3 + 1.01 \gamma_1^2 + 0.188 \gamma_1 + 0.0080.$$

Литература

- [1] Б. И. Давыдов. ЖЭТФ, 7, 1069, 1937; Б. И. Давыдов и И. М. Шмусевич. УФН, 24, 21, 1940; ЖЭТФ, 10, 1043, 1940. — [2] J. Yamashita and M. Watanabe. Prog. Theor. Phys., 12, 443, 1954; 15, 95, 1956. — [3] S. H. Koenig. J. Phys. Chem. Solids, 8, 227, 1959. — [4] С. И. Левитин. Тр. Совещ. по катод. электрон., 78, Киев, 1952. — [5] В. А. Гинзбург и В. П. Шабанский. ДАН СССР, 100, 445, 1955. — [6] H. Fröhlich and B. V. Paranjape. Proc. Phys. Soc., B69, 21, 1956. — [7] B. V. Paranjape. Proc. Phys. Soc., 1370, 628, 1957. — [8] R. Stratton. Proc. Roy. Soc., A242, 355, 1957. — [9] M. S. Sodha. Phys. Rev., 107, 1266, 1957; M. S. Sodha, P. C. Eastman, Zs. f. Phys., 150, 242, 1958; Prog. Theor. Phys., 19, 344, 1959; M. S. Sodha, I. P. Varshni. Zs. f. Phys., 153, 555, 1959; Phys. Rev., 114, 717, 1959. — [10] L. Spitzer and R. Härm. Phys. Rev., 89, 977, 1953 (см. Проблемы современной физики, № 2, ИЛ, стр. 70, 1956). — [11] Г. Бете и А. Зоммерфельд. Электронная теория металлов, Гостехиздат, 1938. — [12] Л. Д. Ландау. Sov. Phys., 10, 154, 1936; ЖЭТФ, 7, 203, 1937. — [13] Л. Спитцер. Физика полностью ионизованного газа, ИЛ, 1957. — [14] R. S. Cohen, L. Spitzer, P. M. Routly. Phys. Rev., 87, 230, 1950 (см. Проблемы современной физики, № 2, ИЛ, стр. 54, 1956). — [15] E. Conwell and V. F. Weisskopf. Phys. Rev., 77, 388, 1950.

Институт физики
АН УССР
Киев

Поступило в Редакцию
5 января 1960 г.

ВАРИАЦИОННЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ ПРИ УЧЕТЕ КУЛОНОВСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НОСИТЕЛЕЙ

П. М. Томчук

С учетом межэлектронного взаимодействия, по Ландау [1], получено выражение для электропроводности, стационарное относительно вариации асимметричной части функции распределения. Найдена электропроводность электронного газа в полупроводнике и плазме. Обсуждены границы применимости аппроксимации Фрелиха и Паранджапы [2].

1. В работе [3] путем решения кинетического уравнения было определено влияние электрического поля на функцию распределения электронного газа и вычислена электропроводность полупроводников и плазмы, а также температура электронов проводимости в полупроводниках. Было отмечено, что хотя для электропроводности и температуры носителей практически такие же результаты в области температур решетки выше дебаевской можно получить при помощи предложенной Фрелихом и Паранджапой аппроксимации функции распределения в виде сдвинутой по импульсам максвелловской функции $f(\mathbf{p}) \propto \exp\left(-\frac{|\mathbf{p} - \mathbf{p}_0|^2}{2mkT}\right)$, тем не менее такая функция, вообще говоря, не является удовлетворительной.

Действительно, если, следуя [2], разложить $f(\mathbf{p})$ по малому параметру $\frac{p_0}{p}$ и ограничиться двумя членами, то второй член разложения, описывающий асимметричную часть функции распределения, согласно [3], является плохим приближением к решению кинетического уравнения. При температурах решетки ниже дебаевской вычисление электропроводности с помощью функции [2] может уже привести к существенной погрешности.

Трудность решения кинетического уравнения при учете кулоновского взаимодействия электронов друг с другом состоит в том, что уравнение получается интегро-дифференциальным и нелинейным. В [3] оно с достаточным приближением было линеаризовано и сведено к интегральному уравнению для асимметричной части функции распределения, которое решалось затем методом моментов.

Применительно к проводимости полностью ионизованной плазмы результаты [3] совпали с данными Спитцера и Херма [4], полученными путем численного решения уравнения. Однако в работе [3] остался невыясненным вопрос о том, в какой мере полученные приближенные значения электропроводности и температуры близки к истинным и как изменится результат при переходе от данного приближения к следующему более высокому. Не затрагивался также вопрос, когда предложенная Фрелихом и Паранджапой аппроксимация не годится для вычисления электропроводности и температуры носителей. Последнее тем более интересно ввиду использования сдвинутой максвелловской функ-

ции распределения также и для плазмы (см., например, [5]), что, как будет показано ниже, вовсе недопустимо для слабых полей (когда направленная скорость носителей значительно меньше их тепловой скорости).

Настоящая работа, являясь продолжением и развитием работы [3], имеет своей целью дать ответы на поставленные выше вопросы и попутно более строго обосновать предложенный ранее метод решения, а также упростить сам способ получения решения. Мы воспользуемся тем обстоятельством, что для определения температуры и электропроводности требуется знание не самой асимметричной части функции распределения, а только определенного интеграла от нее. Это позволяет из кинетического уравнения с учетом кулоновского взаимодействия электронов, по Ландау [1], получить выражение для электропроводности (и температуры), стационарное относительно вариации асимметричной части функции распределения и записать электропроводность в виде бесконечного ряда (подобно тому, как это сделано для уравнения Больцмана [6, 7]).

Хотя вариационный принцип для линейаризованного кинетического уравнения в общем виде известен сравнительно давно (см., например, [8]), его непосредственное применение к уравнению с членом взаимодействия, по Ландау [1], весьма затруднительно и недостаточно эффективно: уравнение является интегро-дифференциальным второго порядка. Точное решение этого уравнения удовлетворяет закону сохранения импульса. Приближенное решение с помощью упомянутого выше вариационного принципа, вообще говоря, не удовлетворяет закону сохранения импульса, если не наложить на пробные функции дополнительного интегрального условия. В [3] удалось, однако, свести полученное интегро-дифференциальное уравнение к интегральному таким образом, чтобы закон сохранения импульса в точности удовлетворялся. Следовательно, построенное ниже с помощью этого уравнения выражение для электропроводности, стационарное относительно вариации асимметричной части функции распределения будет иметь, таким образом, то преимущество, что найденное с его помощью приближенное решение уже в точности удовлетворяет закону сохранения импульса. При этом уже не нужно накладывать на пробные функции никаких дополнительных условий. Указанное обстоятельство повышает точность решения и упрощает процедуру отыскания его.

В настоящей работе мы будем исходить из тех же предположений, какие приняты в [3], не ограничиваясь, однако, предположением о высоких температурах решетки. Будем считать плотность носителей в полупроводнике (или плазме) постоянной, не зависящей от температуры решетки и величины приложенного однородного электрического поля. Примем, что плотность носителей n выше критической плотности n_0 , определенной в [3], и, следовательно, симметричная часть функции распределения с достаточным приближением может быть представлена максвелловской функцией. Заметим попутно, что в плазме при не слишком сильных полях последнее предположение всегда оправдано независимо от значения концентрации электронов. Взаимодействие носителей друг с другом будем описывать выражением Ландау [1]. Как известно, это выражение не учитывает влияния близких соударений и плазменных колебаний. Учет этих факторов, согласно [3], при $\ln\left(\frac{\hbar}{b_0}\right) \gg 1$ ($\hbar$ — дебаевский радиус; b_0 — параметр столкновения, соответствующий взаимному отклонению частиц со средней энергией на угол, равный $\frac{\pi}{2}$)

практически вовсе не влияет на результат, а при $\ln\left(\frac{h}{b_0}\right)=2$ вносит ошибку в значение проводимости не более 20%. Поэтому мы ограничимся рассмотрением систем, где $\ln\left(\frac{h}{b_0}\right)>2$. Впрочем из дальнейшего можно заключить, что все выводы легко обобщаются при помощи [9] на учет близких соударений и плазменных колебаний.

2. Кинетическое уравнение рассматриваемой задачи имеет вид

$$\frac{df}{dt} = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_F + \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_e + \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_q = 0. \quad (1)$$

В уравнении (1) учтено изменение $f(\mathbf{p})$ вследствие влияния поля (F), межэлектронных взаимодействий (e) и различных механизмов рассеяния (Q).

Пусть однородное электрическое поле F направлено вдоль оси z . Решение уравнения (1) будем искать, как обычно, путем разложения $f(\mathbf{p})$ по полиномам Лежандра относительно $\cos \vartheta = \frac{p_z}{p}$. Ограничимся первыми двумя членами разложения

$$f(p) = f_0(\mathcal{E}) + \cos \vartheta f_1(p), \quad (f_1 \ll f_0), \quad (2)$$

$\mathcal{E} = \frac{p^2}{2m}$, где m — эффективная масса носителей.

При таком разложении первый член в (1) имеет вид

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_F = e_0 F \left\{ \cos \vartheta \frac{\partial f_0}{\partial p} + \cos^2 \vartheta \frac{\partial f_1}{\partial p} + \frac{\sin^2 \vartheta}{p} f_1 \right\} \quad (3)$$

(e_0 — элементарный заряд).

Второй член в (1), согласно [1], имеет следующий вид

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_e = -Bm \sum_{i,k=1}^3 \frac{\partial}{\partial p_i} \int \left[f(\mathbf{p}) \frac{\partial f(\mathbf{p}')}{\partial p'_k} - \frac{\partial f(\mathbf{p})}{\partial p_k} f(\mathbf{p}') \right] \frac{\partial^2 |\mathbf{p} - \mathbf{p}'|}{\partial p_i \partial p_k} d\mathbf{p}', \quad (4)$$

$$B = 2\pi e^4 \ln\left(\frac{h}{b_0}\right).$$

Здесь e — эффективный заряд (равный элементарному заряду, разделенному на диэлектрическую проницаемость ϵ); $h = \sqrt{\frac{kT}{4\pi e^2 n}}$, $b_0 = \frac{e^2}{3kT}$, T — температура носителей.

Если подставить (2) в (1) (считая $f_0(\mathcal{E})$ максвелловской функцией), умножив затем его на $p_x d\mathbf{p}$, и проинтегрировать по всем углам и по модулю от 0 до p , то для безразмерной асимметричной части функции распределения

$$\xi_1(x) = \frac{1}{n} (2\pi mkT)^{3/2} f_1(x), \quad x^2 = \frac{p^2}{2mkT} \quad (5)$$

получим следующее линейаризованное уравнение (подробнее см. [3])

$$\psi(x) \left\{ \frac{d\xi_1(x)}{dx} + \left(2x - \frac{1}{x}\right) \xi_1(x) + 4 \int_x^\infty \xi_1(x) dx \right\} +$$

$$+ e^{-x^2} \left\{ -\frac{4}{5} \left(\int_0^x \xi_1(x) x^5 dx + x^5 \int_x^\infty \xi_1(x) dx \right) + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{2}{3} \left(\int_0^x \xi_1(x) x^3 dx - 2x^3 \int_x^\infty \xi_1(x) dx \right) \Bigg\} = \\
& = \int_0^x Q(x) \xi_1(x) dx + \gamma_2 \int_0^x e^{-x^2} x^4 dx,
\end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\psi(x) = \int_0^x e^{-x^2} x^2 dx, \quad \gamma_2 = \frac{e_0 F k T}{2 \sqrt{\pi} n e^4 \ln \left(\frac{h}{b_0} \right)}.$$

Первый член правой части (6) возникает из $\left(\frac{df}{dt} \right)_q$ уравнения (1). Возможность такой записи связана с тем, что обычно все механизмы рассеяния, кроме межэлектронного (который и выделен отдельно), можно свести в кинетическом уравнении к члену с временем релаксации. В частности, как следует из [3], для полностью ионизованной плазмы

$$Q(x) = 2\psi(\infty) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}, \quad (7)$$

а для атомарного полупроводника при учете примесного рассеяния и рассеяния на акустических колебаниях решетки

$$\left. \begin{aligned} Q(x) &= 2\psi(\infty) \{1 + 2\gamma_3 x^4\}^{\frac{1}{2}} \\ \gamma_3 &= \frac{(kT)^2}{2\pi n l e^4 \ln \left(\frac{h}{b_0} \right)} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

(длина l — длина свободного пробега чистого полупроводника для предельно слабых полей).

Введем по аналогии с [3] функцию $\eta(x)$, связанную с функцией $\xi_1(x)$ соотношением

$$x e^{-x^2} \eta(x) = \frac{d\xi_1(x)}{dx} + \left(2x - \frac{1}{x} \right) \xi_1(x) \quad (9)$$

или

$$\xi_1(x) = C x e^{-x^2} + x e^{-x^2} \int_0^x \eta(x) dx. \quad (10)$$

Константа определяется из интегрального условия (закон сохранения импульса)

$$\int_0^\infty Q(x) \xi_1(x) dx + \gamma_2 \int_0^\infty e^{-x^2} x^4 dx = 0, \quad (11)$$

непосредственно получаемого из уравнения (6) при $x \rightarrow \infty$.

¹ Последнее верно в предположении, что $8\phi \frac{ms^2}{(kT_0)^2} \gg 1$; s — скорость звука.

Подстановка функции (10) в уравнение (6) приводит к симметричному интегральному уравнению, которое удобно записать в виде

$$L[\eta(x)] = \gamma_2 U(x); \quad L[\eta(x)] = L_1[\eta(x)] + L_2[\eta(x)], \quad (12)$$

$$U(x) = \frac{1}{G(0)} \{ G(x) K(0) - G(0) K(x) \}, \quad (13)$$

$$G(x) = \int_x^\infty Q(t) e^{-t^2} dt, \quad K(x) = \int_x^\infty e^{-t^2} t^4 dt. \quad (14)$$

Оператор $L_1[\eta(x)]$ в уравнении (12) характеризует межэлектронные взаимодействия и имеет вид

$$\begin{aligned} L_1[\eta(x)] = & x e^{-x^2} \psi(x) \eta(x) + 2 \int_0^x e^{-x^2} \left[\psi(t) - \left(\frac{t^3}{3} + \frac{t^5}{5} \right) e^{-t^2} \right] \eta(t) dt + \\ & + 2 \int_x^\infty e^{-t^2} \left[\psi(x) - \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} \right) e^{-x^2} \right] \eta(t) dt \end{aligned} \quad (15)$$

$L_2[\eta(x)]$ связан со всеми другими механизмами рассеяния. Он равен

$$L_2[\eta(x)] = \int_0^x G(x) \left[1 - \frac{G(t)}{G(0)} \right] \eta(t) dt + \int_x^\infty G(t) \left[1 - \frac{G(x)}{G(0)} \right] \eta(t) dt. \quad (16)$$

Электропроводность системы σ определяется через $\xi_1(x)$ при помощи соотношения

$$\sigma = \frac{4e_0 n}{3kT} \left(\frac{2kT}{\pi m} \right)^{1/2} \int_0^\infty \xi_1(x) x^3 dx. \quad (17)$$

Таким образом, для вычисления σ достаточно знать только интеграл $\int_0^\infty \xi_1(x) x^3 dx$. Этот же интеграл входит и в уравнение баланса энергии, из которого находится температура носителей T (см. [3]). Воспользовавшись формулами (10) и (11), находим

$$\int_0^\infty \xi_1(x) x^3 dx = -\gamma_2 \left\{ \frac{K^2(0)}{G(0)} + \frac{1}{\gamma_2} \int_0^\infty U(x) \eta(x) dx \right\}. \quad (18)$$

Следовательно, для вычисления электропроводности σ и температуры T достаточно определить функционал

$$I = \frac{1}{\gamma_2} \int_0^\infty U(x) \eta(x) dx \quad (19)$$

при условии, что $\eta(x)$ удовлетворяет интегральному уравнению (12).

Мы можем теперь легко сформулировать вариационный принцип нашей задачи аналогично вариационному принципу для фаз Швингера

в задаче о столкновениях (см., например, [10]). Умножим равенство (19) на интеграл, стоящий в его правой части. Это даст

$$I \gamma_2 \int_0^{\infty} U(x) \eta(x) dx = \left(\int_0^{\infty} U(x) \eta(x) dx \right)^2$$

Заменяя теперь в левой части этого равенства $\gamma_2 U(x)$ его значением, согласно (12) находим

$$I = \frac{\left(\int_0^{\infty} U(x) \eta(x) dx \right)^2}{[\gamma_1, \gamma_1]}; \quad [\eta, \eta] = \int_0^{\infty} \eta(x) L[\eta(x)] dx. \quad (20)$$

Можно проверить (аналогично тому, как это сделано, например, в [10]), что полученное выражение для I обладает свойством стационарности. Это означает, что если $\eta(x)$ слегка отклоняется от истинного решения (12), то вариация первого порядка в I равна нулю. Таким образом, ошибка первого порядка в выборе пробной функции приведет к ошибке только второго порядка в I , а следовательно, в проводимости и температуре. Ввиду того, что оператор L самосопряженный и положительный (см. „Приложение“), можно утверждать не только, что выражение (20) принимает стационарное значение для функции, являющейся решением (12), но и что это стационарное значение является максимальным значением I . Действительно, для двух функций $\eta_1(x)$ и $\eta_2(x)$, для которых существует $[\eta, \eta]$ в силу упомянутых свойств L следует

$$[\eta_1 + \lambda \eta_2, \eta_1 + \lambda \eta_2] = [\eta_1, \eta_1] + 2\lambda [\eta_1, \eta_2] + \lambda^2 [\eta_2, \eta_2] \geq 0.$$

Отсюда

$$[\eta_1, \eta_1][\eta_2, \eta_2] \geq [\eta_1, \eta_2]^2. \quad (21)$$

Если теперь $\eta_2(x) = \eta(x)$ точное решение (12), то

$$[\eta_2, \eta_2] = \gamma_2 \int_0^{\infty} U(x) \eta(x) dx, \quad [\eta_1, \eta_2] = \gamma_2 \int_0^{\infty} U(x) \eta_1(x) dx. \quad (22)$$

Из (21) и (22) находим

$$\frac{\left(\int_0^{\infty} U(x) \eta_1(x) dx \right)^2}{[\eta_1, \eta_1]} \leq \frac{1}{\gamma_2} \int_0^{\infty} U(x) \eta(x) dx. \quad (23)$$

Следовательно, выражение (20), вычисленное с помощью пробной функции, всегда меньше точного значения I .

Возьмем, например, в качестве пробной функции $\eta(x) = x$ и вычислим для плазмы введенную в [4] величину γ_E , которая в наших обозначениях равна

$$\gamma_E = - \frac{\sqrt{\pi}}{6\gamma_2} \int_0^{\infty} \xi_1(x) x^3 dx. \quad (24)$$

Учитывая (18) и (20), получаем $\gamma_E \simeq 0.569$. Это значение совпадает со значением, полученным во втором приближении методом Каулинга—Чепмена (см. [4]).

3. Представим $\eta(x)$ в виде ряда²

$$\eta(x) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k x^{2k-1}. \quad (25)$$

Будем решать (12) методом моментов, т. е., ограничившись в (25) отрезком ряда, подставим его в уравнение (12) и определим коэффициенты a_k из следующей системы алгебраических уравнений

$$\sum_{k=1}^n L_{ik} a_k = \gamma_2 b_i \quad (i=1, 2, \dots, n), \quad (26)$$

$$L_{ik} = L_{ki} = \int_0^{\infty} x^{2i-1} L[x^{2k-1}] dx; \quad b_i = \int_0^{\infty} U(x) x^{2i-1} dx. \quad (27)$$

Легко видеть, что функция $\eta_{(n)}^{(n)} = \sum_{k=1}^n a_k x^{2k-1}$ с определенными таким образом коэффициентами доставляет экстремум выражению (20). В самом деле, если представить выбранный отрезок (25) в (20) и потребовать, чтобы $\frac{\partial I}{\partial a_k} = 0$ ($k=1, \dots, n$), то для определения коэффициентов a_k мы получим систему уравнений

$$\sum_{i,j=1}^n (b_k L_{ij} a_i a_j - b_j L_{ik} a_i a_j) = 0 \quad (k=1, 2, \dots, n),$$

которые обращаются в тождество, если выполняются (26).

Следовательно, пользуясь методом моментов, можно определить $\eta(x)$ в виде (25) и с их помощью по формуле (20) приближенно вычислить I . Можно, однако, найти точное значение I в виде бесконечного ряда. Для этого, ограничившись в (25) n членами, подставим

$$a_k \quad (k=1, 2, \dots, n)$$

из (26) в (19) и запишем приближенное значение I в виде

$$I \approx \frac{1}{\gamma_2} \sum_{k=1}^n a_k b_k = -\frac{D_{bb}^{(n)}}{D^{(n)}}. \quad (28)$$

Здесь

$$D^{(n)} = \begin{vmatrix} L_{11} & L_{12} & \dots & L_{1n} \\ L_{21} & L_{22} & \dots & L_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ L_{n1} & L_{n2} & \dots & L_{nn} \end{vmatrix}, \quad D_{bb}^{(n)} = \begin{vmatrix} 0 & b_1 & b_2 & \dots & b_n \\ b_1 & L_{11} & L_{12} & \dots & L_{1n} \\ b_2 & L_{21} & L_{22} & \dots & L_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_n & L_{n1} & L_{n2} & \dots & L_{nn} \end{vmatrix}. \quad (29)$$

Теперь, чтобы получить точное равенство в (28), нужно перейти к пределу, т. е.

$$I = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(-\frac{D_{bb}^{(n)}}{D^{(n)}} \right). \quad (28')$$

² Разложение только по нечетным степеням x соответствует предположению, что $f_1(p)/p$ в (2) зависит только от энергии.

Следуя^[6], мы с помощью известной из алгебры теоремы Сильвестра можем записать

$$-\frac{D_{bb}^{(n)}}{D^{(n)}} = -\frac{D_{bb}^{(n-1)}}{D^{(n-1)}} + \frac{(D_b^{(n-1)})^2}{D^{(n-1)}D^{(n)}}, \quad n \geq 2 \quad (30)$$

$$D_b^{(n-1)} = \begin{vmatrix} L_{11} & L_{12} & \dots & L_{1, n-1} & b_1 \\ L_{21} & L_{22} & \dots & L_{2, n-1} & b_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ L_{n1} & L_{n2} & \dots & L_{n, n-1} & b_n \end{vmatrix}. \quad (31)$$

Из (28') и (29) находим

$$I = \frac{b_1^2}{L_{11}} + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(D_b^{(n-1)})^2}{D^{(n-1)}D^{(n)}}. \quad (32)$$

Используя формулы (17), (18), (19) и (32), получим

$$\sigma = \frac{\sqrt{\pi}}{3} \frac{\varepsilon m}{e^2 \ln \left(\frac{\hbar}{b_0} \right)} \left(\frac{2kT}{\pi m} \right)^{3/2} \left\{ \frac{K^2(0)}{G(0)} + \frac{b_1^2}{L_{11}} + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(D_b^{(n-1)})^2}{D^{(n-1)}D^{(n)}} \right\}. \quad (33)$$

Все члены ряда (33) положительны в силу положительности оператора L . Повторю обрыв ряда на некотором члене n приводит к уменьшенному значению σ .

Вычислим матричные элементы L_{nm} и b_n , необходимые для практического применения формулы (33).

Запишем

$$L_{nm} = L_{nm}^{(1)} + L_{nm}^{(2)}, \quad (34)$$

где $L_{nm}^{(1)}$ и $L_{nm}^{(2)}$ — матричные элементы соответственно от L_1 и L_2 . Простые, но несколько громоздкие вычисления дают

$$L_{nm}^{(1)} = \left(1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{m}\right) \tau_{n+m-1}(1) - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{m}\right) \tau_{n-1}(m+1) - \\ - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{n}\right) \tau_{m-1}(n+1) - \frac{2}{5} \{ \tau_{n-1}(m+2) + \tau_{m-1}(n+2) \}, \quad (35)$$

$$\tau_m(n) = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sum_{k=0}^m \frac{m! (2n+2k-1)!!}{4^{n+k} k!}; \quad (36)$$

$$L_{nm}^{(2)} = \frac{1}{4nm} \left\{ Q(n+m) - \frac{Q(n)Q(m)}{Q(0)} \right\}, \quad (37)$$

$$Q(n) = \int_0^{\infty} Q(x) e^{-x^2} x^{2n+1} dx, \quad Q(0) = G(0), \quad (38)$$

$$b_n = \frac{\sqrt{\pi}}{16n} \left\{ 3 \frac{Q(n)}{Q(0)} - \frac{(2n+3)!!}{2^n} \right\}. \quad (39)$$

Формулы (35)–(39) позволяют вычислить проводимость, согласно (33), с необходимой степенью точности. Выпишем несколько членов ряда в формуле (33) для атомарного полупроводника с учетом акустических

колебаний решетки и примесного рассеяния. Для этого случая $Q(x)$ задано формулой (8). Расчет дает

$$\sigma = \frac{2m\varepsilon}{e^2 \ln\left(\frac{h}{b_0}\right)} \left(\frac{2kT}{\pi m}\right)^{3/4} \frac{3\pi}{32(1+4\gamma_3)} \left\{ 1 + \frac{\frac{1}{16}\left[\gamma_3 - \frac{3}{4}\right]^2}{\frac{3}{4}\gamma_3^2 + 0.58839\gamma_3 + 0.037722} + \right. \\ \left. + \frac{1}{16} \frac{\frac{3}{4}\gamma_3^2 + 0.58839\gamma_3 + 0.037722}{\frac{3}{4}\gamma_3^2 + 0.58839\gamma_3 + 0.037722} \times \right. \\ \left. \times \frac{[-0.56250\gamma_3^3 + 1.1536\gamma_3^2 + 0.34498\gamma_3 + 0.0053567]^2}{1.1250\gamma_3^4 + 2.0728\gamma_3^3 + 0.73943\gamma_3^2 + 0.083521\gamma_3 + 0.0026591} + \dots \right\}. \quad (40)$$

Полагая, в частности, $\gamma_3 = 0$, $e = e_0$ ($\varepsilon = 1$), мы получим случай полностью ионизованной плазмы. Проводимость плазмы равна

$$\sigma = \frac{2m}{e_0^2 \ln\left(\frac{h}{b_0}\right)} \left(\frac{2kT}{\pi m}\right)^{3/4} \frac{3\pi}{32} \{1 + 0.93198 + 0.017879 + 0.013708 + \dots\}. \quad (41)$$

Величина γ_E [см. формулу (24)] для плазмы равна

$$\gamma_E = \frac{3\pi}{32} \{1 + 0.93198 + 0.017879 + 0.013708 + \dots\}. \quad (42)$$

Удерживая последовательно один, два, три, четыре члена и т. д., получим для γ_E соответственно, значения 0.2945, 0.5690, 0.5743, 0.5783 и т. д., т. е. в точности те же значения, которые были получены методом Каулинга—Чепмена (см. [4]) в 1-м, 2-м и т. д. приближении. Выражение (40) позволяет судить о границах приемлемости приближения Фрелиха—Паранджапы [2], которое в нашем рассмотрении соответствует, как легко сообразить, сохранению только первого члена в фигурных скобках. При $\gamma_3 > 1$, что для полупроводников всегда имеет место при высоких температурах, это приближение является удовлетворительным. При низких температурах, когда $\gamma_3 \ll 1$ приближение [2] не годится, как это отчетливо демонстрирует предельный случай $\gamma_3 = 0$ [формула (41)]. Во всяком случае, из (41) можно заключить, что для плазмы (в отличие от случая сильных полей [11]) при не очень сильных полях (когда направленная скорость носителей значительно меньше тепловой) недопустимо представление функции распределения в виде сдвинутого максвелловского распределения.

В заключение считаю своим приятным долгом поблагодарить И. М. Дыкмана за подробное обсуждение работы.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Докажем положительность операторов L_1 и L_2 .

Путем несложных, но несколько громоздких вычислений можно проверить, что

$$\int_0^\infty \eta(x) L_1[\eta(x)] dx = \\ = \int_0^\infty dx e^{-x^2} \left\{ \eta^2(x) x \psi(x) + 4\eta(x) \int_0^x \left[\psi(t) - \left(\frac{t^3}{3} + \frac{t^5}{5} \right) e^{-t^2} \right] \eta(t) dt \right\} =$$

$$= \sum_{i,k=1}^3 \frac{3}{32\pi^2} \iint e^{-r_1-r_2} R_i R_k \frac{\partial^2 |\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}{\partial r_i \partial r_k} d\mathbf{r} d\mathbf{r}'$$

$$(r_1=x, r_2=y, r_3=z),$$

где

$$R_i = \frac{\partial}{\partial r_i} \left(z \int_0^r \eta(t) dt \right) - \frac{\partial}{\partial r'_i} \left(z' \int_0^{r'} \eta(t) dt \right).$$

Так как

$$R_i R_k \frac{\partial^2 |\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}{\partial r_i \partial r_k} = \frac{R^2 |\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^2 - \{R(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\}^2}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3} \geq 0,$$

то положительность оператора L_1 очевидна.

Докажем теперь положительность L_2 . Согласно (16),

$$\int_0^\infty \eta(x) L_2[\eta(x)] dx = \int_0^\infty \eta(x) \left\{ G(x) \int_0^x \left(1 - \frac{G(t)}{G(0)} \right) \eta(t) dt + \right. \\ \left. + \left(1 - \frac{G(x)}{G(0)} \right) \int_x^\infty G(t) \eta(t) dt \right\} dx = 2 \int_0^\infty \left(1 - \frac{G(x)}{G(0)} \right) \eta(x) dx \int_x^\infty G(t) \eta(t) dt.$$

Обозначив $\varphi(x) = \int_x^\infty G(t) \eta(t) dt$, получим

$$\int_0^\infty \eta(x) L_2[\eta(x)] dx = - \int_0^\infty \varphi^2(x) \frac{G'(x)}{G^2(x)} dx = \int_0^\infty \varphi^2(x) \frac{x e^{-x^2} Q(x)}{G^2(x)} dx \geq 0.$$

Литература

- [1] Л. Д. Ландау. *Sov. Phys.*, 10, 154, 1936; *ЖЭТФ*, 7, 203, 1937. — [2] H. Fröhlich a. Paranjape. *Proc. Phys. Soc.*, B69, 21, 1956. — [3] И. М. Дыкман и П. М. Томчук. *ФТТ*, II, 2228, 1960. — [4] L. Spitzer, R. Härm. *Phys. Rev.*, 89, 977, 1953. — (см. „Проблемы сопр. физики, № 2, ИЛ, стр. 70, 1956). — [5] H. Drecier. *Phys. Rev.*, 175, 238, 1959. — [6] A. H. Wilson. *The theory of Metall*, Cambridge, гл. X, 1954. — [7] D. I. Howarth a. E. H. Sondheimer. *Proc. Roy. Soc.*, A219, № 1136, 53—74, 1953. — [8] G. E. Taylor. *J. of the Frankli Institute*, 263, 175, 1959. — [9] П. М. Томчук. *ФТТ*, III, в. 4, 1961. — [10] Л. Шифф. *Квантовая механика*, ИЛ, стр. 209, 1959. — [11] Л. М. Коврижных. *ЖЭТФ*, 37, 1394, 1959.

Институт физики АН УССР
Киев

Поступило в Редакцию
30 сентября 1960 г.

УДК 621.315.537

ВЛИЯНИЕ КОГЕРЕНТНЫХ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ НА СВОБОДНЫЕ НОСИТЕЛИ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

И. М. Дыкман, П. М. Томчук

Рассмотрен полупроводник, поверхность $x=0$ которого освещается несколькими когерентными пучками световых волн. В направлении oz к полупроводнику приложено постоянное во времени электрическое поле, греющее электроны. Принято, что световые волны не изменяют общего числа электронов $\hbar\omega < \varepsilon_g$, но перераспределяют их в объеме. Кроме того, интерференция волн модулирует вероятность рассеяния электронов, поглощаемую ими мощность и вызывает световое давление на электронный газ. Получено кинетическое уравнение задачи с учетом указанных факторов. Решение определило образование в полупроводнике статической и высокочастотной сверхрешеток электронной концентрации, электронной температуры и дополнительного электрического поля. Обсуждены некоторые возможности обнаружения эффектов, обусловленных образованием сверхрешеток и определения их параметров.

Ранее нами была рассмотрена [1] сверхрешетка, образованная в полупроводнике стоячей лазерной волной. Были определены параметры такой сверхрешетки и влияние на них постоянного электрического поля, греющего электроны. Особое внимание было уделено корректному учету интерференционных эффектов, само наличие которых приводит как к образованию сверхрешетки, так и к появлению дополнительного светового давления на электроны. Естественно, при освещении полупроводника одной лишь бегущей лазерной волной, что неоднократно рассматривалось в литературе (см., например, [2, 3]), интерференционные эффекты не возникают и, следовательно, не имеет места их влияние на кинетические явления.

Ниже результаты работы [1] обобщаются на ситуацию, когда полупроводник с нагретыми постоянным полем электронами освещается пучком когерентных световых волн. Образующиеся при этом статическая и высокочастотная электронные сверхрешетки являются достаточно совершенными и безынерционными. Такие качества и возможность управлять ими с помощью приложенного постоянного электрического поля несомненно могут представить интерес и как дополнительный полезный метод изучения свойств полупроводника, в частности его оптических свойств и, возможно, как новый метод в физике динамических голограмм.

Пусть на поверхность $x=0$ однородного донорного полупроводника со средней объемной концентрацией электронов n_0 падает пучок когерентных волн вектор-потенциал которых в материале задается в виде

$$A(\mathbf{r}, t) = \sum_j A_j \cos(\omega t - \mathbf{k}_j \mathbf{r} - \varphi_j). \quad (1)$$

Примем, что $\hbar\omega < \varepsilon_g$ (ε_g — ширина запрещенной зоны) и поэтому свет, не изменяя общего числа электронов в полупроводнике, может только быть причиной перераспределения их концентрации. Он может также перераспределить напряженность постоянного поля F_0 , которое, по предположению, приложено к полупроводнику в направлении Oz .

В представлении вторичного квантования гамильтониан электрон-фононной системы при наличии поля F_0 и $A(\mathbf{r}, t)$ равен

$$\hat{H} = \sum_{\mathbf{p}} \varepsilon_{\mathbf{p}} a_{\mathbf{p}}^+ a_{\mathbf{p}} + \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{k}} \left[-\frac{e}{mc} \mathbf{p} \mathbf{A}_{\mathbf{k}} + \frac{e^2}{2mc^2} A_{\mathbf{k}}^{(2)} a_{\mathbf{p}+\hbar\mathbf{k}}^+ a_{\mathbf{p}} - \right. \\ \left. - i e F_0 \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{k}} \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{k}} \delta_{\mathbf{k}, 0} \right) a_{\mathbf{p}+\hbar\mathbf{k}}^+ a_{\mathbf{p}} + \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{q}} c_{\mathbf{q}} (b_{\mathbf{q}} + b_{-\mathbf{q}}^+) a_{\mathbf{p}+\hbar\mathbf{q}}^+ a_{\mathbf{p}} + \sum_{\mathbf{q}} \hbar \omega_{\mathbf{q}} b_{\mathbf{q}}^+ b_{\mathbf{q}} \right] \quad (2)$$

Здесь $\mathbf{A}_{\mathbf{k}}$ и $A_{\mathbf{k}}^{(2)}$ — Фурье-компоненты вектора $\mathbf{A}$ и A^2 соответственно. Остальные обозначения стандартны.

Одночастичный оператор функции распределения удобно [1] выразить зависящим от канонического импульса $\mathbf{P}$ и, конечно, r и t ,

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{P}, t) = \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{k}} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} a_{\mathbf{P}+\hbar\mathbf{k}/2}^+ a_{\mathbf{P}-\hbar\mathbf{k}/2}, \quad \mathbf{P} = \mathbf{p} + \frac{e}{c} \mathbf{A}(\mathbf{r}, t). \quad (3)$$

Целесообразно далее, так же как в [1], перейти от операторных соотношений (2), (3) к кинетическому уравнению для определения функции распределения $f(\mathbf{r}, \mathbf{P}, t)$ и представить ее (имея в виду, что в интересующей нас области частот, по предположению, при доминирующем квазиупругом механизме рассеяния среднее время релаксации по импульсу $\tau(\varepsilon) \gg \omega^{-1}$) в виде

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{P}, t) = \sum_{\varepsilon} e^{i\varepsilon\omega t} f^{(\varepsilon)}(\mathbf{r}, \mathbf{P}, t). \quad (4)$$

В такой записи быстрые осцилляции выделены явно, а амплитуды $f^{(\varepsilon)}$ являются медленно изменяющимися (за время $t \sim \omega^{-1}$) функциями t .

Начнем с определения усредненной по периоду $2\pi/\omega$ амплитуды $f^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{P})$ функции $f^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{P}, t)$, которая в силу сказанного превосходит амплитуды остальных членов ряда (4). Кинетическое уравнение для этой функции можно получить тем же путем, что в работах [1, 4]. Здесь оно имеет такой вид

$$\frac{\mathbf{P}}{m} \frac{\partial f^{(0)}}{\partial \mathbf{r}} + e\mathbf{F} \frac{\partial f^{(0)}}{\partial \mathbf{P}} - \frac{e^2 \nabla}{4mc^2} \sum_{j, j'} (\mathbf{A}_j \mathbf{A}_{j'}) \cos[(\mathbf{k}_j - \mathbf{k}_{j'}) \mathbf{r} + \varphi_j - \varphi_{j'}] \frac{\partial f^{(0)}}{\partial \mathbf{P}} = \\ = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\mathbf{q}, l} |c_{\mathbf{q}}|^2 J_l^2 \left(\frac{e\gamma_{\mathbf{q}}}{m\omega c} \right) \{ [(N_{\mathbf{q}} + 1) f^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{P} + \hbar\mathbf{q}) - N_{\mathbf{q}} f^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{P})] \times \\ \times \delta(\varepsilon_{\mathbf{P}+\hbar\mathbf{q}} - \varepsilon_{\mathbf{P}} - \hbar\omega_{\mathbf{q}} - l\hbar\omega) + [N_{\mathbf{q}} f^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{P} - \hbar\mathbf{q}) - (N_{\mathbf{q}} + 1) f^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{P})] \times \\ \times \delta(\varepsilon_{\mathbf{P}-\hbar\mathbf{q}} - \varepsilon_{\mathbf{P}} + \hbar\omega_{\mathbf{q}} - l\hbar\omega) \}. \quad (5)$$

Как видно, в левой части кинетического уравнения (5) появилось слагаемое, которое можно охарактеризовать как вызванное светом давление на электронный газ, а правая часть уравнения иллюстрирует отмеченное выше интерференционное взаимодействие волн. В (5) $J_l(x)$ — функции Бесселя, а

$$\gamma_{\mathbf{q}}^2 = \sum_{j, j'} (\mathbf{q} \mathbf{A}_j) (\mathbf{q} \mathbf{A}_{j'}) \cos[(\mathbf{k}_j - \mathbf{k}_{j'}) \mathbf{r} + \varphi_j - \varphi_{j'}]. \quad (6)$$

Актуальные для нашей задачи мощности волн (1) хорошо согласуются с неравенствами $eA_j \ll \sqrt{m\hbar\omega}$ при $\hbar\omega > \varepsilon$, которые мы принимаем. Это позволяет функции Бесселя в (5) разложить в ряд по их аргументу, ограничившись на первых порах квадратичными по A_j слагаемыми и, кроме того, вообще искать решение в зависимости от A_j по теории возмущений. В нулевом же приближении функция $f^{(0)}(\mathbf{P})$ может находиться как решение уравнения (5) в однородном поле $\mathbf{F}_0$ (при $A_j=0$) и, как обычно, даже в относительно сильном поле $\mathbf{F}_0$ — в диффузионном приближении.

Решая задачу в диффузионном приближении, представим функцию распределения $f^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{P})$ в виде суммы ее сферически симметричной по $\mathbf{P}$ части $f_e^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{P})$ и асимметричной $f_a^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{P})$ при $|f_a^{(0)}| \ll |f_e^{(0)}|$. Функция $f^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{P})$, считая среднюю концентрацию электронов достаточной для введения электронной температуры, имеет вид

$$f_e^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{P}) = \frac{n(\mathbf{r})}{[2\pi m T(\mathbf{r})]^{3/2}} e^{-P^2/2mT(\mathbf{r})}. \quad (7)$$

Распространяющиеся в полупроводнике волны (1), как уже говорилось, перераспределяют концентрацию электронов и изменяют их температуру, делая их зависящими от координаты $\mathbf{r}$, но в силу указанного неравенства, ограничивающего A_j , можно считать, что $n(\mathbf{r}) = n_0 + n_1(\mathbf{r})$, $T(\mathbf{r}) = T_e + T_1(\mathbf{r})$ и соответствующие поправки $n_1(\mathbf{r})$, $T_1(\mathbf{r})$ малы по сравнению соответственно с n_0 и T_e . Электронная температура T_e определяется разогревом в поле F_0 и находится известным образом [1, 4].

Поправки к n_0 , T_e приводят к поправкам $f_e^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{P})$ и $f_e^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{P})$. Последняя (обозначим ее $\Delta f_e^{(0)}$) выражается через функцию (7) и при $A_j \perp F_0$ равна

$$\Delta f_e^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{P}) = -\tau(\epsilon) \left\{ \frac{\mathbf{P}}{m} \frac{\partial f_e^{(0)}}{\partial \mathbf{r}} + \left[e\mathbf{F}_1 + \frac{e^2}{4mc^2} \sum_{j,j'} (A_j A_{j'}) (\mathbf{k}_j - \mathbf{k}_{j'}) \sin(\psi_j - \psi_{j'}) \frac{\partial f_e^{(0)}}{\partial \mathbf{P}} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{6} e (\mathbf{F}_0 \mathbf{P}) \left(\frac{e}{mc\hbar\omega} \right)^2 \frac{(\hbar\omega)^{3/2}}{\sqrt{z}} \sum_{j,j'} (A_j A_{j'}) \cos(\psi_j - \psi_{j'}) \frac{\partial f_e^{(0)}}{\partial z} \right] \right\}; \quad \psi_j \equiv \mathbf{k}_j \mathbf{r} + \varphi_j. \quad (8)$$

Функция (8) определяет дополнительный (постоянный во времени) ток Δj , зависящий от амплитуд A_j . Мы вычислим его,¹ ограничившись здесь наиболее простым случаем симметрично ориентированных двух пучков с волновыми векторами $k_{1x} = k_{2x}$; $k_{1z} = -k_{2z}$. Вычисление дает

$$\Delta j = j_0 \left\{ \frac{n_1}{n_0} + \frac{F_1}{F_0} - \frac{T_1}{2T_e} - \frac{e^2}{12mc^2} \left(\frac{\pi}{\hbar\omega T_e} \right)^{1/2} [A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\psi_1 - \psi_2)] + \right. \\ \left. + \frac{1}{eF_0} \left[\frac{e^2 k_{1z}}{mc^2} A_1 A_2 \sin(\psi_1 - \psi_2) - T_e \left(\frac{1}{n_0} \frac{dn_1}{dz} + \frac{1}{2T_e} \frac{dT_1}{dz} \right) \right] \right\}, \quad (9)$$

где j_0 — ток в поле F_0 .

В рассмотренном сейчас случае двух волн при $F_0 \parallel Oz$ все дополнительно возникшие величины n_1 , T_1 , а также и напряженность постоянного во времени поля F_1 являются функциями одной только координаты z . Для определения явного вида их зависимостей от z и A_j могут быть привлечены (как и в работе [1]) уравнения непрерывности, Пуассона и баланса мощности. Необходимое для составления последнего выражение плотности потока мощности ΔQ имеет вид

$$\Delta Q = \frac{2T_e}{e} \left\{ \Delta j + i_0 \left[\frac{T_1}{T_e} - \frac{1}{eF_0} \frac{dT_1}{dz} + \frac{e^2}{48mc^2} \left(\frac{\pi}{\hbar\omega T_e} \right)^{1/2} (A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\psi_1 - \psi_2)) \right] \right\}. \quad (10)$$

Структура выражений (9), (10) позволяет искать малые поправки $n_1(z)$, $T_1(z)$, $F_1(z)$ в виде

$$\left. \begin{aligned} n_1(z) &= n_0 (\xi_1 \cos 2k_{1x}z + \xi_2 \sin 2k_{1x}z), \\ T_1(z) &= T_e (\eta_0 + \eta_1 \cos 2k_{1x}z + \eta_2 \sin 2k_{1x}z), \\ F_1(z) &= F_0 (\zeta_1 \cos 2k_{1x}z + \zeta_2 \sin 2k_{1x}z). \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Более подробно зависимости ξ_i , η_i , ζ_i от амплитуд A_1 , A_2 , поля F_0 и параметров полупроводника будет приведен в другом месте при рассмотрении конкретных явлений переноса. Здесь же прежде всего обратим внимание на то, что сам факт периодической² по координате z зависимости величин n , T , F указывает на образование статических сверхрешеток электронной концентрации, электронной температуры и напряженности постоянного поля. В разных эффектах каждая из этих сверхрешеток проявляется по-своему, и общим их свойством является лишь то, что в сильном поле F_0 они практически исчезают. Сильное постоянное поле, следовательно, уменьшает неоднородность полупроводника, вызванную освещением его волнами (1).

¹ Когда $(A_j F_0) \neq 0$, добавка $\Delta f_e^{(0)}$, кроме (8), содержит еще выражения, которые мы не приводим. Заметим лишь, что они приводят к дополнительным слагаемым тока Δj , направленным вдоль поляризации полей (1). При этом и поле F_1 не будет совпадать с направлением F_0 .

² Электронная температура T_1 может, согласно (11), иметь не зависящую от z часть. Такой не зависящей от координаты z части не должны иметь n_1 и F_1 в силу того, что свет не изменяет полного числа электронов и реально длина полупроводника в направлении z всегда значительно превосходит k_z^{-1} .

Обратимся теперь к рассмотрению динамических сверхрешеток, в частности сверхрешеток, связанных со слагаемыми с $s=1$ функции (4). Эти слагаемые (при учете того, что частоты лазерных волн являются самым большим параметром задачи, т. е. $\omega \gg Pk/m$, $\omega \gg eF_0/P$, $\omega \gg \tau^{-1}$) приближенно пропорциональны интегралу столкновений и выражаются через статическую функцию $f^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{P})$

$$f^{(\pm 1)}(\mathbf{r}, \mathbf{P}) \simeq \mp \frac{2\pi}{\omega} \sum_{\mathbf{q}} |c_{\mathbf{q}}|^2 N_{\mathbf{q}} [f^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{P} + \hbar \mathbf{q}) - f^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{P})] \sum_{l=1}^2 J_l \left(\frac{e\gamma_{\mathbf{q}}}{mc\omega} \right) \left[J_{\pm} \left(\frac{e\gamma_{\mathbf{q}}}{mc\omega} \right) + \right. \\ \left. + (2-l) J_{l-1} \left(\frac{e\gamma_{\mathbf{q}}}{mc\omega} \right) \right] \times e^{\mp i u_{\mathbf{q}}} [\delta(\varepsilon_{\mathbf{P}+\hbar \mathbf{q}} - \varepsilon_{\mathbf{P}} - \hbar \omega) - \delta(\varepsilon_{\mathbf{P}+\hbar \mathbf{q}} - \varepsilon_{\mathbf{P}} + \hbar \omega)]; \\ u_{\mathbf{q}} \equiv \arctg \sum_j (A_j \mathbf{q}) \sin \psi_j / \sum_j (A_j \mathbf{q}) \cos \psi_j. \quad (12)$$

В линейном по A_j приближении Фурье-компонента тока $\mathbf{j}_1(\pm \omega)$, вычисленная с помощью функции (12), равна

$$j_1(\pm \omega) = - \frac{e^2 [n_0 + n_1(\mathbf{r})]}{2mc} \sum_j A_j e^{\mp i \psi_j} + \frac{ie^2}{6mc\omega} \frac{n_0 + n_1(\mathbf{r})}{\tau(\hbar \omega)} \sum_j A_j e^{\mp i \psi_j}. \quad (13)$$

Зависимость $\mathbf{j}_1(\pm \omega)$ от координаты $\mathbf{r}$, согласно (13), показывает, что статическая сверхрешетка модулирует как поляризационную (явным образом не зависящую от ω), так и диссипативную части высокочастотного тока.

Для определения нелинейного отклика тока необходимо функции Бесселя в (12) разложить по $\gamma_{\mathbf{q}}$ до более высоких степеней, чем это делалось ранее. Вычисленные при этом высокочастотные функции распределения электронов определяют соответствующие высокочастотные токи. Мы приведем нижайший из них — кубический по полям A_j высокочастотный ток на частоте ω . Его составляющие по координатным осям $J_{3i}(\pm \omega)$ ($i=1, 2, 3$), равны

$$J_{3i}(\pm \omega) = - \frac{ie^2}{6mc\omega} \frac{e^2 n_0}{10mc^2 \hbar \omega \tau (\hbar \omega)} \left[1 - \frac{2\tau(\hbar \omega)}{\tau(2\hbar \omega)} \right] e^{\mp i \psi_j} \times \\ \times \sum_{j', j''} [A_{j'} (A_j A_{j''}) + A_{j''} (A_j A_{j'}) + A_{j''} (A_j A_{j'})] \cos(\psi_{j'} - \psi_{j''}). \quad (14)$$

Ток $\mathbf{j}_3$ ответствен за нелинейное поглощение на первой гармонике. Оно, согласно (14), обусловлено влиянием всех волн на акт соударения электронов с фононами. Это влияние может быть, например, обнаружено, когда нужно определить поглощение относительно слабой волны данной поляризации при наличии более интенсивных волн той же частоты, но другой поляризации.

При нелинейном отклике, как можно заключить из (14), $\mathbf{j}_3$ является тензорной величиной. Однако в рассмотренном выше случае только двух, симметрично ориентированных сильных волн коэффициент поглощения слабой третьей волны K вырождается в скаляр, но его величина отражает нелинейное воздействие сильных волн. Он равен

$$K = \frac{4\pi n_0 e^2 \chi^{1/2}}{3mc\omega^2 \tau (\hbar \omega)} \left\{ 1 - \frac{3e^2}{10mc^2 \hbar \omega} [A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(2k_1 z + \varphi_1 - \varphi_2)] \right\} \quad (15)$$

(χ — диэлектрическая проницаемость однородного полупроводника).

Множитель перед фигурной скобкой (15) определяет коэффициент поглощения свободными электронами в квантовой области частот при линейном отклике. Нелинейный отклик коэффициента поглощения слабой волны содержит в (15) добавку, отличительной особенностью которой является ее зависимость от z , поэтому она может проявиться по зависимости интенсивности зондирующей волны от толщины пластинки, через которую волна прошла.

Эффект, аналогичный дифракции Рамана — Ната [5], также может быть привлечен в качестве способа исследования полупроводника с указанной сверх-

решеткой. Пусть в таком полупроводнике распространяется слабая зондирующая волна

$$E(x, t) = E_0(x) e^{i(\omega_0 t - k_0 x)}. \quad (16)$$

Ее амплитуда после выхода из пластинки (считая толщину пластинки d достаточно малой) будет равна

$$E(d) = E_0(0) e^{-Kd/2} \exp \left\{ i \frac{2\pi e^2 n_1(z)}{\sqrt{\kappa} m c \omega_0} d \right\}. \quad (17)$$

Следовательно, согласно (17), можно определить параметры сверхрешетки, измеряя интенсивность прошедшей волны под разными углами.

Л и т е р а т у р а

- [1] Дыкман И. М., Томчук П. М. ФТТ, 1982, т. 24, № 11, с. 3255—3261.
- [2] Мельников В. И. Письма в ЖЭТФ, 1969, т. 9, № 3, с. 204—206.
- [3] Эпштейн Э. М. ФТТ, 1969, т. 11, № 10, с. 2732—2738.
- [4] Дыкман И. М., Томчук П. М. Кинетическое уравнение и параметры сверхрешетки, образованной стоячей лазерной волной в полупроводнике с нагретыми носителями, УФЖ, 1982, т. 27, № 7, с. 1023—1033.
- [5] Померанцев Н. М. УФН, 1973, № 3, с. 507—523.

Институт полупроводников АН УССР
Киев

Поступило в Редакцию
23 апреля 1984 г.

РАССЕЯНИЕ И ТРАНСФОРМАЦИЯ ВОЛН НА ФЛУКТУАЦИЯХ В НЕРАВНОВЕСНОЙ ПЛАЗМЕ ПОЛУПРОВОДНИКА С АНИЗОТРОПНОЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ЗОНОЙ

П. М. Томчук, В. А. Шендеровский

Показано, что в неравновесной плазме полупроводника со сложным законом дисперсии энергии носителей сечение рассеяния (трансформации) волн существенно зависит от формы энергетических зон и от ориентации полей. При определенных направлениях полей (внешнего, падающей и рассеянной волн) сечения рассеяния могут достигать аномально больших значений, что связано с появлением аномально больших флуктуаций в неравновесной плазме для этих ориентаций полей. Учет отклонения закона дисперсии энергии от изотропного параболического и наличие греющего поля приводят, кроме того, к возникновению специфического тока, который вызывает дополнительное рассеяние (трансформацию) волн. Оценка показывает, что для легко экспериментально достижимых полей этот дополнительный вклад в коэффициент рассеяния (трансформации) волн может заметно превышать обычно исследуемый вклад, связанный только лишь с флуктуациями концентрации носителей в плазме. Получены выражения для коэффициентов рассеяния и трансформации падающей поперечной волны флуктуационными волнами в полупроводниках со слабо анизотропной зоной типа зоны тяжелых дырок в p -Ge для ориентаций полей, при которых возможно строгое разделение флуктуационных волн на продольные и поперечные.

1. Введение

Исследование процессов рассеяния и трансформации электромагнитных волн на флуктуационных колебаниях давно с успехом применяется для диагностики газоразрядной плазмы. Появление мощных лазеров в инфракрасном диапазоне сделало возможным проведение подобных экспериментов [1, 2] также и для диагностики полупроводниковой плазмы. Интенсивность рассеянных волн определяется как уровнем флуктуаций, так и интенсивностью падающей волны. В случае неравновесной плазмы с высоким уровнем флуктуаций сечения рассеяния и трансформации волн могут быть весьма большими.

В сильных электрических полях плазма твердого тела может стать существенно неравновесной (особенно в материалах с высокой подвижностью носителей). При этом в полупроводниках с законом дисперсии энергии носителей, отличным от изотропного параболического, как частоты, так и декременты собственных колебаний становятся зависящими от величины и ориентации внешнего электрического поля [3, 4]. В частности, оказалось, что в полупроводниках с анизотропным законом дисперсии, как у p -Ge, декремент затухания плазменных волн в сравнительно легко достижимых полях может (при определенных ориентациях греющего поля) даже менять знак. Следствием этого является возникновение на частотах, близких к собственной, аномально больших флуктуаций, величина которых существенно анизотропна [5]. Поскольку в неравновесном случае величина и характер флуктуаций в полупроводниковой плазме существенно зависят от механизмов рассеяния и формы энергетических зон, то исследование процессов рассеяния и трансформации волн на этих флуктуациях может дать

ценную информацию как о механизмах рассеяния горячих носителей, так и о деталях формы энергетических зон.

Влияние закона дисперсии энергии носителей на рассеяние света в равновесной полупроводниковой плазме было подробно изучено Вольфом для непараболической, но изотропной зоны [9]. Показано, что непараболическость зоны существенно сказывается на одночастичном рассеянии света (обусловленном взаимодействием световой волны с отдельными носителями). В частности, в коэффициенте рассеяния света появляется дополнительное слагаемое (обусловленное непараболическостью зоны), величина которого может заметно превосходить коэффициент одночастичного рассеяния в случае простой параболической зоны. Что же касается рассеяния света на коллективных (плазменных) колебаниях, то в отсутствие внешнего магнитного поля влияние непараболическости зоны сводится к несущественной поправке, связанной с изменением эффективной массы носителей. В магнитном поле непараболическость зоны приводит к дополнительному рассеянию света, вызванному коллективными колебаниями плазмы (колебаниями Бернштейна).

Настоящая работа посвящена исследованию влияния закона дисперсии энергии на рассеяние света коллективными колебаниями неравновесной полупроводниковой плазмы. Показано, что отклонение закона дисперсии энергии от изотропного параболического в сочетании с действием внешнего (греющего носители) электрического поля приводит к появлению качественно новых эффектов (не рассматривавшихся ранее). Так, в рассматриваемом нами случае сечение рассеяния света является существенно анизотропным и для определенной величины и ориентации внешнего поля может принимать аномально большое значение. С изменением величины и ориентации греющего поля смещается также положение рамановских сателлитов. Кроме того, в коэффициенте рассеяния появляется дополнительное слагаемое, обусловленное сочетанием действия внешнего поля и отклонения закона дисперсии энергии от изотропного параболического. Упомянутые эффекты не имеют места в случае равновесной плазмы.

2. Постановка задачи и исходные уравнения

Мы рассмотрим однородный полупроводник с одним типом носителей, закон дисперсии энергии ε которых отличен от изотропного параболического закона $\varepsilon = p^2/2m$ (p — импульс носителя, m — его эффективная масса). Пусть к такому полупроводнику приложено внешнее, греющее носители, постоянное электрическое поле $\mathbf{F}$. Функция распределения носителей по импульсам $f(\mathbf{p})$ в постоянном поле $\mathbf{F}$ предполагается здесь известной (выбор явного вида $f(\mathbf{p})$ будет обсужден ниже). Рассмотрим рассеяние и трансформацию внешней падающей волны, поле которой представим в виде

$$\mathbf{E}^0(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}^0 \cos(\omega^0 t - \mathbf{k}^0 \mathbf{r}), \quad (1)$$

на флуктуациях в неравновесной плазме. В (1) ω^0 — частота, а $\mathbf{k}^0$ — волновой вектор падающей волны. Поля падающей $\mathbf{E}^0$, флуктуирующих $\delta \mathbf{E}$ и рассеянных $\mathbf{E}'$ волн предполагаются малыми по сравнению с постоянным полем $\mathbf{F}$. Поле, определяющее полную функцию распределения носителей, можно записать в виде суммы:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{F} + \mathbf{E}^0(\mathbf{r}, t) + \delta \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{E}'(\mathbf{r}, t). \quad (2)$$

В виде аналогичной суммы представим также полную функцию распределения носителей по импульсам $\chi(\mathbf{p})$:

$$\chi(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) = f(\mathbf{p}) + \varphi^0(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) + \delta \varphi(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) + \varphi'(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t). \quad (3)$$

Здесь φ^0 , $\delta\varphi$ и φ' — добавки к функции распределения в постоянном поле $f(p)$, вызванные соответственно E^0 , δE и E' . Считая δE и E^0 малыми величинами, при нахождении φ^0 , $\delta\varphi$ и φ' воспользуемся, как обычно [7, 8], методом последовательных приближений. При этом поле рассеянной волны (пропорциональное произведению E^0 и δE) будет величиной второго порядка малости, т. е. $|E'| \ll |E^0|$, $|\delta E|$. Кроме того, очевидно, что $|\varphi'| \ll |\varphi^0|$, $|\delta\varphi|$.

Подставляя в кинетическое уравнение функцию распределения в виде (3) и поле в виде (2) и собирая члены одного порядка малости, получим для определения φ^0 , $\delta\varphi$ и φ' следующую систему уравнений в фурье-представлении:

$$\hat{L}_{k,\omega}\varphi^0(k,\omega) = -e_0 E^0(k,\omega) \hat{K}(k,\omega) f(p), \quad (4)$$

$$\hat{L}_{k,\omega}\delta\varphi(k,\omega) = -e_0 \delta E(k,\omega) \hat{K}(k,\omega) f(p) + y(p,k,\omega), \quad (5)$$

$$\hat{L}_{k,\omega}\varphi'(k,\omega) = -e_0 E'(k,\omega) \hat{K}(k,\omega) f(p) - \frac{e_0}{(2\pi)^4} \int dk_1 d\omega_1 \cdot$$

$$\{E^0(k_1, \omega_1) \hat{K}(k_1, \omega_1) \delta\varphi(k - k_1, \omega - \omega_1) + \\ + \delta E(k_1, \omega_1) \hat{K}(k_1, \omega_1) \varphi^0(k - k_1, \omega - \omega_1)\}. \quad (6)$$

Здесь

$$\hat{L}_{k,\omega} \equiv i(\omega - kv) + e_0 F \frac{\partial}{\partial p} - \hat{v}(p), \quad (7)$$

$$\hat{K}(k,\omega) \equiv \left(1 - \frac{kv}{\omega}\right) \frac{\partial}{\partial p} + v \left(\frac{k}{\omega} \frac{\partial}{\partial p}\right) \quad (8)$$

e_0 — элементарный заряд, $\hat{v}(p)$ — оператор столкновений, $y(p,k,\omega)$ — случайные силы, обычно вводимые в правую часть кинетического уравнения при исследовании флуктуаций, $v = \partial \varepsilon / \partial p$ — скорость носителя. При переходе к фурье-представлению мы исключили магнитные поля, воспользовавшись их связью с электрическими полями через уравнения Максвелла. Функции φ^0 , $\delta\varphi$ и φ' (а также $\hat{L}$ и $\hat{K}$), кроме k и ω , зависят, конечно, и от p , однако мы для краткости не выписываем этого аргумента. Это не должно привести к недоразумению.

Интеграл в правой части (6) вычисляется легко, если учесть, что величины $E^0(k,\omega)$ и $\varphi^0(k,\omega)$, пользуясь (1) и (4), мы можем представить в следующем виде:

$$E^0(k,\omega) = \frac{1}{2}(2\pi)^4 \{\delta(\omega + \omega^0) \delta(k + k^0) + \delta(\omega - \omega^0) \delta(k - k^0)\} E^0, \quad (9)$$

$$\varphi^0(k,\omega) = \frac{1}{2}(2\pi)^4 \{\delta(\omega + \omega^0) \delta(k + k^0) + \delta(\omega - \omega^0) \delta(k - k^0)\} \bar{\varphi}^0(k,\omega). \quad (10)$$

При этом функция $\bar{\varphi}^0(k,\omega)$ удовлетворяет уравнению

$$\hat{L}_{k,\omega} \bar{\varphi}^0(k,\omega) = -e_0 E^0(k,\omega) f(p). \quad (11)$$

После взятия интеграла в правой части уравнения (6) последнее примет вид

$$\hat{L}_{k,\omega}\varphi'(k,\omega) = -e_0 E'(k,\omega) \hat{K}(k,\omega) f(p) - \\ - \frac{1}{2} \{\Psi(k,\omega; k^0, \omega^0) + \Psi(k,\omega; -k^0, -\omega^0)\}, \quad (12)$$

где

$$\Psi(k,\omega, k^0, \omega^0) \equiv e_0 E^0(k^0, \omega^0) \delta\varphi(k + k^0, \omega + \omega^0) + \\ + e_0 \delta E(k + k^0, \omega + \omega^0) \hat{K}(k + k^0, \omega + \omega^0) \bar{\varphi}^0(-k^0, -\omega^0). \quad (13)$$

Мы везде пользуемся действительными величинами: как при описании полей, так и функции распределения. Поэтому для фурье-компонент всех этих величин имеет место соотношение типа $\delta E^*(\mathbf{k}, \omega) = \delta E(-\mathbf{k}, -\omega)$ (звездочка означает комплексное сопряжение). Если учесть, кроме того, что $\hat{L}_{-\mathbf{k}, -\omega}^* = \hat{L}_{\mathbf{k}, \omega}$ и $\hat{K}(\mathbf{k}, \omega) = \hat{K}(-\mathbf{k}, -\omega)$, то из (13) следуют соотношения:

$$\begin{aligned}\Psi(-\mathbf{k}, -\omega; \mathbf{k}^0, \omega^0) &= \Psi^*(\mathbf{k}, \omega; -\mathbf{k}^0, -\omega^0), \\ \Psi(-\mathbf{k}, -\omega; -\mathbf{k}^0, -\omega^0) &= \Psi^*(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{k}^0, \omega^0),\end{aligned}\quad (14)$$

которые понадобятся в дальнейшем.

Компоненты вектора тока, связанного с функцией $\varphi'(\mathbf{k}, \omega)$, можно представить в виде

$$j_{\alpha}'(\mathbf{k}, \omega) \equiv e_0 \int \frac{\partial \varepsilon}{\partial p_{\alpha}} \varphi'(\mathbf{k}, \omega) d\mathbf{p} = \sum_{\beta} \sigma_{\alpha\beta}(\mathbf{k}, \omega) E_{\beta}'(\mathbf{k}, \omega) + J_{\alpha}'(\mathbf{k}, \omega), \quad (15)$$

где

$$\sigma_{\alpha\beta}(\mathbf{k}, \omega) = -e_0^2 \int \frac{\partial \varepsilon}{\partial p_{\alpha}} \hat{L}_{\mathbf{k}, \omega}^{-1} \hat{K}_{\beta}(\mathbf{k}, \omega) f(\mathbf{p}) d\mathbf{p} \quad (16)$$

представляет собой тензор электропроводности, дающий обычный вклад в тензор диэлектрической проницаемости, а ток

$$J_{\alpha}'(\mathbf{k}, \omega) = -\frac{1}{2} e_0 \int \frac{\partial \varepsilon}{\partial p_{\alpha}} \hat{L}_{\mathbf{k}, \omega}^{-1} \{ \Psi(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{k}^0, \omega^0) + \Psi(\mathbf{k}, \omega; -\mathbf{k}^0, -\omega^0) \} d\mathbf{p} \quad (17)$$

вызывает рассеяние (трансформацию) падающей волны. Подставляя (15) в уравнения Максвелла, получим связь $J'(\mathbf{k}, \omega)$ с полем рассеянной волны $E'(\mathbf{k}, \omega)$:

$$\hat{\Lambda} E'(\mathbf{k}, \omega) = \frac{4\pi i}{\omega} J'(\mathbf{k}, \omega). \quad (18)$$

Здесь $\hat{\Lambda}$ — тензор, матричные элементы которого

$$\Lambda_{\alpha\beta}(\mathbf{k}, \omega) = \left(\frac{c\mathbf{k}}{\omega} \right)^2 \left(\frac{k_{\alpha}k_{\beta}}{k^2} - \delta_{\alpha\beta} \right) + \kappa_{\alpha\beta}(\mathbf{k}, \omega), \quad (19)$$

а $\kappa_{\alpha\beta}$ — тензор диэлектрической проницаемости равен

$$\kappa_{\alpha\beta}(\mathbf{k}, \omega) = \kappa_0 \delta_{\alpha\beta} + \frac{4\pi}{i\omega} \sigma_{\alpha\beta}(\mathbf{k}, \omega) \quad (20)$$

и κ_0 — диэлектрическая проницаемость кристалла без учета вклада в нее свободных носителей тока.

Если рассчитаны флуктуации, то уравнения (18) с учетом (17) описывают все процессы рассеяния и трансформации волн в присутствии постоянного поля и произвольного закона дисперсии энергии носителей.

3. Вычисление тока, вызывающего рассеянные волны

Для дальнейшего исследования процессов рассеяния и трансформации волн необходимо иметь явное выражение тока $J'(\mathbf{k}, \omega)$, вызывающего рассеяние волн. Чтобы его получить, необходимо из (5) и (11) найти соответственно $\delta\varphi(\mathbf{k}, \omega)$ и $\varphi^0(\mathbf{k}, \omega)$ и подставить их в (12), а затем решить последнее уравнение. Формальное решение (5) (а также (11)) легко за-

писать в следующем виде:

$$\delta\varphi(\mathbf{k}, \omega) = \hat{L}_{\mathbf{k}, \omega}^{-1} \{-e_0 \delta E(\mathbf{k}, \omega) \hat{K}(\mathbf{k}, \omega) f(\mathbf{p}) + y(\mathbf{p}, \mathbf{k}, \omega)\}. \quad (21)$$

При этом аналогично (15) для тока, связанного с флуктуационной волной, получим

$$\delta \mathbf{j}(\mathbf{k}, \omega) = \hat{\sigma}(\mathbf{k}, \omega) \delta E(\mathbf{k}, \omega) + \mathbf{j}^{(0)}(\mathbf{k}, \omega), \quad (22)$$

где $\hat{\sigma}(\mathbf{k}, \omega)$ — тензор проводимости, компоненты которого определены формулой (16), а

$$\mathbf{j}^{(0)}(\mathbf{k}, \omega) \equiv e_0 \int \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{p}} \hat{L}_{\mathbf{k}, \omega}^{-1} y(\mathbf{p}, \mathbf{k}, \omega) d\mathbf{p} \quad (23)$$

— вектор случайных токов. В дальнейшем нам понадобятся эти выражения.

Теперь же приступим к фактическому, а не формальному нахождению решений уравнений (5) и (11), т. е. определим явный вид $\hat{L}_{\mathbf{k}, \omega}^{-1}$. С этой целью наложим некоторые ограничения на область исследуемых частот и применяемых полей. Будем предполагать выполненными следующие неравенства:

$$\frac{e_0 F}{\bar{p}\omega} \ll 1, \quad \frac{|\hat{v}f(\mathbf{p})|}{\omega f(\mathbf{p})} \approx \frac{v}{\omega} \ll 1. \quad (24)$$

Здесь $\bar{p}$ — среднее значение импульса, v — эффективная частота соударений. Заметим, что при выполнении второго неравенства ограничение на поле F , накладываемое первым неравенством, является весьма мягким. В частности, поле F при выполнении этого неравенства может быть все же столь сильным, что при определении $f(\mathbf{p})$ нельзя больше пользоваться диффузионным приближением.

В этой работе мы будем рассматривать низкоомные полупроводники, когда частота ленгмюровских колебаний $\omega_p \gg v$. Поэтому для исследуемой здесь задачи рассеяния (трансформации) электромагнитных волн второе условие (кроме того, что облегчает расчеты) является вполне естественным, так как в плазму проникают волны только с $\omega > \omega_p$. В этом приближении с точностью до членов первого порядка малости

$$\hat{L}_{\mathbf{k}, \omega}^{-1} \approx -i \frac{1}{\omega - k v} + \frac{1}{\omega - k v} \left[e_0 F \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} - \hat{v} \right] \frac{1}{\omega - k v}. \quad (25)$$

С помощью (25) легко найти из (21) $\delta\varphi$ и аналогичным образом из (11) определить $\hat{\Phi}^0$. Зная эти величины, мы из (13) и (17) находим фурье-компоненты тока $\mathbf{J}'(\mathbf{k}, \omega)$. Кроме малости параметров (24) будем также предполагать, что фазовые скорости падающей, флуктуационной и рассеянной (трансформированной) волн значительно больше средней скорости электронов, т. е. что для всех этих волн

$$k\bar{v}/\omega \ll 1. \quad (26)$$

Для рассматриваемых здесь волн это неравенство практически всегда хорошо выполняется.

Представим закон дисперсии энергии носителей в виде

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = p^2/2m + \Delta\varepsilon(\mathbf{p}) \equiv \varepsilon_0(p) + \Delta\varepsilon(\mathbf{p}). \quad (27)$$

Здесь первый член описывает усредненную изотропную параболическую зону с некоторой эффективной массой m (подробнее см. следующий раздел), а $\Delta\varepsilon(\mathbf{p})$ характеризует отклонение от этой зоны, которое будем предполагать малым. Примером такой ситуации может служить p -Ge и p -Si. Подставим теперь в (17) выражение (25), а также $\delta\varphi$ и $\hat{\Phi}^0$ (определенные

указанным выше образом) и затем произведем в (17) разложение по параметру (26). При этом будем сохранять только линейные члены по параметрам (26) и (24), пренебрегая более высокими порядками малости. Кроме того, в членах, линейных по малым параметрам (26) и (24), при интегрировании по $\mathbf{p}$ будем считать $\varepsilon(\mathbf{p}) = p^2/2m$. В результате получим

$$J_{\alpha}'(\mathbf{k}, \omega) = -1/2 \{J_{\alpha}^{(+)}(\mathbf{k}, \omega) + J_{\alpha}^{(-)}(\mathbf{k}, \omega)\}, \quad (28)$$

$$\begin{aligned} J_{\alpha}^{(-)}(\mathbf{k}, \omega) = & -\frac{e_0^3}{\Delta\omega^{(-)}\omega^0} \int d\mathbf{p} f(\mathbf{p}) \left(\mathbf{E}^0 \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} \right) \cdot \left(\delta \mathbf{E}(\mathbf{q}^{(-)}, \Delta\omega^{(-)}) \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} \right) v_{\alpha}(\mathbf{p}) + \\ & + \frac{e_0^3 n}{m^2 \omega^0 (\Delta\omega^{(-)})^2} \left\{ E_{\alpha}^0 (\delta \mathbf{E}(\mathbf{q}^{(-)}, \Delta\omega^{(-)}), \mathbf{q}^{(-)}) + \right. \\ & + \frac{\Delta\omega^{(-)}}{\omega} k_{\alpha} (\delta \mathbf{E}(\mathbf{q}^{(-)}, \Delta\omega^{(-)}) \mathbf{E}^0) + \\ & + \left. \frac{\Delta\omega^{(-)}}{\omega^0} \delta E_{\alpha}(\mathbf{q}^{(-)}, \Delta\omega^{(-)}) (\mathbf{k}^0 \mathbf{E}^0) \right\}; \quad (29) \\ \Delta\omega^{(\pm)} \equiv \omega \pm \omega^0, \quad \mathbf{q}^{(\pm)} \equiv \mathbf{k} \pm \mathbf{k}^0. \end{aligned}$$

Заметим, что при получении (29) никаких предположений о виде функции $f(\mathbf{p})$ мы не делали, кроме обычного предположения о нормировке ее на полную концентрацию носителей n :

$$\int f(\mathbf{p}) d\mathbf{p} = n. \quad (30)$$

Линейные по оператору $e_0 \mathbf{F} \partial / \partial \mathbf{p} - \hat{\mathbf{v}}$ члены в (17) для усредненной зоны полностью равны нулю.

При подстановке (21) в (17) мы, как обычно [7], опустили член, содержащий $y(\mathbf{p}, \mathbf{k}, \omega)$. На законности такого приближения мы еще остановимся ниже несколько подробнее.

Полученные нами выражения для фурье-компонент тока, вызывающего рассеяние волн, отличаются от аналогичного выражения для газоразрядной плазмы [8] наличием в (29) первого члена, который исчезает для простого закона дисперсии $\varepsilon = p^2/2m$. Как будет видно ниже, он также исчезает при стремлении к нулю постоянного поля $\mathbf{F}$. Таким образом, появление этого члена (дополнительного слагаемого в (29)) всецело обусловлено отклонением формы энергетической зоны от изотропной параболической и неравновесностью плазмы¹⁾ (вызванной наличием поля $\mathbf{F}$).

Поскольку в данной работе нас будет интересовать комбинационное рассеяние волн (с изменением частоты рассеянной волны на величину, равную частоте собственных колебаний плазмы) флуктуациями в неравновесной плазме полупроводника, то в заключение этого раздела остановимся вкратце на характере этих флуктуаций вблизи собственных частот. Более подробно этот вопрос был рассмотрен ранее [3].

Флуктуирующие поля $\delta \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$, $\delta \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ и ток $\delta \mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$ имеют статистическое происхождение, и поэтому интерес представляют не точные детали этих величин, а статистические средние от произведения флуктуирующих величин, взятых в разных точках пространства и времени (корреляторы). В частности, в виде произведения флуктуирующих величин выражаются

¹⁾ Такой же природы дополнительные слагаемые, как показано в [3, 4], вызывают дополнительное усиление (или гашение) собственных колебаний неравновесной полупроводниковой плазмы.

такие важные характеристики, как плотность и поток энергии флуктуирующих полей.

При расчете корреляторов методом кинетического уравнения операция статистического усреднения полностью определяется заданием коррелятора случайных сил $y(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)$. В неравновесной системе для квазиклассических флуктуаций коррелятор случайных сил можно представить в виде [2]

$$\langle y(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) y(\mathbf{p}', \mathbf{r}', t') \rangle = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta(t - t') g(\mathbf{p}, \mathbf{p}'). \quad (31)$$

Здесь $\langle \dots \rangle$ означает операцию статистического усреднения.

В интересующем нас высокочастотном случае ($\omega \gg \nu$), когда несущественны корреляции, связанные с парным взаимодействием, функция $g(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$ равна

$$g(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}') \left\{ \int w(\mathbf{p}, \mathbf{p}'') f(\mathbf{p}) d\mathbf{p}'' + \right. \\ \left. + \int w(\mathbf{p}'', \mathbf{p}) f(\mathbf{p}'') d\mathbf{p}'' \right\} - w(\mathbf{p}, \mathbf{p}') f(\mathbf{p}) - w(\mathbf{p}', \mathbf{p}) f(\mathbf{p}'), \quad (32)$$

где $w(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$ — вероятность перехода в единицу времени из состояния $\mathbf{p}$ в $\mathbf{p}'$.

Используя (23) и (31), легко получить коррелятор фурье-компоненты вектора случайных токов:

$$\langle j_{\alpha}^{(0)*}(\mathbf{k}, \omega) j_{\beta}^{(0)}(\mathbf{k}', \omega') \rangle = (2\pi)^4 \delta(\omega - \omega') \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \langle j_{\alpha}^{(0)} j_{\beta}^{(0)} \rangle_{\mathbf{k}, \omega}. \quad (33)$$

При этом спектральное распределение случайных токов $\langle j_{\alpha}^{(0)} j_{\beta}^{(0)} \rangle_{\mathbf{k}, \omega}$ в пренебрежении малыми порядками (24) и (26) имеет вид

$$\langle j_{\alpha}^{(0)} j_{\beta}^{(0)} \rangle_{\mathbf{k}, \omega} \approx \frac{e_0^2}{\omega^2} \iint \frac{\partial \varepsilon}{\partial p_{\alpha}} \frac{\partial \varepsilon}{\partial p_{\beta}'} g(\mathbf{p}, \mathbf{p}') d\mathbf{p} d\mathbf{p}'. \quad (34)$$

Если подставить флуктуационный ток (22) в уравнения Максвелла, то для определения $\delta E(\mathbf{k}, \omega)$ получим уравнение, которое отличается от (18) только тем, что вместо $J'(\mathbf{k}, \omega)$ будет стоять $j^{(0)}(\mathbf{k}, \omega)$. Поэтому коррелятор фурье-компоненты поля δE также можно представить в виде, аналогичном (33) со спектральным распределением флуктуаций полей, равным

$$\langle \delta E_{\alpha} \delta E_{\beta} \rangle_{\mathbf{k}, \omega} = \frac{16\pi^2}{\omega^2} \sum_{\gamma, \delta=1}^3 (\Lambda_{\alpha\delta}^{-1})^* \Lambda_{\beta\gamma}^{-1} \langle j_{\gamma}^{(0)} j_{\delta}^{(0)} \rangle_{\mathbf{k}, \omega}. \quad (35)$$

Здесь $\Lambda_{\alpha\beta}^{-1}$ — матричные элементы тензора, обратного тензору $\hat{\Lambda}$.

Из (35), в частности, следует, что вблизи собственных частот спектральное распределение флуктуаций продольных полей принимает вид [2]

$$\langle \delta E_{\parallel}^2 \rangle_{\mathbf{k}, \omega} = \frac{8\pi^2 \omega}{\kappa_0 \gamma} \langle j_{\parallel}^{(0)2} \rangle_{\mathbf{k}, \omega} \delta(\omega^2 - \omega_p^2(k)), \quad (36)$$

где $\omega_p(k)$ — собственная частота продольных колебаний, а γ — декремент затухания.

Отсюда видно, что вблизи собственных частот спектральная плотность имеет пик, причем интенсивность пика возрастает с уменьшением декремента затухания колебаний.

Выше уже упоминалось, что при получении выражения для тока, вызывающего рассеяние волны, мы при подстановке (21) в (17) опустили 20 жэТФ, № 3

в (21) член, содержащий $y(\mathbf{p}, \mathbf{k}, \omega)$. Легко видеть, что если сохранить этот член, то в токе $J_{\alpha}^{(\pm)}(\mathbf{k}, \omega)$ появится дополнительное слагаемое, равное

$$-\frac{e_0^2}{\omega \Delta \omega^{(\pm)}} \int \frac{\partial e_0}{\partial p_{\alpha}} \left(E^0 \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} \right) y(\mathbf{p}, \mathbf{q}^{(\pm)}, \Delta \omega^{(\pm)}) d\mathbf{p} \equiv \\ \equiv \frac{e_0^2 E_{\alpha}^0}{m \omega \Delta \omega^{(\pm)}} \int y(\mathbf{p}, \mathbf{q}^{(\pm)}, \Delta \omega^{(\pm)}) d\mathbf{p},$$

а также слагаемые, пропорциональные малым параметрам (типа (26)). Используя явный вид $g(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$ из (32), нетрудно показать, что корреляторы выписанного слагаемого со всеми членами (29) и самим собой равны в точности нулю, так как $\int g(\mathbf{p}, \mathbf{p}') d\mathbf{p}' = \int g(\mathbf{p}', \mathbf{p}) d\mathbf{p} = 0$ (сохранение числа частиц при столкновениях). Что же касается не выписанных здесь слагаемых, пропорциональных малым параметрам, то пренебрежение ими не вносит заметной погрешности, поскольку их корреляторы вблизи собственных частот малы по сравнению с корреляторами флуктуирующих полей, имеющими δ -образную особенность в этой области частот (см., например, (36)).

4. Сечение рассеяния и трансформации волн

Интенсивность рассеяния (трансформации) волн характеризуется сечением рассеяния (трансформации), определяемым равенством

$$\Sigma = \bar{\mathcal{P}} (VS_0)^{-1}. \quad (37)$$

Здесь $\bar{\mathcal{P}}$ — среднее приращение энергии рассеянных (трансформированных) волн в единицу времени, V — величина рассеивающего объема, S_0 — плотность потока энергии падающей волны. Усредненная рассеиваемая (трансформированная) мощность равна

$$\bar{\mathcal{P}} = - \int d\mathbf{r} \langle \mathbf{J}'(\mathbf{r}, t) \mathbf{E}'(\mathbf{r}, t) \rangle = \\ = -(2\pi)^{-5} \operatorname{Re} \int d\mathbf{k} d\omega d\omega' \langle \mathbf{J}'(\mathbf{k}, \omega') \mathbf{E}'^*(\mathbf{k}, \omega) \rangle \exp[-i(\omega' - \omega)t]. \quad (38)$$

Распишем (38) более подробно для случая, когда рассеянная волна является поперечной. В этом случае из (18) следует

$$\mathbf{E}_{\perp}'(\mathbf{k}, \omega) = \frac{4\pi i}{\omega} \mathbf{J}_{\perp}'(\mathbf{k}, \omega) \left[\kappa_{\perp}(\mathbf{k}, \omega) - \left(\frac{c\mathbf{k}}{\omega} \right)^2 \right]^{-1}. \quad (39)$$

Подставляя (39) в (38), получим

$$\bar{\mathcal{P}}_{tr} = - \frac{2}{(2\pi)^4} \operatorname{Im} \int \frac{d\mathbf{k} d\omega d\omega'}{\omega} \frac{\langle \mathbf{J}_{\perp}'(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{J}_{\perp}'(\mathbf{k}, \omega') \rangle}{\kappa_{\perp}^*(\mathbf{k}, \omega) - (c\mathbf{k}/\omega)^2} \exp[-i(\omega' - \omega)t]. \quad (40)$$

Раньше мы отмечали, что корреляторы фурье-компонент флуктуирующего поля можно представить в виде, аналогичном (33), со спектральной плотностью (35). С учетом этого обстоятельства из (29) следует, что можно записать

$$\langle \mathbf{J}_{\perp}^{(-)}(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{J}_{\perp}^{(-)}(\mathbf{k}', \omega') \rangle = (2\pi)^4 \delta(\omega - \omega') \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \langle |\mathbf{J}_{\perp}^{(-)}|^2 \rangle_{\mathbf{k}, \omega}. \quad (41)$$

Аналогичные выражения получим для коррелятора тока $\mathbf{J}_{\perp}^{(+)}$. Что же касается перекрестных корреляторов от $\mathbf{J}_{\perp}^{(-)}$ и $\mathbf{J}_{\perp}^{(+)}$, то они будут содержать множители $\delta(\omega' - \omega \pm 2\omega^0)$.

После подстановки (28) в (40) необходимо произвести усреднение по периоду колебаний падающей волны, так как изменение происходит за время, много большее $(\omega_0)^{-1}$, и поэтому интерес представляет мощность, усредненная по периоду колебаний. Предполагая, что такое усреднение проведено, и учитывая, что $\delta(k - k') = V / (2\pi)^3$, получим из (40) после интегрирования по ω'

$$\overline{\mathcal{P}}_{ir} = -\frac{V}{(2\pi)^3} \text{Im} \int \frac{dk d\omega}{\omega} \langle |J_{\perp}^{(-)}|^2 \rangle_{k,\omega} \left[\kappa_{\perp}^*(k, \omega) - \left(\frac{ck}{\omega} \right)^2 \right]^{-1} \quad (42)$$

При получении (42) мы учли, что вклад от коррелятора $J_{\perp}^{(+)}$ полностью совпадает с вкладом от коррелятора $J_{\perp}^{(-)}$ (что легко проверяется заменой в (40) k, ω, ω' на $-k, -\omega, -\omega'$). Предполагая, что рассматриваемые волны являются слабо затухающими, можно записать

$$\text{Im} \left[\kappa_{\perp}^*(k, \omega) - \left(\frac{ck}{\omega} \right)^2 \right]^{-1} \approx \pi \delta \left\{ \text{Re} \kappa_{\perp}(k, \omega) - \left(\frac{ck}{\omega} \right)^2 \right\}. \quad (43)$$

С учетом (43) в (42) легко провести интегрирование по модулю k , записав, что $dk = k^2 dk d\omega$. В результате получим

$$\overline{\mathcal{P}}_{ir} = \frac{V}{16\pi^2 c^3} \int d\omega d\omega' \omega^2 [\text{Re} \kappa_{\perp}(k, \omega)]^{1/2} \langle |J_{\perp}^{(-)}|^2 \rangle_{k,\omega} |_{k=k(\omega)}, \quad (44)$$

$$k(\omega) = \omega [\text{Re} \kappa_{\perp}(\omega)]^{1/2} / c.$$

Имея (44), находим выражение для дифференциального сечения (коэффициент рассеяния) рассеяния:

$$d\Sigma_{ir} = d\overline{\mathcal{P}}_{ir} (VS_0)^{-1} = \frac{S_0^{-1} \omega^2}{16\pi^2 c^3} [\text{Re} \kappa_{\perp}(k, \omega)]^{1/2} \langle |J_{\perp}^{(-)}|^2 \rangle_{k,\omega} |_{k=k_0} d\omega d\omega', \quad (45)$$

$k_0 = k(\omega)$. Аналогичным путем получаем выражение для коэффициента рассеяния, когда рассеянная волна является продольной (трансформация волны):

$$d\Sigma_l = d\overline{\mathcal{P}}_l (VS_0)^{-1} = \frac{S_0^{-1}}{8\pi^2} \sum_s \langle |J_l^{(-)}|^2 \rangle_{k,\omega} \frac{k_s^2}{\omega} \left| \frac{d\kappa_l(k, \omega)}{dk} \right|_{k=k_s}^{-1} d\omega d\omega', \quad (46)$$

где $k_s = k_s(\omega)$ — корни дисперсионного уравнения $\kappa_l(k, \omega)$. Суммирование по s производится по всем корням этого уравнения.

Теперь мы имеем все необходимые формулы для рассмотрения конкретных ситуаций. Здесь мы ограничимся рассмотрением дырочного германия. Закон дисперсии энергии в p -Ge можно представить для тяжелых дырок в виде ²⁾

$$\varepsilon(p) = \frac{p^2}{2m} + \frac{C^2}{8m_0 B' p^2} \sum_a \left(p_a^4 - \frac{1}{5} p^4 \right) = \frac{p^2}{2m} + \Delta\varepsilon(p), \quad (47)$$

где $m^{-1} = (A - B') m_0^{-1}$, $B' = (B^2 + 1/5 C^2)^{1/2}$, m_0 — масса свободного электрона, а A, B, C — известные константы.

Дальнейшие вычисления требуют задания $f(p)$. Мы считаем, что кинетическое уравнение в постоянном поле F решено и $f(p)$ известна. В литературе широкое применение нашла аппроксимация $f(p)$ в виде сдвинутой по импульсам максвелловской функции с температурой T . Непосредствен-

²⁾ Вкладом легких дырок будем пренебрегать.

ное измерение функции распределения дырок в p -Ge согласуется с такой аппроксимацией [10, 11]. С ней согласуются и теоретические соображения [12], если речь идет об атомарных полупроводниках с преобладающим влиянием решеточных механизмов рассеяния носителей над примесными.

Итак, запишем $f(p)$ в виде

$$f(p) \approx D_n \exp \{-\varepsilon(p - p^0) / T\}, \quad (48)$$

где D_n — константа нормировки, а T и p^0 находятся из законов сохранения энергии и импульса (T — в энергетических единицах). Подставим теперь (47) и (48) в (29) и найдем явный вид первого слагаемого в (29) с точностью до линейных членов по $\Delta\varepsilon(p)$:

$$\begin{aligned} \int dp f(p) \left(E^0 \frac{\partial}{\partial p} \right) \left(\delta E \frac{\partial}{\partial p} \right) v_\alpha(p) &\approx \\ &\approx \frac{n C^2}{8 m_0 B' (2 m T)^{1/2}} \left(E^0 \frac{\partial}{\partial p} \right) \left(\delta E \frac{\partial}{\partial p} \right) \frac{\partial}{\partial p_\alpha} \Phi(\rho); \end{aligned} \quad (49)$$

$$\begin{aligned} \Phi(\rho) &= \left\{ \frac{35}{4 \rho^2} \left[1 - \frac{3}{2 \rho^2} \left(1 - \frac{e^{-\rho^2}}{\rho} \int_0^\rho e^{x^2} dx \right) + \rho^2 - \frac{7}{2} \right] \right\} \sum_{\alpha=1}^3 \left(\frac{\rho_\alpha^4}{\rho^4} - \frac{1}{5} \right) = \\ &= \frac{105}{8} \sum_{k=1}^\infty \frac{(-2)^k \rho^{2(k-2)}}{(2k+1)!!} \sum_{\alpha=1}^3 \left(\frac{\rho_\alpha^4}{\rho^4} - \frac{1}{5} \right) \equiv M(\rho) \sum_{\alpha=1}^3 \left(\rho_\alpha^4 - \frac{1}{5} \rho^4 \right), \end{aligned} \quad (50)$$

$$\rho = p^0 / (2 m T)^{1/2}.$$

В неравновесной плазме полупроводника с анизотропным законом дисперсии энергии носителей собственные колебания, как показано в [3, 4], вообще говоря, не разделяются строго на продольные и поперечные. Это обстоятельство сильно усложняет исследование процессов рассеяния волн. С целью иллюстрации влияния формы зоны на процессы рассеяния и трансформации волн мы ограничимся рассмотрением только таких направлений падения и рассеяния волн, для которых флуктуационные волны, вызывающие данную рассеянную волну, строго разделяются на продольные и поперечные. Итак, рассмотрим следующие ситуации.

1. Направление падающей волны, заданное вектором $\mathbf{k}^0$, совпадает с направлением [100] кристалла. Векторы $\mathbf{F} \parallel \mathbf{E}^0$ направлены вдоль [001]. Тогда для коэффициента рассеяния вдоль направления $\mathbf{k}^0$ получим из (45)

$$\begin{aligned} d\Sigma_{ir}^{[001]} &= \frac{3\sigma_0}{(4\pi)^4} \left(\frac{m_0}{m} \right)^2 \left(\frac{\omega}{\omega^0} \right)^2 \left(\frac{\omega_p}{\Delta\omega} \right)^4 \cdot \\ &\cdot \left[\frac{\operatorname{Re} \kappa_\perp(\omega)}{\operatorname{Re} \kappa_\perp(\omega^0)} \right]^{1/2} \left(\frac{\kappa_0 q}{e_0} \right)^2 \langle \delta E_{\parallel}^2 \rangle_{\mathbf{q}, \Delta\omega} d\omega d\mathbf{q}. \end{aligned} \quad (51)$$

Верхний индекс у Σ указывает направление поляризации рассеянной волны, для которого выписан коэффициент рассеяния. В (51) $\sigma_0 = \frac{4}{3} \pi (e_0^2 / m_0 c^2)^2$ — томсоновское сечение рассеяния электромагнитных волн свободным электроном, $\omega_p^2 = 4 \pi n e_0^2 / \kappa_0 m$. Кроме того, мы учли, что $S_0 = (c / 4 \pi) [\operatorname{Re} \kappa_\perp(\omega^0)]^{1/2} E^{02}$. Для данного конкретного случая формула для коэффициента рассеяния формально совпадает с аналогичным выражением в плазме со стандартным законом дисперсии энергии $\varepsilon = p^2 / 2m$ [13]. Отличие только в том, что флуктуации $\langle \delta E_{\parallel}^2 \rangle_{\mathbf{q}, \Delta\omega}$ имеют другой характер (подробнее см. ниже).

2. $E^0 \parallel [100]$; $k^0 \parallel F \parallel [001]$. Для рассеяния волны вдоль направления $[001]$ (направление k)

$$d\Sigma_{tr}^{[100]} = \frac{3\sigma_0}{16\pi^2} \left(\frac{\omega}{\omega^0} \right)^2 \left\{ \frac{e_0 n C^2 \rho R(\rho)}{20B'(2mT)^{1/2} \Delta\omega} + \right. \\ \left. + \frac{e_0 n m_0 q}{m^2 (\Delta\omega)^2} \right\} \langle \delta E_{\parallel}^2 \rangle_{q, \Delta\omega} \left[\frac{\text{Re } \kappa_{\perp}(\omega)}{\text{Re } \kappa_{\perp}(\omega^0)} \right]^{1/2} d\omega d\omega, \quad (52)$$

$$R(\rho) = -12M(\rho) + 3\rho \frac{dM}{d\rho} + \rho^2 \frac{d^2 M}{d\rho^2} \approx -\frac{8}{3} \left(1 - \frac{2}{33} \rho^2 - \dots \right) \\ \text{при } \rho < 1. \quad (53)$$

Удержание в разложении (53) только первого члена соответствует диффузионному приближению при определении $f(\rho)$.

Найдем также из (46) коэффициент трансформации падающей поперечной волны в продольную в случае, когда $k^0 \parallel [001]$, а $k \parallel k^0$ для различных ориентаций греющего поля F и поляризаций падающей волны E^0 .

1) $F \parallel [001]$, $E^0 \parallel [100]$.

$$d\Sigma_t^{[100]} = \frac{3\sigma_0}{8\pi^2} \left\{ \frac{e_0 n C^2 \rho R(\rho)}{20B'(2mT)^{1/2} \Delta\omega} + \frac{e_0 n m_0 k}{m^2 \omega \Delta\omega} \right\}^2 \left(\frac{\omega}{\omega^0} \right)^2 \cdot \\ \cdot \frac{\langle \delta E_{\perp}^2 \rangle_{q, \Delta\omega}}{[\text{Re } \kappa_{\perp}(\omega^0)]^{1/2}} \sum_s \frac{c^2 k_s^2}{\omega^3} \left| \frac{d\kappa_t(k, \omega)}{dk} \right|_{k=k_s(\omega)}^{-1} d\omega d\omega. \quad (54)$$

2) $F \parallel [100]$, $E^0 \parallel F$.

$$d\Sigma_t^{[001]} = \frac{3\sigma_0}{8\pi^2} \left\{ \left(\frac{e_0 C^2 n \rho R(\rho)}{20B'(2mT)^{1/2} \Delta\omega} \right)^2 \langle \delta E_{\parallel}^2 \rangle_{q, \Delta\omega} + \right. \\ \left. + \left(\frac{e_0 n m_0 k}{m^2 \omega \Delta\omega} \right)^2 \langle \delta E_{\perp}^2 \rangle_{q, \Delta\omega} \right\} \left(\frac{\omega}{\omega^0} \right)^2 \frac{d\omega d\omega}{[\text{Re } \kappa_{\perp}(\omega^0)]^{1/2}} \cdot \\ \cdot \sum_s \frac{k_s^2 c^2}{\omega^3} \left| \frac{d\kappa_t(k, \omega)}{dk} \right|_{k=k_s(\omega)}^{-1}. \quad (55)$$

Из (52) — (55) видно, что в неравновесной полупроводниковой плазме с нестандартным законом дисперсии энергии имеет место дополнительный вклад в коэффициент рассеяния (трансформации) волны, обусловленный наличием греющего поля и отклонением закона дисперсии энергии от параболического $\epsilon = p^2/2m$. Величина этого вклада является основной при рассеянии волн на флуктуациях в длинноволновой области ($q, k \rightarrow 0$).

5. Заключение

Проведенные выше исследования показали, что в процессах рассеяния и трансформации волн в неравновесной плазме полупроводника со сложным законом дисперсии $\epsilon(p)$ появляется ряд новых закономерностей, не имеющих места в плазме со стандартным законом дисперсии $\epsilon = p^2/2m$. Отклонение закона дисперсии $\epsilon(p)$ от стандартного проявляется в явлениях рассеяния (трансформации) волн в двух отношениях.

1. При наличии постоянного электрического поля (греющего носители) отклонение закона дисперсии от стандартного приводит к возникновению полевой зависимости в частотах и декрементах затухания собственных колебаний плазмы, и через эти характеристики закон дисперсии $\epsilon(p)$ сказывается на явлениях рассеяния волн. По этой причине, в частности, в сильных полях в полупроводниках типа p -Ge при азотных температурах (когда

функция распределения носителей заметно вытянута вдоль поля) коэффициенты рассеяния и трансформации будут резко анизотропны, а для отдельных направлений могут принимать аномально большие значения. Как видно, например, из (36) (подробнее см. [3]), аномалии в флуктуациях связаны с аномалиями в поведении декрементов γ . Величина γ детально изучена в [3, 4].

2. В неравновесной плазме с нестандартным законом дисперсии $\epsilon(\mathbf{p})$ в токе, вызывающем рассеянные волны, появляется дополнительное слагаемое, что, как видно из (52), (54) и (55), приводит к появлению дополнительных членов в коэффициентах рассеяния и трансформации. Интересно отметить, что зависимость от греющего поля F , а также передаваемого при рассеянии импульса q в дополнительных слагаемых для коэффициентов рассеяния волн отличается от аналогичных зависимостей этих коэффициентов в плазме со стандартным законом дисперсии. Отношение первого слагаемого в фигурных скобках (52) ко второму при $\rho \leq 1$ с учетом (53) приблизительно равно

$$-\frac{2}{15} \frac{C^2}{B'} \frac{m}{m_0} \rho \frac{\Delta\omega}{q\bar{v}}.$$

Подставляя значения констант C , B' , m для p -Ge, получим $-0,55 \rho \Delta\omega / q\bar{v}$. Приведенная оценка показывает, что дополнительное слагаемое в (52) легко может превзойти основное, обусловленное учетом флуктуации концентрации. Например, нетрудно экспериментально осуществить ситуацию, когда $\rho \leq 1$, $q\bar{v} / \Delta\omega \approx 0,05$. При этом их отношение равно примерно 10. Мы видим, таким образом, что процессы рассеяния и трансформации электромагнитных волн в неравновесной плазме полупроводника весьма чувствительны к деталям зонной структуры. В частности, появление аномально больших сечений рассеяния (с учетом их резкой анизотропии) может быть использовано для преобразования частот в интервалы $\omega^0 \pm \omega_p$.

Институт физики
Академии наук Украинской ССР

Поступила в редакцию
30 августа 1971 г.

Литература

- [1] A. Mooradian, G. B. Wright. Phys. Rev. Lett., 16, 999, 1966.
- [2] B. Tell, R. J. Martin, Phys. Rev., 167, 381, 1968.
- [3] И. М. Дыкман, П. М. Томчук. ЖЭТФ, 54, 592, 1968.
- [4] I. M. Dykman, P. M. Tomchuk. Phys. Stat. Sol., B48, 547, 1971. И. М. Дыкман, П. М. Томчук. Труды симпозиума по физике плазмы и электрическим неустойчивостям в твердых телах, Вильнюс, 1971.
- [5] П. М. Томчук, В. А. Шендеровский. УФЖ, 15, 632, 1970.
- [6] П. А. Вольф. Труды IX Международной конференции по физике полупроводников, Москва, 23—29 июля 1968 г., 1, «Наука», Ленинград, 1969, P. A. Wolff. Phys. Rev., 171, 436, 1968.
- [7] Ф. Г. Басс, А. Я. Бланк. ЖЭТФ, 43, 1479, 1962.
- [8] А. И. Ахиезер, И. А. Ахиезер, Р. В. Половин, А. Г. Ситенко, К. Н. Степанов. Коллективные колебания в плазме, Атомиздат, 1964.
- [9] Ш. М. Коган, А. Я. Шильман. ЖЭТФ, 56, 862, 1969.
- [10] R. Bray, W. E. Pinson. Phys. Rev. Lett., 11, 268, 1963. W. E. Pinson, R. Bray. Phys. Rev., 136, 1449, 1964.
- [11] E. De Alba, B. V. Ranganjare. Phys. Lett., 11, 12, 1964.
- [12] П. М. Томчук. ФТТ, 3, 1258, 1961.
- [13] А. Г. Ситенко. Электромагнитные флуктуации в плазме. Изд. ХГУ, Харьков, 1965.

SCATTERING AND TRANSFORMATION OF WAVES
BY FLUCTUATIONS IN A NONEQUILIBRIUM PLASMA
IN A SEMICONDUCTOR WITH AN ANISOTROPIC ENERGY BAND

P. M. Tomchuk, V. A. Shenderovsky

It is shown that in a nonequilibrium plasma of a semiconductor with a complex dispersion law for the energy carriers the scattering (transformation) cross section of the waves strongly depends on the shape of the energy bands and field orientation. For certain directions of the fields (external, incident and scattered wave) the scattering cross section may assume very high values; this may be ascribed to the appearance of anomalously large fluctuations in the nonequilibrium plasma for these field orientations. Moreover, account of divergence of the energy dispersion law from an isotropic parabolic law and the presence of a warming field result in the appearance of a specific current which induces additional scattering (transformation of the waves). An estimate shows that for experimentally easily attainable field strengths, this additional contribution to the scattering (transformation) coefficient of the waves may appreciably exceed the usually considered contribution which is related only to fluctuations of the carrier concentration in the plasma. Expressions for the scattering and transformation coefficients of the incident transverse wave by fluctuation waves in semiconductors with weak anisotropic bands of the heavy hole type of band in *p*-Ge are obtained for field orientations for which the fluctuation waves may strictly be divided into longitudinal and transverse waves.

НЕЛИНЕЙНОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ ИНФРАКРАСНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В МНОГОДОЛИННЫХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ

Томчук П. М., Чумак А. А.

Исследуется междолинное перераспределение электронов в поле сильной электромагнитной волны. Наряду с разным разогревом электронов в разных долинах вклад в эффект может давать неодинаковое смещение долин по энергии, связанное с колебательным движением электронов в поле волны. Методом уравнений движения получен интеграл междолинных столкновений, в котором учтено изменение электронного спектра в этом поле. Междолинное перераспределение приводит к изменению показателя преломления, что может быть использовано для динамической самодифракции пучков. Найдены условия, при которых возможен эффект обращения волнового фронта в Ge.

Изоэнергетические поверхности свободных электронов в полупроводниках типа Ge, Si представляют собой сильно вытянутые эллипсоиды вращения. Это обстоятельство часто приводит к нетривиальной зависимости отклика полупроводника на внешнее воздействие. Поскольку внешние силы (магнитное или электрическое поля, упругая деформация и т. д.) в общем случае направлены под разными углами к осям эллипсоидов изоэнергетических поверхностей, электроны в разных долинах по-разному реагируют на возмущения, и стационарное состояние системы достигается при неодинаковом заполнении носителями разных долин. В настоящей работе будет рассмотрено взаимодействие электронов многодолинных полупроводников с сильным электромагнитным излучением. Если интенсивность излучения промодулирована в пространстве вследствие интерференции пучков, то, очевидно, распределение носителей по долинам также будет зависеть от координаты. В том случае, когда свободные носители дают заметный вклад в показатель преломления кристалла, в нем будет устанавливаться сверхрешетка показателя преломления и будет иметь место самодифракция.

Взаимодействие электронов с междолинными фононами в поле электромагнитной волны. Расчет кинетических эффектов сводится к нахождению функций распределения электронов, которые в терминах операторов рождения и уничтожения определяются следующим образом:

$$f^i(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = \sum_{\mathbf{k}} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} \langle a_{\mathbf{k}, \mathcal{P} + \hbar\mathbf{k}/2}^\dagger, \mathcal{P} - \hbar\mathbf{k}/2 \rangle, \quad (1)$$

где $\mathcal{P} = \mathbf{p} + \frac{e}{c} \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$, $\mathbf{A}$ — векторный потенциал электромагнитной волны, i нумерует долины, кинематический импульс $\mathbf{p}$ отсчитывается от положения i -го минимума в импульсном пространстве.

Как видно из (1), удобно рассматривать f^i как функцию независимых переменных $(\mathbf{r}, \mathcal{P}, t)$, а не $(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$. Такой переход от кинематического импульса к каноническому использовался неоднократно раньше при выводе квантовых кинетических уравнений [1, 2].

Уравнение для $f^i(\mathbf{r}, \mathcal{P}, t)$ получается стандартным методом уравнений движения операторов $a^\dagger a$. Считая f^i и $\mathbf{A}$ плавными функциями $\mathbf{r}$, получим

$$\begin{aligned} & \left[\partial_t + \partial_{\mathcal{P}} \varepsilon^i \left(\mathcal{P} - \frac{e}{c} \mathbf{A} \right) \partial_{\mathbf{r}} - \partial_{\mathbf{r}} \varepsilon^i \left(\mathcal{P} - \frac{e}{c} \mathbf{A} \right) \partial_{\mathcal{P}} \right] f^i(\mathbf{r}, \mathcal{P}, t) = \\ & = -i \sum_{\mathbf{k}} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} \langle [a_{\mathbf{q}+\mathbf{k}/2}^\dagger a_{\mathbf{q}-\mathbf{k}/2}, H^{\text{вн}} + H^{\text{в}}] \rangle, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\varepsilon^i(\mathbf{p}) = 1/2\mathbf{p}\hat{M}\mathbf{p}$ — энергия электронов i -й долины в приближении эффективной массы, $H^{\text{вн}}$ и $H^{\text{в}}$ — гамильтонианы взаимодействия электронов с внутридолинными и междолинными фононами. Здесь и дальше мы будем использовать систему единиц, в которой $\hbar = 1$.

Поскольку влияние сильного электромагнитного поля на внутридолинное рассеяние уже исследовалось раньше [1, 2], мы остановимся только на выводе интеграла междолинных столкновений. Часть правой части (2), связанная с $H^{\text{в}}$, имеет вид

$$\left\langle -i \sum_{\mathbf{p}', j \neq i} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} [V_{\mathbf{q}}^{ij} (b_{\mathbf{q}} + b_{-\mathbf{q}}^\dagger) a_{\mathbf{q}+\mathbf{k}/2}^\dagger a_{j, \mathbf{p}'} - V_{-\mathbf{q}}^{ji} (b_{-\mathbf{q}} + b_{\mathbf{q}}^\dagger) a_{j, \mathbf{p}'+\mathbf{k}}^\dagger a_{i, \mathcal{P}-\mathbf{k}/2}] \right\rangle, \quad (3)$$

где $\mathbf{p}' = \mathcal{P} - (\mathbf{q} - \mathbf{q}_{ij}) - \mathbf{k}/2$, $\mathbf{q}_{ij}$ — расстояние между i - и j -м минимумами в импульсном пространстве, $V_{\mathbf{q}}^{ij}$ — матричный элемент электрон-фононного взаимодействия, $b_{\mathbf{q}}$, $b_{\mathbf{q}}^\dagger$ — фононные операторы.

Интеграл междолинных столкновений получается методом уравнений движения для тройных произведений операторов, входящих в (3). Введем обозначение

$$g_{ij}(\mathcal{P}, \mathbf{q}) = \sum_{\mathbf{k}} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} \langle b_{\mathbf{q}} a_{\mathbf{q}+\mathbf{k}/2}^\dagger a_{j, \mathbf{p}'} \rangle. \quad (4)$$

Тогда, считая $|\mathbf{k}| \ll |\mathcal{P}|$, получим следующее уравнение для g :

$$\left\{ \partial_t - i \left[\varepsilon^i \left(\mathcal{P} - \frac{e}{c} \mathbf{A} \right) - \varepsilon^j \left(\mathbf{p}' - \frac{e}{c} \mathbf{A} \right) - \omega_{\mathbf{q}}^{ij} \right] \right\} g_{ij}(\mathcal{P}, \mathbf{q}, t) = \psi(t), \quad (5)$$

где $\omega_{\mathbf{q}}^{ij}$ — энергия фонона; $\psi(t)$ происходит от коммутации произведения $b^\dagger a a$ с $H^{\text{в}}$ и в борновском приближении по электрон-фононному взаимодействию равна

$$\psi(t) = V_{-\mathbf{q}}^{ji} [(N_{\mathbf{q}}^{ij} + 1) f_{i, \mathcal{P}} (1 - f_{j, \mathbf{p}'}) - N_{\mathbf{q}}^{ij} f_{j, \mathbf{p}'} (1 - f_{i, \mathcal{P}})], \quad (6)$$

где $N_{\mathbf{q}}^{ij}$ — планковская функция распределения междолинных фононов.

Решение (5) при нулевых начальных условиях имеет вид

$$\begin{aligned} g_{ij}(\mathcal{P}, \mathbf{q}, t) = & \int_{-\infty}^t dt' \psi(t') \exp \left\{ i \left(\varepsilon_{\mathcal{P}}^i - \varepsilon_{\mathbf{p}'}^j - \omega_{\mathbf{q}}^{ij} \right) (t - t') + \right. \\ & \left. + i \int_{t'}^t dt'' \frac{e}{c} \mathbf{A}(\mathbf{r}, t'') \left[\hat{M}_j \mathbf{p}' - \hat{M}_i \mathcal{P} + \frac{e}{2c} (\hat{M}_i - \hat{M}_j) \mathbf{A}(\mathbf{r}, t'') \right] \right\}. \end{aligned} \quad (7)$$

Интеграл в показателе экспоненты (7) в отличие от случая внутридолинного рассеяния имеет квадратичное по полю волны слагаемое. Оно отлично от нуля, если только $\mathbf{A}(\hat{M}_i - \hat{M}_j) \mathbf{A} \neq 0$, т. е. если поле $\mathbf{A}$ ориентировано под разными углами к осям долин i и j .

Для того чтобы вычислить интеграл в показателе экспоненты (7), необходимо задать явно зависимость $\mathbf{A}(t)$. Положим, что координатные оси выбраны, как показано на рисунке, а электрическое поле каждой волны параллельно оси y . Тогда можно положить

$$\mathbf{A} = e_y A \sum_{\mathbf{k}} [c_{\mathbf{k}} e^{i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})} + \text{к. с.}], \quad (8)$$

где амплитуды $c_{\mathbf{k}}$ слабо зависят от z и t (через нелинейность среды).

Используя (8), легко получим

$$\int_{t'}^t \frac{e}{c} A [\hat{M}_j p' - \hat{M}_j \mathcal{P} + \frac{e}{2c} (\hat{M}_i - \hat{M}_j) A] = \frac{e}{\omega^2} [E(t) - E(t')] (\hat{M}_j p' - \hat{M}_i \mathcal{P}) + \frac{e^2}{2c^2} \times \\ \times (\hat{M}_i - \hat{M}_j)_{yy} \sum_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \left\{ \frac{i}{2\omega} [c_{\mathbf{k}}^* c_{\mathbf{k}'}^* e^{-i(2\omega t'' - (\mathbf{k} + \mathbf{k}')r)} - \text{к. с.}] \Big|_{t'}^t + 2c_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}'}^* e^{i(\mathbf{k}' - \mathbf{k})r} (t - t') \right\}, \quad (9)$$

где $E(t)$ — полное электрическое поле излучения в среде.

Последнее слагаемое в фигурных скобках (9) существенно отличается по своей величине от всех остальных, образовавшихся при интегрировании, по времени быстро осциллирующих функций (пропорциональных $e^{\pm i\omega t''}$, $e^{\pm i2\omega t''}$). Отношение второго члена к первому в фигурных скобках (9) равно по порядку величины $\omega(t - t')$. Характерная величина интервала $t - t'$ представляет собой длительность акта столкновения электрона с фононом и равна $1/\bar{\varepsilon}$, где $\bar{\varepsilon}$ — средняя энергия электрона. При лазерном облучении практически всегда имеет место неравенство

$$\omega/\bar{\varepsilon} \gg 1 \quad (10)$$

(в обычной системе единиц ω заменяется на $\hbar\omega$).

Несмотря на малость осциллирующих слагаемых в (9), ими не всегда можно пренебрегать. Они описывают вклад междолинных фононов в поглощение света свободными носителями. Однако обычно поглощение света при внутридолинном рассеянии более существенно, поэтому мы будем пренебрегать вышеупомянутыми слагаемыми.

Входящая в (9) величина $\sum 2c_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}'}^* e^{i(\mathbf{k}' - \mathbf{k})r}$ равна $\overline{A^2(t)}$, где черта означает усреднение по периоду волны. С учетом этого обстоятельства (7) перепишется в виде

$$\varepsilon_{i,j}(\mathcal{P}, \mathbf{q}, t) = \int_{-\infty}^t dt' \psi(t') \exp[i(E_{\mathcal{P}}^i - E_{\mathcal{P}}^j - \omega_{\mathbf{q}}^i)(t - t')], \quad (11)$$

где

$$E_{\mathcal{P}}^i = \varepsilon^i \left(\mathbf{p} - \frac{e}{c} \mathbf{A} \right) \equiv \varepsilon_{\mathcal{P}}^i + \Delta \varepsilon^i, \quad \Delta \varepsilon^i = \frac{e^2}{2c^2} \overline{A \mathbf{M}_i A}.$$

Как видим, в случае многодолинной зонной структуры появляется качественно новая особенность влияния электромагнитной волны на свободные электроны, а именно разные долины испытывают различный сдвиг по энергии под воздействием излучения. Величина сдвига зависит от координаты $\mathbf{r}$.

Подставляя (11) в (3),¹ получим интеграл междолинных столкновений, который отличается от обычного тем, что одночастичная энергия свободных электронов $\varepsilon_{\mathcal{P}}^i$ заменяется на $E_{\mathcal{P}}^i$, т. е. на усредненную по периоду электромагнитного поля энергию электрона в этом поле. Как уже отмечалось выше, физическим обоснованием этой замены является то, что электрическое поле волны изменяется значительно быстрее, чем происходит столкновение электрона с фононом.

Междолинное переселение электромагнитным полем. Наличие электромагнитного поля приведет помимо сдвига энергетических уровней к нагреву электронов. Оба эти эффекта скажутся на величинах концентраций электронов в разных долинах. Для их расчета используем кинетическое уравнение для усредненной по периоду волны функции распределения

$$(\partial_t + \partial_{\mathcal{P}} \varepsilon_{\mathcal{P}}^i \partial_{\mathbf{r}} - \partial_{\mathbf{r}} \Delta \varepsilon^i \partial_{\mathcal{P}}) f_0^i(\mathbf{r}, \mathcal{P}, t) = -(\hat{\nu}_{\mathbf{M}} + \hat{\nu}_{\text{вн}}) f_0^i(\mathbf{r}, \mathcal{P}, t), \quad (12)$$

где $\hat{\nu}_{\mathbf{M}}$ и $\hat{\nu}_{\text{вн}}$ — интегралы столкновений, описывающие междолинное и внутридолинное рассеяние, $f_0^i = \bar{f}^i$.

¹ Остальные слагаемые в (3) находятся аналогичным образом.

При получении (12) мы пренебрегли высокочастотными поправками к функции распределения (т. е. пропорциональными $e^{i\omega t}$, $n \neq 0$), которые по порядку величины равны $(v_p/\omega) f_0^i$, где v_p — характерная частота релаксации импульса.

Явный вид оператора $\hat{v}_{\mathbf{q}}$ можно получить, используя (7), положив $j=i$. Будем считать, что поле волны достаточно слабое и член, пропорциональный A , в показателе экспоненты значительно меньше единицы. Тогда с точностью до первых исчезающих членов по A получим

$$\begin{aligned} \hat{v}_{\mathbf{q}} f_{0\mathbf{q}}^i = & 2\pi \sum_{\mathbf{q}} |V_{\mathbf{q}}|^2 \left\{ [(N_{\mathbf{q}} + 1) f_{0\mathbf{q}}^i (1 - f_{0\mathbf{p}'}^i) - N_{\mathbf{q}} f_{0\mathbf{p}'}^i (1 - f_{0\mathbf{q}}^i)] \times \right. \\ & \times \left[(1 - A_{\mathbf{q}}^i) \delta(\varepsilon_{\mathbf{q}}^i - \varepsilon_{\mathbf{p}'}^i - \omega_{\mathbf{q}}) + \frac{1}{2} A_{\mathbf{q}}^i \delta(\varepsilon_{\mathbf{q}}^i - \varepsilon_{\mathbf{p}'}^i - \omega_{\mathbf{q}} + \omega) + \frac{1}{2} A_{\mathbf{q}}^i \delta(\varepsilon_{\mathbf{q}}^i - \varepsilon_{\mathbf{p}'}^i - \omega_{\mathbf{q}} - \omega) \right] + \\ & + [N_{-\mathbf{q}} f_{0\mathbf{q}}^i (1 - f_{0\mathbf{p}'}^i) - (N_{-\mathbf{q}} + 1) f_{0\mathbf{p}'}^i (1 - f_{0\mathbf{q}}^i)] \left[(1 - A_{\mathbf{q}}^i) \delta(\varepsilon_{\mathbf{q}}^i - \varepsilon_{\mathbf{p}'}^i + \omega_{\mathbf{q}}) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} A_{\mathbf{q}}^i \delta(\varepsilon_{\mathbf{q}}^i - \varepsilon_{\mathbf{p}'}^i + \omega_{\mathbf{q}} + \omega) + \frac{1}{2} A_{\mathbf{q}}^i \delta(\varepsilon_{\mathbf{q}}^i - \varepsilon_{\mathbf{p}'}^i + \omega_{\mathbf{q}} - \omega) \right] \Big\}, \end{aligned} \quad (13)$$

где

$$A_{\mathbf{q}}^i = \left(\frac{e}{\omega c} \overline{\Lambda \hat{M}_{i\mathbf{q}}} \right)^2.$$

Найти аналитическое решение (12) даже при наличии малого параметра $A_{\mathbf{q}}^i \ll e^2 A^2 M_i / c^2 \omega$ не представляется возможным. Поэтому мы воспользуемся тем, что наиболее частыми столкновениями в полупроводнике являются квазиупругие столкновения с акустическими фононами (в n -Ge даже при $T = 300$ К v_p в 5 раз превышает частоту столкновений с оптическими и междолинными фононами). Интеграл упругих столкновений удовлетворяется любой функцией энергии. Учитывая, что f_0^i должна давать правильную концентрацию и энергию электронов, примем, что возмущенная электромагнитным полем часть функции распределения равна

$$\hat{v}_M^i(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = (\partial n_i \partial_n + \partial T_i \partial_T) f_M(\varepsilon_{\mathbf{p}}^i), \quad (14)$$

где f_M — максвелловская функция. Значения ∂n_i и ∂T_i находятся из уравнений баланса, которые легко получить из (12). Они имеют вид

$$\begin{aligned} \partial_i \partial n_i = & - \sum_j \left\{ v_{ij}^n \left(\partial n_{ij} + \frac{n}{T} \Delta \varepsilon_{ij} \right) + \left(v_i^n - \frac{3}{2} v_0^n \right) \frac{n}{T} \partial T_{ij} \right\}, \\ \partial_i \frac{3}{2} (T \partial n_i + n \partial T_i) = & W_i - n v_0 \partial T_i - n \sum_j \left[\left(v_{ij}^n - \frac{3}{2} v_j^n \right) \partial T_{ij} + v_i^n \left(T \frac{\partial n_{ij}}{n} + \Delta \varepsilon_{ij} \right) \right], \end{aligned} \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} \partial n_{ij} & \equiv \partial n_i - \partial n_j, \quad \partial T_{ij} \equiv \partial T_i - \partial T_j, \quad \Delta \varepsilon_{ij} \equiv \Delta \varepsilon_i - \Delta \varepsilon_j, \\ v_{ij}^k & = \frac{4\pi}{n} \sum_{\mathbf{q}} |V_{\mathbf{q}}^{ij}|^2 (N_{\mathbf{q}}^{ij} + 1) f_M(\varepsilon_{\mathbf{q}}^i) \left(\frac{\varepsilon_{\mathbf{q}}^i + \varepsilon_{\mathbf{p}'}^j}{2T} \right)^k \delta(\varepsilon_{\mathbf{q}}^i - \varepsilon_{\mathbf{p}'}^j - \omega_{\mathbf{q}}^{ij}), \\ v_0 & = \frac{2\pi}{n} \sum_{\mathbf{q}} |V_{\mathbf{q}}^0|^2 (N_{\mathbf{q}}^0 + 1) f_M(\varepsilon_{\mathbf{q}}^0) \left(\frac{\omega_{\mathbf{q}}}{T} \right)^2 \delta(\varepsilon_{\mathbf{q}}^0 - \varepsilon_{\mathbf{p}'}^0 - \omega_0), \end{aligned}$$

$V_{\mathbf{q}}^0$ — константа взаимодействия с оптическими фононами, W_i — мощность, поглощаемая электронами i -й долины от поля.

Считая, что основной вклад в поглощение света свободными носителями дает внутридолинное акустическое рассеяние, получим

$$W_i = 2\pi\omega (1 - e^{-\omega/T}) \sum_{\mathbf{q}\alpha} |V_{\mathbf{q}}^\alpha|^2 N_{\mathbf{q}}^\alpha A_{\mathbf{q}}^i f_M(\varepsilon_{\mathbf{q}}^i) \delta(\varepsilon_{\mathbf{q}}^i - \varepsilon_{\mathbf{p}'}^i + \omega),$$

индекс α нумерует фононные ветви — одну продольную и две поперечные.

При получении (15) мы пренебрегли членами, содержащими пространственные производные в левой части (12). Учет первого из них привел бы к появлению в системе (15) членов, описывающих диффузию и теплопроводность электронов. Простая оценка показывает, что ими можно пренебречь в случае, когда $Dt^{-2} \ll \ll v_k^*, v^0$, где D — коэффициент диффузии, l — характерная длина изменения A^2 . Последний член в левой части (12) учитывает действие силы Миллера на плазму. Легко видеть, что его вклад в уравнение баланса мал, если $(\bar{v}/lv_p)^2 \frac{\hbar\omega}{T} \ll 1$, где $\bar{v}$ — тепловая скорость электронов.

Найдем численное значение изменения населенности долин в n -Ge при $T=300$ К и ориентации A вдоль направления $\langle 111 \rangle$. В стационарном случае легко получаем из (15)

$$\delta n_{12} = -n \frac{\Delta \varepsilon_{12}}{T} - \frac{W_{12}}{T} \left(\frac{v_1^*}{v_0^*} - \frac{3}{2} \right) \left[v^0 + 2 \left(\frac{\omega_{12}}{2T} \right)^2 v_0^* + 4 \left(v_2^* - \frac{v_1^*}{v_0^*} \right)^{-1} \right], \quad (16)$$

где индексом 1 обозначена долина, ось которой ориентирована вдоль A .

Первый член в правой части (16) обусловлен разным сдвигом долин в поле излучения, а второй — разным разогревом. Несложный анализ показывает, что при любой температуре $v_1^* > 2v_0^*$ и, поскольку $W_{12} < 0$, $\Delta \varepsilon_{12} < 0$, разогрев и смещение уровней увеличивают концентрацию носителей в долине (1) и уменьшают в долине (2). Электронам энергетически выгоднее собираться в долине с наибольшей массой в направлении поля волны. Константы деформационного потенциала, через которые выражаются матричные элементы V_q^a , V_q^{ij} , V_q^0 , согласно [3, 4] равны: $E_a = -6.5$ эВ, $E_u = 16.8$ эВ, $D_M = 1.6 \cdot 10^8$ эВ/см, $D_0 = 6.7 \times 10^8$ эВ/см. Частоты фононов ω_q^{ij} и ω_q^0 в градусах равны 315 и 430 К. Длина световой волны равна 10.6 мкм (лазер на CO_2). Тогда при плотности потока излучения в веществе, равной 40 мВт/см², получим, что $\delta n_{12} \approx 0.26 n$. Вклад в эту величину от разогрева в 6 раз превышает вклад от сдвига долин по энергии. Разогрев электронов также достаточно большой: $\delta T_{12} \approx 0.26 T$, причем разогрев в долине (2) почти на порядок больше, чем в долине (1).

Изменение диэлектрической проницаемости полупроводника электромагнитным излучением. Переход электронов в долину с большой массой вдоль направления A эквивалентен увеличению их массы при движении в этом направлении. Поэтому компонента диэлектрического тензора ε_{yy} изменится на величину

$$\delta \varepsilon_{yy} = -\frac{4\pi e^2}{\omega^2} \sum_i M_{i, yy} \delta n_i = \frac{32}{9} \frac{\pi e^2}{\omega^2} (M_{\parallel}^* - M_{\perp}) \delta n_1 \equiv K \bar{\varepsilon}^2, \quad (17)$$

где $M_{\parallel}$ и $M_{\perp}$ — главные значения тензора $\hat{M}_i$. Используя условие электронейтральности ($\delta n_1 + 3\delta n_2 = 0$) и вычисленное выше значение δn_{12} , легко получим, что при концентрации электронов, равной $3 \cdot 10^{16}$ см⁻³, величина $\delta \varepsilon_{yy}$ равна $1.14 \cdot 10^{-3}$. Нondiagonalные компоненты ε равны нулю, а для остальных имеет место соотношение $\delta \varepsilon_{xx} = \delta \varepsilon_{zz} = -1/2 \delta \varepsilon_{yy}$.

Величина добавки $\delta \varepsilon$ пропорциональна концентрации носителей. Этот результат является следствием того, что электронный газ невырожден, а электрон-электронное взаимодействие предполагается слабым. Роль последнего сводится к выравниванию температур в разных долинах (т. е. к уменьшению $|\delta T_{12}|$) и, следовательно, к уменьшению δn_{12} . Расчет показывает, что вычисленное выше значение $\delta \varepsilon_{yy}$ уменьшается на 30%, если учесть межэлектронное взаимодействие. При концентрации, равной $4 \cdot 10^{16}$ см⁻³, влияние кулоновской перекачки энергии на δT_{12} будет эквивалентно увеличению частоты оптического рассеяния v^0 в 2 раза. Таким образом, начиная с концентраций порядка 3×10^{16} см⁻³, межэлектронное взаимодействие существенно уменьшает $|\delta T_{12}|$. При этом возрастает относительный вклад эффекта смещения долин по энергии в величину $\delta \varepsilon$.

Приведенные выше значения нелинейной добавки к диэлектрической проницаемости вполне достаточны для использования в динамической голографии. Для примера рассмотрим явление обращения волнового фронта. Ограничимся

приближением заданного поля волн накачки c_1 и c_2 (см. рисунок). Тогда в случае, если на входе присутствует только одна сигнальная волна c_3 , получим, что генерируемая комплексно сопряженная волна c_4^* на выходе равна [5]

$$c_4^*(L) = i \frac{|x|}{x} c_3(L) \lg |x| L,$$

где

$$|x|^2 = \left| \frac{2\omega}{c \sqrt{\epsilon_0} \cos \theta} K c_1 c_2 \right|^2,$$

ϵ_0 — диэлектрическая проницаемость, ϵ_i — амплитуды электрических полей пучков, аналогичные (8). Предположим, что суммарная мощность пучков (1) и (2) в среде равна 40 мВт/см^2 , $|c_1| = |c_2|$. Тогда при $\omega = 2 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$, $\epsilon_0 = 16$ получим $|x| \sim 1/\cos \theta \text{ см}^{-1}$.

Использование многодолинных полупроводников в качестве нелинейной среды для динамической голографии в инфракрасном диапазоне обладает рядом достоинств. Прежде всего — это возможность изменять параметры этой среды внешними воздействиями, например деформацией, электрическими и магнитными полями, температурой. Кроме того, характерные времена, за которые устанавливается нелинейный режим распространения волн, достаточно малы (меньше $10^{-(11+12)} \text{ с}$). Малость этих времен позволяет пренебрегать диффузионным затуханием нелинейности и использовать настолько короткие лазерные импульсы, что не успевают проявиться другие нелинейности (например, разогрев вещества, генерационно-рекомбинационные процессы).

В заключение отметим, что описанная выше нелинейность существенна лишь при достаточно интенсивных пучках. Кроме того, концентрация электронов должна быть порядка $3 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$. При малых концентрациях вклад свободных электронов в диэлектрическую проницаемость мал, а при больших — нелинейность в значительной степени подавляется межэлектронным взаимодействием и начинает играть роль линейное затухание волн, связанное с поглощением света электронами. Полупроводник должен быть ориентирован так, чтобы оси долин составляли с направлением поля разные углы. Если $E \parallel \langle 100 \rangle$, то эффект отсутствует. В общем случае нелинейная добавка $\delta\epsilon$ будет иметь недиагональные компоненты и поляризация взаимодействующих пучков может изменяться по мере их прохождения по кристаллу. В экспериментах по изучению взаимодействия излучения лазера на CO_2 с германием [6, 7] нелинейность среды, связанная с многодолинностью зонной структуры, не могла проявиться вследствие невыполнения вышеуказанных требований.

Л и т е р а т у р а

- [1] Эпштейн Э. М. Рассеяние электронов фононами в сильном поле излучения. — ФТТ, 1969, т. 11, в. 10, с. 2732—2738.
- [2] Дыкман И. М., Томчук П. М. Кинетическое уравнение и параметры сверхрешетки, образованной стоячей лазерной волной в полупроводнике с нагретыми носителями. — УФЖ, 1982, т. 27, в. 7, с. 1023—1033.
- [3] Аше М., Грибников З. С., Митин В. В., Сарбей О. Г. Горячие электроны в многодолинных полупроводниках. Киев, 1982. 328 с.
- [4] Баранский П. И., Буда И. С., Даховский И. В., Коломеец В. В. Электрические и гальваномагнитные явления в анизотропных полупроводниках. Киев, 1977. 181 с.
- [5] Винецкий В. Л., Кухтарев Н. В., Одулов С. Г., Соскин М. С. Динамическая самодифракция когерентных световых пучков. — УФН, 1979, т. 129, в. 4, с. 113—137.
- [6] Fisher R. A., Bergmann E. E., Bigio I. J., Feldman B. J. — JOSA, 1978, v. 68, № 10, p. 1367.
- [7] Watkins D. E., Phipps C. R., Tomas S. J. — Int. Conf. Excited States a. Multirasonant Nonlinear Optical Processes in Solids. Aussois, France, 1981, p. 18—20.

Институт физики АН УССР
Киев

Получена 3.04.1984
Принята к печати 30.08.1984

ФЛУКТУАЦИИ ТОКА В ПОЛУПРОВОДНИКАХ В КВАНТУЮЩЕМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

С. С. Рожков, П. М. Томчук

В условиях «штарковского квантования» рассмотрены флуктуации тока в полупроводнике. Показано, что флуктуации могут быть аномально велики. Полученная зависимость флуктуаций от параметров рассеивающей системы и ширины энергетической зоны позволяет делать определенные выводы о характере диссипации энергии и зонной структуре полупроводника.

1. Введение

За последнее время появилось много работ, посвященных исследованию полупроводников в сильных электрических полях. Если электрическое поле достаточно сильное (а разрешенная зона сравнительно узка), то в таком поле электрон прежде чем рассеяться успевает достичь в энергетическом пространстве потолка разрешенной зоны. В такой ситуации электрон может совершать между актами столкновений периодическое движение в зоне Бриллюэна, что приводит к качественно новым квантовым эффектам, не наблюдаемым в слабых полях. Общая теория кинетических явлений в полупроводниках в сильном электрическом поле построена в работах Брыксина и Фирсова [1, 2]. В однозонном приближении ими получены [1] выражение для тока в произвольном электрическом поле и уравнение для функции распределения на основе диаграммной техники. Выведено квантовое уравнение переноса, а также исследован ряд конкретных физических ситуаций [2]. Подобные вопросы рассмотрены Левинсоном и Ясевичюте в [3], где решено квантовое кинетическое уравнение и для модели рассеяния вычислен ток. Следует отметить, что решение задачи Левинсоном и Ясевичюте [3] имеет менее общий характер, чем у Брыксина и Фирсова [1, 2], так как авторы работы [3] ограничились случаем слабой электрон-фононной связи и специальным выбором вида электронной зоны.

Известно, что для систем, находящихся в термодинамическом равновесии, справедлива флуктуационно-диссипационная теорема, согласно которой задача о флуктуациях сводится к расчету линейного отклика системы на внешнее воздействие. Для неравновесных систем такой общей теоремы нет, и в каждом конкретном случае вычисление флуктуаций требует специального рассмотрения. Теория флуктуаций в неравновесных электрон-фононных системах дана в работах [4-6]. В этих работах изучались токовые флуктуации при условии их квазиклассичности: $\varepsilon \gg \hbar\omega$, где ε — средняя энергия электронов, ω — частота флуктуаций. Высокочастотные флуктуации в электрон-фононных системах исследовались в работах [7].

Настоящая работа посвящена расчету флуктуаций тока в полупроводниках в сильном электрическом поле таком, что на поведение электронов начинают оказывать влияние квантовые эффекты, обусловленные появлением «штарковских уровней» [8]. Существование этих уровней установле-

но экспериментально [9, 10]. Флуктуации в условиях квантования продольного движения электронов, насколько известно авторам, до сих пор не рассматривались.

Ранее [6, 7] был предложен метод расчета флуктуаций на основе уравнений движения для квантового аналога микроскопической функции распределения. Этот метод, в частности, позволяет ввести в уравнение для флуктуирующей части функции распределения сторонние источники флуктуаций без каких-либо предположений, кроме тех, которые используются при выводе соответствующих кинетических уравнений. В данной работе этим методом вычисляются пространственно однородные флуктуации поперечного относительно сильного электрического поля E тока. При этом рассмотрение справедливо как для низких, так и для высоких частот (ниже будет указан точный критерий для области частот флуктуаций). В работе показано, что штарковское квантование существенно меняет характер флуктуаций, интенсивность которых может значительно превосходить интенсивность равновесных флуктуаций. Исследуемые флуктуации оказываются зависящими от параметров рассеивающей системы и ширины энергетической зоны, что позволяет делать определенные выводы о характере диссипации энергии и зонной структуре полупроводника.

2. Гамильтониан системы и оператор тока

Рассмотрим электрон-фононную систему со слабым взаимодействием, помещенную в сильное электрическое поле E . Будем считать, что в равновесии носители подчиняются статистике Больцмана. Взаимодействие между электронами учтем введением самосогласованных полей $\delta E(t)$ и $\delta N(t)$, которые возникают из-за флуктуаций плотности заряда и в свою очередь оказывают влияние на флуктуации функции распределения. В однозонном приближении гамильтониан такой системы имеет вид

$$H = H_e + H_p + H_{ep} + H_c,$$

где H_e — однозонный гамильтониан электронов в электрическом поле, H_p — гамильтониан поля фононов, H_{ep} — гамильтониан взаимодействия электронов с фононами, H_c описывает взаимодействие электронов с самосогласованными полями.

Однозонное приближение справедливо, когда можно пренебречь эффектом межзонного туннелирования, т. е. в случае узких разрешенных зон и достаточно широких запрещенных зон. В этом приближении собственные функции электрона в кристалле в однородном электрическом поле E , направленном вдоль оси x , есть [8]

$$\varphi_n(\mathbf{r}) = \int_{-\pi/a}^{\pi/a} A_n(\mathbf{k}) \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) dk_x$$

с энергией

$$\varepsilon_n = eEan + \varepsilon(\mathbf{k}_{\perp}),$$

где

$$A_n(\mathbf{k}) = \left(\frac{a}{2\pi}\right)^{1/2} \exp\left\{\frac{i}{eE} \int_{\varepsilon_n}^{\varepsilon(\mathbf{k})} [\varepsilon_n - \varepsilon(\mathbf{k})] dk_x\right\}$$

$$\varepsilon(\mathbf{k}_{\perp}) = \frac{a}{2\pi} \int_{-\pi/a}^{\pi/a} \varepsilon(\mathbf{k}) dk_x, \quad \varepsilon(\mathbf{k}) = \varepsilon(\mathbf{k}) - eEX(\mathbf{k}).$$

Здесь ν — совокупность квантовых чисел $n, k_{\perp}$ (n — номер штарковского уровня, $k_{\perp} = \{k_x, k_z\}$), a — наименьший вектор решетки в направлении E , e — заряд носителя, $\varepsilon(k)$ — энергия блоховского состояния $\psi_k(r)$. В дальнейшем будем считать, что кристалл обладает центром инверсии. В этом случае $X(k) = 0$.

В представлении вторичного квантования для составляющих гамильтониана H имеем

$$H_e = \sum_{\nu} \varepsilon_{\nu} a_{\nu}^{\dagger} a_{\nu}, \quad H_p = \sum_{q} \hbar \omega_q \left(b_q^{\dagger} b_q + \frac{1}{2} \right),$$

$$H_{ep} = \sum_{\nu, \nu', q} \{ C_q \mathcal{J}_{\nu\nu'}^q a_{\nu}^{\dagger} a_{\nu'} b_q + C_q^* \mathcal{J}_{\nu\nu'}^{-q} a_{\nu}^{\dagger} a_{\nu'} b_q^{\dagger} \},$$

$$H_c = -e\delta E \sum_{\nu, \nu'} \langle \nu | r | \nu' \rangle a_{\nu}^{\dagger} a_{\nu'},$$

где $a_{\nu}^{\dagger} (a_{\nu})$ и $b_q^{\dagger} (b_q)$ — операторы рождения (уничтожения) соответственно электрона в состоянии ν и фонона с волновым вектором q , ω_q — частота фонона, C_q — матричный элемент электрон-фононного взаимодействия, $\mathcal{J}_{\nu\nu'}^{\pm q} = \langle \nu | e^{\pm i q r} | \nu' \rangle$.

Для пространственно однородной системы оператор плотности тока равен

$$\hat{J} = \frac{e}{V} \sum_i \hat{v}_i = \frac{e}{i\hbar V} \sum_i [\hat{r}_i, H_i], \quad (1)$$

где $\hat{v}_i$, $\hat{r}_i$ и H_i — соответственно операторы скорости, координаты и гамильтониан i -го электрона, V — объем кристалла (далее $V=1$).

В ν -представлении операторы продольной и поперечной относительно направления поля E координат имеют вид

$$x = -a \sum_{\nu} n a_{\nu}^{\dagger} a_{\nu} + \sum_{k_{\perp}, n \neq n'} X_{n-n'}^{k_{\perp}} a_n^{\dagger}(k_{\perp}) a_{n'}(k_{\perp}), \quad (2)$$

$$r_{\perp} = \sum_{\nu, \nu'} Y_{n-n'}^{k_{\perp} k_{\perp}'} \left(\frac{\partial}{\partial k_{\perp}} \delta_{k_{\perp}, k_{\perp}'} \right) a_{\nu}^{\dagger} a_{\nu'}, \quad (3)$$

где

$$X_{n-n'}^{k_{\perp}} = \frac{a}{2\pi} \int_{-\pi/a}^{\pi/a} \frac{\varepsilon(k)}{eE} \exp \{ i(n-n') a k_x \} dk_x,$$

$$Y_{n-n'}^{k_{\perp} k_{\perp}'} = i \int_{-\pi/a}^{\pi/a} A_n^*(k_x, k_{\perp}) A_{n'}(k_x, k_{\perp}') dk_x, \quad r_{\perp} = \{y, z\}.$$

Вычисляя в формуле (1) соответствующие коммутаторы, получаем следующее выражение для тока $\hat{J}$:

$$\hat{J} = e \sum_{k_{\perp}, n, n'} V_{n-n'}^{k_{\perp}} a_n^{\dagger}(k_{\perp}) a_{n'}(k_{\perp}), \quad (4)$$

где

$$V_{n-n'}^{k_{\perp}} = \frac{a}{2\pi} \int_{-\pi/a}^{\pi/a} \frac{1}{\hbar} \frac{\partial \varepsilon(k)}{\partial k} \exp \{ i(n-n') a k_x \} dk_x.$$

3. Флуктуации функции распределения

Задача о флуктуациях имеет самосогласованный характер. Флуктуирующие поля $\delta E(t)$ и флуктуации тока $\delta J(t)$ связаны уравнениями Максвелла. А чтобы вычислить $\delta J(t)$, необходимо решить уравнение для флуктуаций функции распределения $\delta f_{v'}(t) = a_v^+ a_{v'} - \langle a_v^+ a_{v'} \rangle$. Поэтому прежде всего найдем временную зависимость $\delta f_{v'}$, считая поля δE заданными. С этой целью запишем уравнение движения для оператора $a_v^+ a_{v'}$.

$$i\hbar \frac{\partial a_v^+ a_{v'}}{\partial t} = [a_v^+ a_{v'}, H_e + H_{ep} + H_c]. \quad (5)$$

В настоящей работе рассмотрим только поперечные относительно направления E флуктуации $\delta J_{\perp} = \{\delta J_y, \delta J_z\}$. А также, чтобы не усложнять вычислений, будем считать, что $\varepsilon(k) = \varepsilon(k_x) + \varepsilon(k_{\perp})$. Учет последнего приводит к упрощению формулы (4), и для $\delta J_{\perp}$ получаем

$$\delta J_{\perp}(t) = e \sum_v \frac{1}{\hbar} \frac{\partial \varepsilon(k_{\perp})}{\partial k_{\perp}} \delta f_{vv}(t). \quad (6)$$

Из формулы (6) видно, что для нахождения $\delta J_{\perp}$ понадобится уравнение (5) только для $v=v'$. Вычисляя коммутаторы в правой части (5), найдем уравнение для $a_v^+ a_v$:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{e}{\hbar} \delta E_l \frac{\partial}{\partial k_l} \right) a_v^+ a_v + i \frac{e \delta E_x}{\hbar} \sum_{m \neq 0} X_m^{k_{\perp}} (a_n^+ a_{n+m} - a_{n+m}^+ a_n) = \\ = \frac{1}{i\hbar} \sum_{v', q} \{ C_q (\mathcal{J}_{vv'}^q a_v^+ a_{v'} b_q - \mathcal{J}_{v'v}^q a_{v'}^+ a_v b_q) + \\ + C_q^* (\mathcal{J}_{vv'}^{-q} a_v^+ a_{v'} b_q^+ - \mathcal{J}_{v'v}^{-q} a_{v'}^+ a_v b_q^+) \}. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь и далее $l = \{y, z\}$.

Вывод уравнения для $\delta f_v = \delta f_{vv}$ проведем по схеме, предложенной в работах [8, 9]. Записывая уравнения движения для операторов типа $a_v^+ a_v b_q$ и линеаризуя эти уравнения по флуктуирующим величинам, найдем вид временной зависимости оператора $a_v^+ a_v b_q$ в низжайшем порядке по константе взаимодействия C_q . Теперь для оператора

$$\delta f_v^{\omega} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \delta f_v(t) e^{-i\omega t} dt$$

можно записать линеаризованное по флуктуациям уравнение:

$$\begin{aligned} i\omega \delta f_v^{\omega} = \frac{e \delta E_x^{\omega}}{i\hbar} \left[\sum_{m \neq 0} X_m^{k_{\perp}} (\langle a_n^+ a_{n+m} \rangle - \langle a_{n+m}^+ a_n \rangle) + A_v^{\omega} \right] - \\ - \frac{e \delta E_l^{\omega}}{\hbar} \left[\frac{\partial f_v}{\partial k_l} + i B_l^{\omega}(v) \right] - \hat{v}_{ep} \left(\delta f_v^{\omega} - \frac{e \delta E_l^{\omega}}{\hbar \omega} \frac{\partial f_v}{\partial k_l} \right) + j_v^{\omega}, \end{aligned} \quad (8)$$

где $f_v = \langle a_v^+ a_v \rangle$, $j_v(t)$ — оператор стороннего потока, который появляется в уравнении вследствие учета начальных условий при решении уравнений движения для операторов типа $a_v^+ a_v b_q$. Вид j_v совпадает с правой частью (7), но операторы a_v и b_q имеют временную зависимость такую же, как

и для невзаимодействующих частиц:

$$a_v(t) = a_v(t_0) \exp \left\{ -\frac{i\varepsilon_v(t-t_0)}{\hbar} \right\}, \quad b_q(t) = b_q(t_0) \exp \{ -i\omega_q(t-t_0) \}.$$

При получении (8) момент времени t_0 выбирался таким, чтобы выполнялось неравенство

$$\varepsilon(t-t_0) \gg \hbar. \quad (9)$$

Приведем явный вид B^ω и $\hat{v}_{ep}$:

$$B^\omega(v) = \frac{1}{\omega^2} \sum_{v', q} (v_{k_\perp} - v_{k'_\perp}) \{ W_{vv'}^{q-}(\omega) f_v + W_{v'v}^{q-}(\omega) f_{v'} \},$$

$$\hat{v}_{ep}(\delta f) = \sum_{v', q} \{ W_{vv'}^{q+}(\omega) \delta f_v^\omega - W_{v'v}^{q+}(\omega) \delta f_{v'}^\omega \}.$$

Здесь

$$W_{vv'}^{q\pm}(\omega) = W_{vv'}^\omega(q) \pm W_{vv'}^{-\omega}(q), \quad v_{k_\perp} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial \varepsilon(k_\perp)}{\partial k_\perp},$$

$$W_{vv'}^\omega(q) = \frac{\pi}{\hbar} |C_q|^2 |\mathcal{J}_{vv'}^q|^2 [(N_q + 1) \delta(\Delta_{vv'} - \hbar\omega) + N_q \delta(\Delta_{vv'} + \hbar\omega)],$$

$$|\mathcal{J}_{vv'}^{q\pm}|^2 = \delta_{k_\perp \mp q_\perp}^2 \left| \frac{a}{2\pi} \int_{-\pi/a}^{\pi/a} \exp \left\{ \frac{i}{\varepsilon E} \left[(\varepsilon_v - \varepsilon_{v'}) k_x - \right. \right. \right.$$

$$\left. \left. - \int_{k_x}^{k_x} (\varepsilon(k \mp q) - \varepsilon(k)) dk_x \right] \right\} dk_x \right|^2, \quad (10)$$

где $\Delta_{vv'}^\pm = \varepsilon_v - \varepsilon_{v'} \pm \hbar\omega_q$, N_q — распределение Планка для фононов. Выражение для A_v^ω имеет довольно громоздкий вид и поэтому здесь не приводится. Кроме того, в рассматриваемом ниже случае A_v^ω является четной функцией $k_\perp$ и, как будет видно из дальнейшего, вклада в ток не дает.

Уравнение (8) было получено при условиях

$$\Omega_E \gg \bar{v}_{ep}, \quad (11)$$

$$|\omega - n\Omega_E| \gg \bar{v}_{ep}, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (12)$$

где $\Omega_E = eEa/\hbar$ — частота колебаний электрона в координатном и импульсном пространствах, $\bar{v}_{ep}$ — характерная частота электрон-фононных столкновений. Условие (11) означает, что квантование продольного движения существенно и штарковские уровни не размыты столкновениями, а критерий (12) указывает область рассматриваемых частот флуктуаций.

4. Флуктуации поперечного тока

Как видно из формулы (6), вклад во флуктуирующий ток дает антисимметричная часть функции δf_v :

$$\delta f_a(n, k_\perp) = 1/2 [\delta f(n, k_\perp) - \delta f(n, -k_\perp)].$$

Будем считать, что рассеяние электронов происходит на неполяризованных оптических фононах. Тогда в случаях, рассмотренных Брыксыным и Фирсовым [2], f_v является четной функцией от $k_\perp$, а следовательно A_v^ω и $B^\omega(v)$ — соответственно четная и нечетная функции от $k_\perp$, а также

$$\sum_{v', q} W_{v'v}^{q+}(\omega) \left[\delta f_a^\omega(v') - \frac{i e \delta E_l^*}{\hbar \omega} \frac{\partial f_{v'}}{\partial k_l} \right] = 0.$$

Кроме того, первое слагаемое в квадратной скобке (8) равно нулю. Это следует из того, что в электрическом поле пространство остается однородным, и можно показать, что $\langle a_n^+(k_\perp) a_{n'}(k_\perp) \rangle$ зависит только от разности $n-n'$. Принимая во внимание также, что $X_m^{k_\perp} = X_m^{k_\perp}$, легко видеть, что указанная величина обращается в нуль.

После всего сказанного получаем уравнение для $\delta f_a^*(v)$

$$[i\omega + \tau_{k_\perp}^{-1}(\omega)] \delta f_a^*(v) = -\frac{e\delta E_l^*}{\hbar} \left[\left(1 - \frac{i}{\omega \tau_{k_\perp}(\omega)} \right) \frac{\partial n(k_\perp)}{\partial k_l} + iB_l^*(v) \right] + j_a^*(v), \quad (13)$$

где

$$\tau_{k_\perp}^{-1}(\omega) = \sum_{v', q} W_{vv'}^{q+}(\omega), \quad j_a^*(v) = \frac{1}{2} [j^*(n, k_\perp) - j^*(n, -k_\perp)].$$

Отметим, что $\tau_{k_\perp}(\omega)$ и B^* не зависят от n , так как в $W_{vv'}^\omega n$ входит в виде $n-n'$, а по n' производится суммирование. Здесь введено обозначение $n(k_\perp) = f_v$, так как вследствие упомянутого выше свойства пространственной однородности f_v не зависит от номера штарковского уровня.

Уравнение (13) легко решается, и для флуктуаций поперечного тока получаем следующее выражение:

$$\delta I_l^* = \sigma_{lm}^* \delta E_m^* + I_l^*. \quad (14)$$

Здесь

$$I_l^* = e \sum_v v_{k_\perp}^l j_a^*(v) [i\omega + \tau_{k_\perp}^{-1}(\omega)]^{-1}$$

— сторонний флуктуирующий ток, а σ_{lm} — тензор проводимости ($l, m = x, y, z$), который равен¹⁾

$$\sigma_{lm}^* = \frac{ie^2}{\hbar\omega} \sum_v v_{k_\perp}^l \frac{\partial n(k_\perp)}{\partial k_m} - \frac{ie^2}{\hbar\omega^2} \sum_{v, v', q} \left[\frac{v_{k_\perp}^l v_{k_\perp}^m}{i\omega + \tau_{k_\perp}^{-1}} + \frac{v_{k_\perp}^l v_{k_\perp}^m}{i\omega + \tau_{k_\perp}^{-1}} \right] n(k_\perp) W_{vv'}^{q-}(\omega). \quad (15)$$

Теперь перейдем к вычислению корреляторов $\langle I_l^* I_m^* \rangle$, так как именно эти величины являются наблюдаемыми, а не сами сторонние токи $I_l(t)$. Для нахождения корреляторов сторонних токов нужны средние значения величин типа

$$a_v^+ a_v b_q a_\mu^+ a_\mu b_q^+ \delta(\Delta_{vv'} - \hbar\omega) \delta(\Delta_{\mu\mu'} - \hbar\omega'). \quad (16)$$

В (16) все операторы заданы в некоторый момент времени t_0 (о выборе t_0 говорилось выше). Пренебрегая недиагональными элементами матрицы плотности $f_{vv'} = \langle a_v^+ a_v \rangle$, которые малы по сравнению с диагональными по параметру $\mathcal{V}_{ep}/\Omega_E$, получаем среднее значение выражения (16)

$$\delta(\omega + \omega') \frac{1}{\hbar} \delta_{q,q'} \delta_{v,v'} \delta_{\mu,\mu'} (N_q + 1) n(k_\perp) \delta(\Delta_{vv'} - \hbar\omega). \quad (17)$$

Тогда с учетом (17) имеем

$$\langle I_l^* I_m^* \rangle^C = \delta(\omega + \omega') \frac{e^2}{2\pi} \sum_{v, v', q} \left[\frac{v_{k_\perp}^l v_{k_\perp}^m}{\omega^2 + \tau_{k_\perp}^{-2}} + \frac{v_{k_\perp}^l v_{k_\perp}^m}{\omega^2 + \tau_{k_\perp}^{-2}} \right] n(k_\perp) W_{vv'}^{q+}(\omega), \quad (18)$$

¹⁾ Можно показать, что все остальные компоненты тензора проводимости кроме σ_{xx} равны нулю.

где

$$\langle I_l(t) I_m(t') \rangle^c = \frac{1}{2} [\langle I_l(t) I_m(t') \rangle + \langle I_m(t') I_l(t) \rangle].$$

Формулы (15) и (18) справедливы как для низких, так и для высоких частот (точный критерий для области ω дан неравенством (12)). Для низкочастотных флуктуаций ($\omega \ll \varepsilon$) эти формулы значительно упрощаются. А так как в эксперименте очень часто измеряются именно низкочастотные флуктуации, то имеет смысл привести выражения для σ_{lm} и $\langle I_l I_m \rangle$ для случая малых ω :

$$\sigma_{lm}^{\omega} = -\frac{e^2}{\hbar} \sum_{\mathbf{v}} v_{\mathbf{k}_{\perp}}^l \frac{\partial n(\mathbf{k}_{\perp})}{\partial k_m} [i\omega + \tau_{\mathbf{k}_{\perp}}^{-1}(\omega=0)]^{-1}, \quad (19)$$

$$\langle I_l I_m \rangle_{\omega} = \frac{e^2}{\pi} \sum_{\mathbf{v}} v_{\mathbf{k}_{\perp}}^l v_{\mathbf{k}_{\perp}}^m n(\mathbf{k}_{\perp}) \frac{\tau_{\mathbf{k}_{\perp}}^{-1}(\omega=0)}{\omega^2 + \tau_{\mathbf{k}_{\perp}}^{-2}(\omega=0)}, \quad (20)$$

При выводе (19) и (20) использовалось кинетическое уравнение для $n(\mathbf{k}_{\perp})$. Так например, учет кинетического уравнения в (8) при $\omega \rightarrow 0$ дает равенство

$$\left\{ \mathbf{B}(\mathbf{v}) - \frac{1}{\omega} \hat{\mathbf{v}}_{\mathbf{v}} \left(\frac{\partial n(\mathbf{k}_{\perp})}{\partial k_{\perp}} \right) \right\}_{\omega \rightarrow 0} = 0,$$

в результате чего уравнение (8) принимает более простой вид. Находя из этого уравнения функцию δf_a , легко получаем формулу (19). Аналогичные упрощения возникают и при получении коррелятора (20).

Уравнение для $n(\mathbf{k}_{\perp})$ выводится при тех же предположениях, что и уравнение (8), из усредненного уравнения (7) и имеет в стационарном случае вид

$$\sum_{\mathbf{v}', \mathbf{q}} [W_{\mathbf{v}\mathbf{v}'}^{\mathbf{q}+}(\omega=0) n(\mathbf{k}_{\perp}) - W_{\mathbf{v}'\mathbf{v}}^{\mathbf{q}+}(\omega=0) n(\mathbf{k}_{\perp}')] = 0. \quad (21)$$

Уравнение (21) и его решения были впервые найдены Брыксыным и Фирсовым [1, 2].

5. Флуктуационно-диссипационная теорема и другие примеры

В этом разделе рассмотрим следствия из полученных выше формул для тензора проводимости и корреляторов сторонних токов. До сих пор основным условием всего рассмотрения был критерий (11), который определяет величину приложенного постоянного электрического поля. Но во все выражения неявным образом входит ширина разрешенной зоны ΔE . И в зависимости от соотношения величин ΔE и $\hbar\Omega_x$, а также ΔE_x и $\Delta E_{\perp}$ (ΔE_x — ширина зоны вдоль поля, $\Delta E_{\perp}$ — поперек) возможны различные физические ситуации. Ряд таких ситуаций рассмотрен Брыксыным и Фирсовым в [2], где для каждого случая найдена функция распределения $n(\mathbf{k}_{\perp})$.

В пределе квантующих полей электроны рассеиваются только внутри одной штарковской подзоны и [2]

$$n(\mathbf{k}_{\perp}) = C \exp \left\{ -\frac{\varepsilon(\mathbf{k}_{\perp})}{T} \right\}, \quad (22)$$

где C — константа, определяемая из условия нормировки, T — температура решетки. Функция (22) соответствует термодинамическому равновесию системы. В этом случае должна выполняться флуктуационно-диссипа-

ционная теорема, которую можно представить в форме

$$\frac{\langle I_l I_m \rangle_{\omega}^c}{\operatorname{Re} \sigma_{lm}^{\omega}} = \frac{\hbar \omega}{2\pi} \operatorname{cth} \frac{\hbar \omega}{2T}. \quad (23)$$

Формулу (23) нетрудно получить, если в (15) и (18) в сумме по n' оставить только член с $n'=0$, а также учесть соотношение

$$\begin{aligned} n(\mathbf{k}_{\perp})(N_q+1)\delta(\varepsilon(\mathbf{k}_{\perp})-\varepsilon(\mathbf{k}_{\perp}')-\hbar\omega_q\pm\hbar\omega) = \\ = n(\mathbf{k}_{\perp}')N_q e^{\pm\hbar\omega/T}\delta(\varepsilon(\mathbf{k}_{\perp})-\varepsilon(\mathbf{k}_{\perp}')-\hbar\omega_q\pm\hbar\omega). \end{aligned}$$

Исследуем теперь случай, когда $\hbar\Omega_x \ll \Delta E$. Тогда при рассеянии электронов на неполяризационных оптических фононах ($\omega_q = \omega_0$) [2]

$$n(\mathbf{k}_{\perp}) = C. \quad (24)$$

Предполагается, что $\hbar\omega_0 \ll \Delta E_x$, $\Delta E_{\perp}$ и $\Delta E_x \sim \Delta E_{\perp} \sim \Delta E$. Это так называемый случай полного разогрева. Он интересен тем, что для частот $\omega \gg \nabla_{\varepsilon}$ (см. (15))

$$\operatorname{Im} \sigma_{lm}^{\omega} = 0.$$

Это соответствует тому, что плазменная частота стремится к нулю, а для низких частот, как видно из (19), $\sigma_{lm}^{\omega} = 0$ и отношение

$$\theta = \langle I_l I_m \rangle_{\omega}^c / \operatorname{Re} \sigma_{lm}^{\omega}$$

стремится к бесконечности. Это означает, что флуктуации в системе аномально велики. Чтобы определить θ , надо было бы, по-видимому, найти $n(\mathbf{k}_{\perp})$ в следующем порядке по $\hbar\omega_0/\Delta E$. Но θ легко вычислить, если зона асимметрична: $\Delta E_x \ll \Delta E_{\perp}$. В этом случае [2]

$$n(\mathbf{k}_{\perp}) = C \exp \left\{ -\frac{\varepsilon(\mathbf{k}_{\perp})}{T^*} \right\}, \quad (25)$$

где

$$T^* = \frac{(\Delta \bar{E}_x)^2}{\hbar \omega_0} \operatorname{cth} \frac{\hbar \omega_0}{2T}, \quad (\Delta \bar{E}_x)^2 = \frac{a}{2\pi} \int_{-\pi/a}^{\pi/a} \varepsilon^2(k_x) dk_x.$$

Заметим, что несмотря на максвелловский вид функции (25) для произвольных частот в формуле (23) T не заменяется на T^* , но для низкочастотных флуктуаций

$$\theta = T^*/\pi. \quad (26)$$

Если принять, что $\hbar\omega_0 \ll T$, то для θ получаем совсем простое выражение

$$\theta = \frac{2}{\pi} \frac{(\Delta \bar{E}_x)^2}{(\hbar \omega_0)^2} T. \quad (27)$$

Из последней формулы хорошо видно, что флуктуации в исследуемой системе значительно интенсивней равновесных тепловых флуктуаций для $\Delta E_x > \hbar\omega_0$.

Таким образом, как следует из формул (26) и (27), изучение флуктуаций в сильных электрических полях позволяет исследовать зонную структуру полупроводников, а простота полученных результатов значительно компенсирует экспериментальные трудности.

В заключение заметим еще, что в данной работе решена задача о линейном отклике и результаты могут быть использованы в задачах, где наряду с сильным постоянным полем имеется слабое переменное электрическое поле.

Авторы выражают благодарность В. В. Брыксину за полезные консультации, а также С. В. Ганцевичу и Р. Катилосу за обсуждение результатов работы.

Институт физики
Академии наук Украинской ССР

Поступила в редакцию
22 июня 1976 г.

Литература

- [1] В. В. Брыксин, Ю. А. Фирсов, ФТТ, 13, 3246, 1971.
- [2] В. В. Брыксин, Ю. А. Фирсов. ЖЭТФ, 61, 2373, 1971.
- [3] И. Б. Левинсон, Я. Ясевичюте. ЖЭТФ, 62, 1902, 1972.
- [4] Ш. М. Коган, А. Я. Шульман. ЖЭТФ, 56, 862, 1969.
- [5] С. В. Ганцевич, В. Л. Гуревич, Р. Катилос. ЖЭТФ, 57, 503, 1969.
- [6] П. М. Томчук, А. А. Чумак. Препринт ИФ АН УССР, № 9, 1971.
- [7] П. М. Томчук, А. А. Чумак. УФЖ, 18, 10, 1973; УФЖ, 18, 11, 1973.
- [8] E. O. Kane. J. Phys. Chem. Sol., 12, 181, 1959.
- [9] S. Maekawa. Phys. Rev. Lett., 24, 1175, 1970.
- [10] R. W. Koss, L. M. Lambert. Phys. Rev., B5, 1479, 1972.

CURRENT FLUCTUATIONS IN SEMICONDUCTORS IN A QUANTIZING ELECTRIC FIELD

S. S. Rozhkov, P. M. Tomchuk

Current fluctuations in a semiconductor are considered under «Stark quantization» conditions. It is shown that the fluctuations may be anomalously large. The dependence of the fluctuations on the parameters of the scattering system and width of the energy band leads to certain conclusions regarding the nature of the energy dissipation and band structure of the semiconductor.

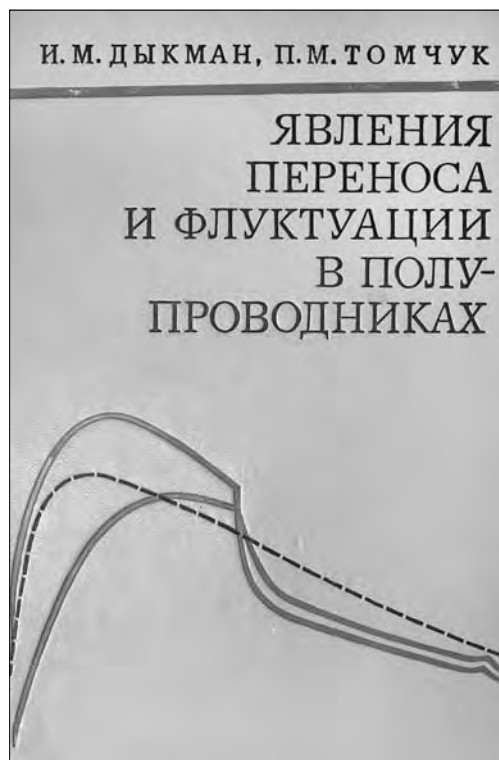
ДИСЕРТАЦІЙНІ РОБОТИ, ВИКОНАНІ ПІД КЕРІВНИЦТВОМ П. М. ТОМЧУКА

Кандидатські дисертації:

1. Шендеровский В. А. Флуктуации в неравновесной полупроводниковой плазме (1972).
2. Чумак А. А. Флуктуации в полупроводниках в сильных электрических и магнитных полях (1973).
3. Иванов Н. Н. Эмиссионные и оптические явления в системах с островковыми металлическими пленками (1974).
4. Горлей П. Н. Исследования по теории кинетических явлений в анизотропных полупроводниках (полупроводники типа р-Те) (1976).
5. Тарасенко А. А. Исследования по теории флуктуационных процессов в объеме и на поверхности твердых тел (1978).
6. Рожков С. С. К теории кинетических и флуктуационных явлений в полупроводниках в сильных электрических и магнитных полях (1979).
7. Лев Б. И. Кинетические явления в нематических жидких кристаллах (теория) (1981).
8. Сытилина Н. Г. Горячие электроны и явления переноса в многодолинных полупроводниках (1981).
9. Милюшите Р. И. Токовые шумы и их анизотропия в полупроводниках в сильных электрических полях (1981).
10. Белоцкий Е. Д. Исследование макронеоднородностей в жидких кристаллах (1985).
11. Семчук А. Ю. Теория нелинейных и неравновесных явлений в ферромагнитных полупроводниках (1986).
12. Красноголовец В. В. Теория протонной проводимости квазиизолированных молекулярных цепочек с водородными связями (1987).
13. Сиренко С. П. Математическое моделирование физических процессов в биологических системах ориентации (1988).
14. Мигранов Н. Г. Диссипативные структуры в нематических жидких кристаллах (1989).
15. Лук'янець С. П. Локальні та ефективні властивості макроскопічно неоднорідних середовищ (1994)
16. Льовшин О. Є. Періодичні структури на вільних носіях в напівпровідниках (1994).
17. Горлей П. П. Динамічний хаос і самоорганізація в біполярних напівпровідниках з дрейфовою нестійкістю (1999).
18. Куліш В. В. Оптичні властивості малих металевих оболонок різної форми (2005).

Докторські дисертації:

1. Шендеровский В. А. Кинетические явления в узкозонных полупроводниках (1984).
2. Чумак А. А. Флуктуации в объеме и на поверхности твердых тел (1991).
3. Лев Б. И. Структурообразование в нелинейных статистически равновесных и неравновесных средах (1991).
4. Білоцький Є. Д. Нелінійні та нерівноважні просторово-обмежені структури (питання теорії) (1992)
5. Рожков С. С. Нелинейная кинетика и гидродинамика конденсированных сред в сильных электрических и магнитных полях (1992).
6. Горлей П. Н. Процессы переноса в кристаллах низкой симметрии с анизотропными энергетическими спектрами носителей и фононов (на примере теллура) (1992).
7. Мигранов Н. Г. Гидродинамические флуктуации и диссипативные структуры в нематических жидких кристаллах (1998).
8. Семчук О. Ю. Особливості електричних, оптичних та теплових процесів, обумовлених лазерним опроміненням поверхні конденсованого середовища: теоретичні аспекти (2011)



**ЛАУРЕАТИ
ЗОЛОТОЇ МЕДАЛІ
ім. В.І. ВЕРНАДСЬКОГО
ТА ПРЕМІЙ
імені
ВИДАТНИХ УЧЕНИХ
УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНОЇ
АКАДЕМІЇ НАУК
УКРАЇНИ
2008 року**

**Відділення фізики і астрономії
Національної академії наук України**



1906—1995

**Премія
імені Прихотько
Антоніни Федорівни**

заснована
постановою Президії НАН України
від 20.06.1997 № 228

за видатні роботи в галузі лазерної фізики,
оптики та кристалографії

ПРИСУДЖЕНА

за цикл робіт

"Гарячі" електрони та нові оптичні явища
в багатодолінних напівпровідниках та наночастинках"

Томчуку Петру Михайловичу

члену-кореспонденту НАН України, завідувачу відділу
Інституту фізики НАН України

Порошину Володимирі Миколайовичу

доктору фізико-математичних наук, заступнику директора
Інституту фізики НАН України

Волкову Владиславу Івановичу

кандидату фізико-математичних наук, старшому науковому
співробітнику Інституту фізики НАН України



П.М. Томчук



В.М. Порошин



В.І. Волков

СПИСОК НАУКОВИХ ПРАЦЬ П. М. ТОМЧУКА

1960

1. Дыкман И. М., Томчук П. М. Влияние электрического поля на температуру электронов, электропроводность и термоэлектронную эмиссию полупроводников. I. Атомарные полупроводники. Развитие метода // Физика твёрдого тела. – 1960. – Т. 2. – № 9. – С. 2228–2239.

1961

2. Дыкман И. М., Томчук П. М. Влияние электрического поля на температуру электронов, электропроводность и термоэлектронную эмиссию полупроводников. II. Учёт плазменных колебаний и близких соударений // Физика твёрдого тела. – 1961. – Т. 3. – № 4. – С. 1019–1030.

3. Дыкман И. М., Томчук П. М. Влияние электрического поля на температуру электронов, электропроводность и термоэлектронную эмиссию полупроводников. III. Термоэлектронная эмиссия // Физика твёрдого тела. – 1961. – Т. 3. – № 2. – С. 632–641.

4. Дыкман И. М., Томчук П. М. Влияние электрического поля на температуру электронов, электропроводность и термоэлектронную эмиссию полупроводников. IV. Низкие температуры решётки // Физика твёрдого тела. – 1961. – Т. 3. – № 7. – С. 1909–1920.

5. Томчук П. М. Вариационный метод определения электропроводности при учете кулоновского взаимодействия // Физика твёрдого тела. – 1961. – Т. 3. – В. 4. – С. 1258–1262.

1962

6. Дыкман И. М., Томчук П. М. Влияние электрического поля на температуру электронов, электропроводность и термоэлектронную эмиссию полупроводников // Физика твёрдого тела. – 1962. – Т. 4. – № 5. – С. 1082–1094.

7. Дыкман И. М., Томчук П. М. Электропроводность полярных полупроводников при учете межэлектронного взаимодействия // Физика твёрдого тела. – 1962. – Т. 4. – № 12. – С. 3551–3563.

1964

8. Дыкман И. М., Томчук П. М. Влияние основных носителей в полупроводниках на подвижность неосновных // Физика твёрдого тела. – 1964. – Т. 6. – № 5. – С. 1388–1398.

9. Винецкий В. Л., Машкевич В. С., Томчук П. М. Теория стационарного индуцированного излучения на зона-зонных переходах // Физика твёрдого тела. – 1964. – Т. 6. – № 7. – С. 2037–2046.

1965

10. Дыкман И. М., Томчук П. М. Анизотропия проводимости горячих электронов и межэлектронные взаимодействия // Физика твёрдого тела. – 1965. – Т. 7. – № 1. – С. 286–288.

11. Григорьев Н. Н., Дыкман И. М., Томчук П. М. Температура и подвижность горячих электронов в полярных полупроводниках // Физика твёрдого тела. – 1965. – Т. 7. – № 11. – С. 3378–3385.

12. Дыкман И. М., Томчук П. М. Анизотропное влияние межэлектронного рассеяния на проводимость полупроводников с эллипсоидной изоэнергетической поверхностью // Физика твёрдого тела. – 1965. – Т. 7. – № 8. – С. 2298–2308.

1966

13. Томчук П. М., Федорович Р. Д. Эмиссия горячих электронов из тонких металлических пленок // Физика твёрдого тела. – 1966. – Т. 8. – № 1. – С. 276–279.

14. Дыкман И. М., Томчук П. М. Функция распределения и подвижность электронов в полярных полупроводниках при непараболическом законе дисперсии // Физика твёрдого тела. – 1966. – Т. 8. – № 5. – С. 1343–1350.

15. Бондар В. М., Сарбей О. Г., Томчук П. М. Зависимость анизотропии рассеяния носителей тока в n-Ge от концентрации примесей // Физика твёрдого тела. – 1966. – Т. 8. – № 8. – С. 2511–2512.

16. Григорьев Н. Н., Дыкман И. М., Томчук П. М. Эмиссия горячих электронов из полупроводников с непараболическим законом дисперсии // Изв. АН СССР, сер. физич. – 1966. – Т. 30. – № 12. – С. 1930–1935.

17. Томчук П. М., Федорович Р. Д. Проводимость тонких металлических пленок островковой структуры // Физика твёрдого тела. – 1966. – Т. 8. – № 10. – С. 3131–3134.

1967

18. Григорьев Н. Н., Дыкман И. М., Томчук П. М. Влияние электрического поля на магнетосопротивление и эффект Холла в полярных полупроводниках с непараболическим законом дисперсии // ФТП. – 1967. – Т. 1. – № 1. – С. 132–134.

1968

19. Григорьев Н. Н., Дыкман И. М., Томчук П. М. Функция распределения и температурная зависимость подвижности в полупроводниках A_3B_5 // Физика твёрдого тела. – 1968. – Т. 10. – № 4. – С. 1058–1064.

20. Дыкман И. М., Томчук П. М. Анизотропное рассеяние носителей тока в полупроводниках // Укр. физ. журнал. – 1968. – Т. 13. – № 8. – С. 1366–1377.

21. Дыкман И. М., Томчук П. М. Влияние внешнего поля и закона дисперсии энергии на плазменные колебания в полупроводниках // ЖЭТФ. – Т. 54. – № 2. – С. 592–602.

1969

22. Алмазов Л. А., Дыкман И. М., Томчук П. М. Прохождение электромагнитных волн через пластинку полупроводника с нестационарным законом дисперсии носителей тока // Phys. Stat. Sol. (b). – 1969. – Vol. 34. – № 2. – Р. 805–815.

23. Пашицкий Э. А., Томчук П. М. О сверхпроводимости в квантующих полупроводниковых пленках с гранулированным металлическим покрытием // Письма в ЖЭТФ. – 1969. – Т. 9. – № 6. – С. 367–371.

24. Дыкман И. М., Томчук П. М. Влияние электрического поля и закона дисперсии энергии на распространение электромагнитных волн в полупроводниках // Физика твёрдого тела. – 1969. – Т. 3. – № 9. – С. 1281–1288.

25. Павленко В. Н., Томчук П. М. Неравновесная плазма в полупроводниках с анизотропной зонной структурой // Phys. Stat. Sol. (b). – 1969. – Vol. 48. – № 2. – P. 547–563.

1970

26. Томчук П. М., Шендеровский В. А. Флуктуации в неравновесной полупроводниковой плазме. I. Низкоомные полупроводники // Укр. физ. журнал. – 1970. – Т. 15. – С. 632–640.

27. Томчук П. М., Шендеровский В. А. Флуктуации тока в полярных полупроводниках в сильном электрическом поле при непараболическом законе дисперсии. II. Высокоомные полупроводники // Укр. физ. журнал. – 1970. – Т. 15. – № 6. – С. 902–907.

1971

28. Павленко В. Н., Томчук П. М. Об эффекте эха в релятивистской плазме // Укр. физ. журнал. – 1971. – Т. 16. – № 5. – С. 788–794.

29. Павленко В. Н., Томчук П. М., Чумак А. А. Влияние квантующего магнитного поля на распространение электромагнитных волн в многодолинных полупроводниках // Укр. физ. журнал. – 1971. – Т. 16. – № 12. – С. 2060–2065.

30. Томчук П. М., Чумак А. А. Флуктуации в неравновесных электрон-фоонных системах // Препринт ИФ АН УССР. – 1971. – № 7.

31. Павленко В. Н., Томчук П. М., Чумак А. А. Резонансное затухание магнитоплазменных возбуждений в многодолинных полупроводниках // Препринт ИФ АН УССР. – 1971. – № 13.

1972

32. Томчук П. М., Шендеровский В. А. Рассеяние и трансформация волн на флуктуациях в неравновесной плазме полупроводника с анизотропной энергетической зоной // ЖЭТФ. – 1972. – Т. 62. – № 3. – С. 1131–1143.

33. Дыкман И. М., Томчук П. М. Собственные колебания неравновесной плазмы в полупроводниках с анизотропной зонной структурой // Труды симпозиума по физике плазмы и электрическим неустойчивостям в твердых телах. – Вильнюс: Минтис, 1972.

34. Томчук П. М., Шендеровский В. А. Влияние закона дисперсии энергии на флуктуации и рассеяние волн в неравновесной плазме // Материалы третьего рабочего совещания по статистической физике. – К.: Наукова думка, 1972.

35. Томчук П. М., Чумак А. А. Флуктуации в многодолинных полупроводниках, связанные с междолинными переходами // Физика твёрдого тела. – 1972. – Т. 14. – № 8. – С. 2347–2351.

36. Дыкман И. М., Томчук П. М. Электронные волны в полупроводниках // Вісник АН УРСР. – 1972. – № 10. – С. 32–40.

37. Ораевский В. Н., Павленко В. Н., Томчук П. М. Нелинейное взаимодействие волн в неравновесной полупроводниковой плазме // ФТП. – 1972. – Т. 6. – № 9. – С. 1647–1654.

38. Иванов И. И., Томчук П. М. О неустойчивости диспергированных металлических пленок // Симпозиум Канев-71. Диспергированные металлические пленки. – К.: Изд-во АН УССР, 1972. – С. 46.

39. Томчук П. М. Электролюминесценция в диспергированных металлических пленках // Симпозиум Канев-71. Диспергированные металлические пленки. – К.: Изд-во АН УССР, 1972. – С. 238.

40. Обухов И. А., Кулюпин Ю. А., Томчук П. М. Об электропроводности диспергированных пленок с неоднородной структурой и электронной эмиссией из них // Симпозиум Канев-71. Диспергированные металлические пленки. – К.: Изд-во АН УССР, 1972. – С. 272.

41. Дыкман И. М., Томчук П. М. Влияние зонной структуры и электрических полей на собственные колебания и распространение электромагнитных волн в полупроводниках // Труды II Международной конференции по физике полупроводников. – Варшава, 1972.

1973

42. Томчук П. М., Чумак А. А. Квантовое кинетическое уравнение для флуктуаций в неравновесных электрон-фононных системах // Физика твёрдого тела. – 1973. – Т. 15. – № 4. – С. 1011–1018.

43. Иванов И. И., Томчук П. М. Электрон-фононное взаимодействие при автоэмиссии // Физика твёрдого тела. – 1973. – Т. 15. – № 6. – С. 1617–1619.

44. Томчук П. М., Чумак А. А. Высоочастотные флуктуации в неравновесных электрон-фононных системах // Укр. физ. журнал. – 1973. – Т. 18. – № 10. – С. 1625–1635.

45. Томчук П. М., Чумак А. А. Флуктуации в электрон-фононных системах при наличии сильных электрических и магнитных полей // Укр. физ. журнал. – 1973. – Т. 18. – № 11. – С. 1822–1831.

1974

46. Григорьев Н. Н., Дыкман И. М., Томчук П. М. Влияние электрон-электронных взаимодействий на возникновение отрицательной поперечной проводимости в n-Ga // ФТП. – 1974. – Т. 8. – № 6. – С. 1083–1089.

47. Томчук П. М., Шендеровский В. А. Процессы рассеяния волн флуктуациями в неравновесной плазме полупроводников с изотропным непараболическим законом дисперсии энергии носителей // Phys. Stat. Sol. (b). – 1974. – Vol. 63. – № 2. – P. 709–718.

48. Томчук П. М., Пинчук И. И. Вариационный метод в теории кинетических коэффициентов // Препринт ИФ АН УССР. – К., 1974. – № 19.

49. Томчук П. М., Чумак А. А., Шендеровский В. А. Флуктуации и рассеяние волн в неравновесной плазме. – Вторая Международная конференция по теории плазмы: Аннотации докладов. – К., 28 октября–1 ноября 1974. – С. 124.

1975

50. Томчук П. М., Рожков С. С., Чумак А. А. Горячие электроны многодолинных полупроводников в квантующих магнитных полях // Укр. физ. журнал. – 1975. – Т. 20. – № 9. – С. 1409–1416.

51. Горлей П. П., Томчук П. М. Теория электропроводности анизотропных полупроводников типа p-Te // Укр. физ. журнал. – 1975. – Т. 20. – № 5. – С. 705–716.

52. Tomchuk P. M., Shenderovskii V. A., Gorley P. N., Gavaleshko N. P., Solonchuk L. S. Galvanomagnetic Properties of Anisotropic Semiconductors of the p-Te Type // *Phys. Stat. Sol. (b)*. – 1975. – Vol. 72. – № 1. – P. 41–50.

53. Кулюпин Ю. А., Борзяк П. Г., Томчук П. М. Электронные процессы в диспергированных электрических плёнках // *Thin Solid Films*. – 1975. – Vol. 30. – P. 47–53.

54. Томчук П. М., Чумак А. А. Влияние межэлектронного взаимодействия на неравновесные шумы в многодолинных полупроводниках // *ФТП*. – 1975. – Т. 9. – № 9. – С. 1668–1673.

55. Дыкман И. М., Томчук П. М. Явления переноса и собственные колебания горячих электронов в полупроводниках с периодической структурой // *Phys. Stat. Sol. (b)*. – 1975. – Vol. 76. – № 2. – P. 395–408.

56. Томчук П. М., Шендеровский В. А., Чумак А. А. Флуктуации и рассеяние волн флуктуациями в неравновесной плазме // IV Международная конф. по физич. аспектам шума в твёрдотельных приборах. – Эйндховен (Голландия), 1975.

57. Томчук П. М., Пинчук И. И. Влияние межэлектронного рассеяния на эффект Холла в n-Ge и n-Si // *ФТП*. – 1975. – Т. 9. – № 4. – С. 801–803.

58. Томчук П. М., Чумак О. О. Нерівноважні флуктуації в газі з парними зіткненнями // *Доп. АН УРСР, сер. А*. – 1975. – № 10. – С. 930–934.

59. Томчук П. М., Борзяк П. Г. Електронні процеси в диспергованих металевих плівках // *Вісник АН УРСР*. – 1975. – № 5. – С. 5–15.

60. Томчук П. М., Шендеровский В. А., Горлей П. Н. Гальваномагнитные явления в анизотропных полупроводниках типа p-Te. А. Случай сильных магнитных полей // *Препринт ИФ АН УССР*. – К., 1975. – № 14.

61. Томчук П. М., Пинчук И. И. Применение вариационного метода в теории электрон-фононного увлечения в полупроводниках и металлах // *Препринт ИФ АН УССР*. – К., 1975.

62. Томчук П. М., Шендеровский В. А., Горлей П. Н., Гавалешко Н. П., Солончук Л. С. Теория гальваномагнитных свойств анизотропных полупроводников типа p-Te // *Препринт ИФ АН УССР*. – К., 1975.

1976

63. Томчук П. М., Шендеровский В. А. Функция распределения и подвижность горячих носителей в халькогенидах свинца // *Укр. физ. журнал*. – 1976. – Т. 21. – № 1. – С. 18–27.

64. Томчук П. М., Борзяк П. Г., Кулюпин Ю. А., Непийко С. А. Влияние разогрева электронов на процессы в островковых пленках // *Изв. АН СССР, сер. физич.* – 1976. – Т. 40. – № 12. – С. 2609–2615.

65. Томчук П. М., Борзяк П., Г. и др. Оптическое излучение пленок и поликристаллов благородных металлов, бомбардируемых электронами // *Изв. АН СССР, сер. физич.* – 1976. – Т. 40. – № 8. – С. 1621–1626.

66. Томчук П. М., Чумак А. А., Щедрин А. И. Влияние магнитного поля на амбиполярный дрейфовый шум в полупроводниках // *ФТП*. – 1976. – Т. 10. – № 4. – С. 716–719.

67. Томчук П. М., Тарасенко А. А., Чумак А. А. Флуктуации в анизотропных полупроводниках, связанные с дрейфом носителей // *ФТП*. – 1976. – Т. 10. – № 8. – С. 1520–1524.

68. Дыкман И. М., Томчук П. М. Собственные колебания неравновесной плазмы в пространственно периодических полупроводниках // ФТП. – 1976. – Т. 10. – № 8. – С. 1551–1554.

69. Dykman I. M., Tomchuk P. M. Transport Phenomena and Eigenoscillations of Hot Electrons in Semiconductors with Periodic Structure // Phys. Stat. Sol. (b). – 1976. – Vol. 76. – № 1. – P. 385–394.

1977

70. Томчук П. М., Рожков С. С. Флуктуации тока в полупроводниках в квантующем электрическом поле // ЖЭТФ. – 1977. – Т. 72. – № 1. – С. 248–256.

71. Томчук П. М., Лев Б. И. Вихревые токи в жидких кристаллах // Укр. физ. журнал. – 1977. – Т. 22. – № 3. – С. 420–424.

72. Томчук П. М., Лев Б. И. О взаимосвязи феноменологического и микроскопического подходов в теории жидких кристаллов // Теор. и мат. физика. – 1977. – Т. 32. – № 1. – С. 101–113.

73. Ненакаливаемые катоды / Под ред. проф. М. И. Елинсона. – М.: Сов. радио, 1977.

1978

74. Томчук П. М., Тарасенко А. А., Чумак А. А. и др. Неустойчивость решетки адиатомов и флуктуации автоэмиссионного тока // Физика твёрдого тела. – 1978. – Т. 20. – № 4. – С. 1213–1217.

75. Томчук П. М., Пинчук И. И. Продольный изотермический эффект Нернста-Эттинсгаузена в квантующем магнитном поле // ФТП. – 1978. – Т. 12. – № 9. – С. 1698–1703.

76. Томчук П. М., Тарасенко А. А., Чумак А. А. Флуктуации напряжения в анизотропных полупроводниках, связанных с дрейфом носителей // ФТП. – 1978. – Т. 12. – № 9. – С. 1777–1781.

77. Дыкман И. М., Томчук П. М. Влияние греющего поля на отражение электромагнитных волн от поверхности пространственно неоднородных полупроводников // Физика и техника полупроводников. – 1978. – Т. 12. – № 3. – С. 592–594.

78. Дыкман И. М., Томчук П. М. Электромагнитные волны в неоднородных полупроводниках с неравновесными носителями // Phys. Stat. Sol. (b). – 1978. – Vol. 88. – № 2. – P. 773–781.

79. Томчук П. М. Излучение света в диспергированных металлических плёнках под действием тока // Препринт ИФ АН УССР. – К., 1978. – № 1.

80. Томчук П. М., Пинчук И. И. Гальваномагнитные явления в квантующих магнитных полях // Препринт ИФ АН УССР. – К., 1978. – № 7.

81. Томчук П. М., Шендеровский В. А. Термомагнитные явления в квантующих магнитных полях // Препринт ИФ АН УССР. – К., 1978.

1979

82. Дыкман И. М., Томчук П. М. Излучение света диспергированными металлическими пленками под действием тока // Укр. физ. журнал. – 1979. – Т. 24. – № 2. – С. 182–193.

83. Баранский П. И., Беляев А. Е., Городничий О. П., Сытилина Н. Г., Томчук П. М. О механизмах рассеяния в фосфиде галлия // ФТП. – 1979. – Т. 13. – № 3. – С. 488–493.

84. Антонец С. И., Томчук П. М. Зарядовое упорядочение в кристаллах // Препринт ИФ АН УССР. – К., 1979. – № 6.

85. Томчук П. М., Шендеровский В. А. Эффект Холла и магнетосопротивление в халькогенидах свинца // Препринт ИФ АН УССР. – 1979. – № 18.

1980

86. Томчук П. М., Пинчук И. И. Терромагнитные явления в невырожденных полупроводниках в квантующем магнитном поле, ортогональном градиенту температур // Укр. физ. журнал. – 1980. – Т. 25. – № 3. – С. 353–360.

87. Томчук П. М., Белоцкий Е. Д. Эффективная масса иона в жидком кристалле // Письма в ЖЭТФ. – 1980. – Т. 31. – № 10. – С. 573–576.

88. Томчук П. М., Шендеровский В. А. Влияние греющего электрического поля на магнетосопротивление и эффект Холла в халькогенидах свинца // ФТП. – 1980. – Т. 14. – № 7. – С. 1449.

1981

89. Коновалов И. А., Пилипчак К. Н., Томчук П. М. Свечение островковых пленок серебра при прохождении через них электрического тока // Оптика и спектроскопия. – 1981. – Т. 50. – № 4. – С. 634–636.

90. Белоцкий Е. Д., Лев Б. И., Томчук П. М. Экранировка заряда в жидких кристаллах // Укр. физ. журнал. – 1981. – Т. 26. – № 1. – С. 158–160.

91. Белоцкий Е. Д., Лев Б. И., Томчук П. М. Эффективная масса и подвижность ионов в нематическом жидком кристалле // Укр. физ. журнал. – 1981. – Т. 26. – № 4. – С. 625–630.

92. Гавалешко Н. П., Горлей П. И., Тарасюк И. И., Томчук П. М., Шендеровский В. А. Влияние а-краевой дислокации на гальваномагнитные явления теллура // Укр. физ. журнал. – 1981. – Т. 26. – № 12. – С. 2018–2023.

93. Томчук П. М., Сытилина Н. Г., Мовчан Е. А., Мартынченко В. И. Горячие электроны в многодолинных полупроводниках в квантующих магнитных полях // Физика и техника полупроводников. – 1981. – Т. 15. – № 8. – С. 1568–1574.

94. Демиденко З. А., Томчук П. М. Теория поглощения света свободными носителями в одноосно деформированных полупроводниках // Физика и техника полупроводников. – 1981. – Т. 15. – № 8. – С. 1589–1595.

95. Дыкман И. М., Томчук П. М. Явления переноса и флуктуации в полупроводниках. – К.: Наукова думка, 1981.

96. Томчук П. М., Бондар В. М. и др. Проводимость р-Те в сильных электрических полях в интервале температур 4,2–77 °К // Препринт ИФ АН УССР. – К., 1981. – № 5.

97. Томчук П. М., Скрипник Ф. В. и др. Магнитооптическое поглощение в гибридной модели // Препринт ИФ АН УССР. – К., 1981. – № 9.

1982

98. Мартынченко В. И., Мовчан Е. А., Томчук П. М., Чумак А. А. S-образная вольт-амперная характеристика в скрещенных греющем электрическом и квантующем магнитных полях // Физика и техника полупроводников. – 1982. – Т. 16. – № 4. – С. 607–611.

99. Дыкман И. М., Томчук П. М. Влияние постоянного поля на параметры сверхрешетки, образованной в полупроводнике стоячей волной // Физика твёрдого тела. – Т. 24. – № 11. – С. 3255–3262.

100. Дыкман И. М., Томчук П. М. Кинетическое уравнение и параметры сверхрешетки, образованной стоячей лазерной волной в полупроводнике с нагретыми носителями // Укр. физ. журнал. – 1982. – Т. 27. – № 10. – С. 1023–1032.

101. Беляев А. Е., Городничий О. П., Демиденко З. А., Томчук П. М. Влияние междолинного рассеяния на спектры поглощения света свободными носителями в одноосно деформированных многодолинных полупроводниках // Укр. физ. журнал. – 1982. – Т. 27. – № 5. – С. 666–672.

102. Беляев А. Е., Городничий О. П., Пидлисний В. В., Демиденко З. А., Томчук П. М. Free carrier absorption in uniaxially stressed n-Si // Sol. Stat. Com. – 1982. – Vol. 42. – № 6. – P. 442–446.

103. Морозовский А. Е., Томчук П. М. и др. Эффективные кинетические коэффициенты макроскопически неоднородных сред // Препринт ИФ АН УССР. – К., 1982. – № 23.

1983

104. Томчук П. М., Шендеровский В. А., Горлей П. И., Гавалешко Н. П. Hall coefficient and magnetoresistance of semiconductors with anisotropic energy dispersion // Phys. Stat. Sol. (b). – 1983. – Vol. 118. – № 1. – P. 433–439.

105. Томчук П. М., Красноголовец В. В., Проценко Н. А. Протонная проводимость цепочки водородных связей в сильном электрическом поле // Укр. физ. журнал. – 1983. – Т. 28. – № 5. – С. 766–774.

106. Томчук П. М., Красноголовец В. В., Проценко Н. А. Квантовомеханическое описание протонного транспорта в биомембранах // Препринт ИФ АН УССР. – К., 1983. – № 9.

107. Белоцкий Е. Д., Мигранов Н. Г., Томчук П. М. Нелинейные процессы в НЖК в электрических полях // Препринт ИФ АН УССР. – К., 1983. – № 7.

1984

108. Лев Б. И., Томчук П. М. Spatially nonuniform matter Proc. 2nd Intern. near and Turbulence in Physics. – New-York: Gordon & Breach, 1984.

109. Томчук П. М., Красноголовец В. В. On the proton conductivity mechanism in systems containing hydrogen-bonded chains // Phys. Stat. Sol. (b). – 1984. – Vol. 123. – № 1. – P. 365–376.

110. Томчук П. М., Красноголовец В. В., Проценко Н. А. К механизму функционирования протонпроводящих каналов в биомембранах // Биологические мембраны. – 1984. – Т. 1. – № 11.

111. Дыкман И. М., Томчук П. М. Влияние когерентных световых пучков на свободные носители в полупроводниках // Физика твёрдого тела. – 1984. – Т. 26. – № 9. – С. 2729–2733.

112. Томчук П. М., Красноголовец В. В. Влияние кулоновских корреляций на протонную проводимость // Препринт ИФ АН УССР. – К., 1984. – № 29.

113. Булат Л. П., Демчишин Е. И., Снарский А. А., Томчук П. М. Нелинейные эффективные кинетические коэффициенты гетерогенных сред // Препринт ИФ АН УССР. – К., 1984. – № 32.

1985

114. Томчук П. М., Чумак А. А. Нелинейное распространение инфракрасного излучения в многодолинных полупроводниках // ФТП. – 1985. – Т. 19. – № 1. – С. 77–82.

115. Дыкман И. М., Томчук П. М. Сверхрешетка на нагретых носителях, образованная в полупроводнике когерентными световыми пучками // Укр. физ. журнал. – 1985. – Т. 30. – № 1. – С. 40–48.

116. Беляев А. Е., Городничий О. П., Демиденко З. А., Томчук П. М. Особенности поглощения света свободными носителями в n-GaP // Укр. физ. журнал. – 1985. – Т. 30. – № 1. – С. 120–127.

117. Томчук П. М., Красноголовец В. В., Проценко Н. А. Quantum-mechanical descriptions of proton transfer in biosystems containing hydrogen-bonded chains // ВВА. – 1985. – Vol. 807. – P. 272.

118. Томчук П. М., Красноголовец В. В. The coulomb correlations and the electric field local heterogeneities on the proton conductivity of hydrogen bonded chain chains // Physica Status Solidi (b). – 1985. – Vol. 130. – № 2. – P. 807–817.

119. Белоцкий Е. Д., Томчук П. М. Несоизмеримые и геликоидальные структуры в нематических жидких кристаллах в электрических полях // ЖЭТФ. – 1985. – Т. 88. – № 5. – С. 1634–1640.

120. Томчук П. М., Красноголовец В. В. The anharmonicity influence on the proton conductivity of an hydrogen-bonded chain // Phys. Stat. Sol. (b). – 1985. – Vol. 131. – № 2. – P. 177–179.

121. Гурьев В. С., Красноголовец В. В., Проценко Н. А., Томчук П. М. Переброс протона в бактериодопсине // Препринт ИФ АН УССР. – К., 1985. – № 20.

122. Красноголовец В. В., Проценко Н. А., Томчук П. М. Инжекция протона в бактериодопсин // Препринт ИФ АН УССР. – К., 1985. – № 24.

123. Красноголовец В. В., Проценко Н. А., Томчук П. М. Ретинальный цикл бактериодопсина // Препринт ИФ АН УССР. – К., 1985. – № 25.

124. Демиденко З. А., Томчук П. М., Беляев А. Е., Городничий О. П. Исследование анизотропии поглощения света свободными носителями в полупроводниках // Препринт ИФ АН УССР. – К., 1985.

1986

125. Левшин А. Е., Семчук А. Ю., Томчук П. М. Сверхрешетки, образованные когерентными световыми пучками в ферромагнитных полупроводниках // Физика твёрдого тела. – 1986. – Т. 28. – № 2. – С. 412–418.

126. Тарасенко А. А., Томчук П. М., Чумак А. А. Неравновесные флуктуации температуры и концентрации носителей в бесщелевых полупроводниках // ФТП. – 1986. – Т. 20. – № 6. – С. 1064–1069.

127. Левшин А. Е., Винецкий В. Л., Томчук П. М., Чумак А. А. Theory of dynamic transformation of light beams by conduction electrons in semiconductors // IEEE. – 1986. – № 8.

128. Алексеенко Б. В., Томчук П. М., Федорович Р. Д. Исследование отрицательного дифференциального сопротивления в диспергированных пленках золота // Изв. АН СССР, сер. физич. – 1986. – Т. 50. – № 8. – С. 1601–1604.

129. Красноголовец В. В., Томчук П. М. The influence of external effects on the proton conductivity of an hydrogen-bonded chain // Phys. Stat. Sol. (b). – 1986. – Vol. 138. – № 2. – P. 727–733.

130. Левшин А. Е., Томчук П. М. Свободные носители в полях когерентных световых пучков // Укр. физ. журнал. – 1986. – Т. 31. – № 7.

131. Дыкман И. М., Томчук П. М. Дифракция света в полупроводнике со сверхрешеткой, образованной нагретыми носителями // Укр. физ. журнал. – 1986. – Т. 31. – № 6. – С. 841–848.

132. Бендитский А. А., Видута Л. В., Кулюпин Ю. А., Острица А. П., Томчук П. М., Федорович Р. Д., Яковлев В. А. Взаимодействие лазерного излучения с островковыми металлическими пленками золота // Изв. АН СССР, сер. физич. – 1986. – Т. 50. – № 8. – С. 1634–1637.

1987

133. Томчук П. М. Горячие электроны в островковой металлической плёнке // Препринт ИФ АН УССР. – К., 1987. – № 22.

134. Снарский А. А., Томчук П. М. О поведении кинетических коэффициентов вблизи порога протекания // Препринт ИФ АН УССР. – К., 1987. – № 17.

135. Булат Л. П., Томчук П. М. Решение кинетического уравнения при резкой неоднородности // Препринт ИФ АН УССР. – К., 1987.

136. Алексеенко Б. В., Томчук П. М., Федорович Р. Д. The effects of adsorption in development of the VCNR in island metal films // Material Science. – 1987. – Vol. 13. – № 3–4.

137. Снарский А. А., Томчук П. М. Кинетические явления в макроскопически неоднородных анизотропных средах // Укр. физ. журнал. – 1987. – Т. 32. – № 1. – С. 66–92.

138. Дыкман И. М., Томчук П. М. Сверхрешетка в многодолинном полупроводнике, образованная когерентными пучками световых волн // ФТП. – 1987. – Т. 21. – № 9. – С. 1612–1618.

1988

139. Алексеенко Б. В., Томчук П. М., Федорович Р. Д. Роль тепловых процессов в явлении отрицательного дифференциального сопротивления островковых металлических пленок // Поверхность. – 1988. – № 10. – С. 42–47.

140. Бендитский А. А., Видута Л. В., Конов В. И., Пименов С. М., Прохоров А. М., Томчук П. М., Федорович Р. Д. и др. Исследования действия лазерного ИК-излучения с островковыми металлическими пленками в растровом электронном микроскопе // Поверхность. – № 10. – 1988. – С. 48–55.

141. Белоцкий Е. Д., Мигранов Н. Г., Томчук П. М. Formation of two-dimensional incommensurate in the systems of Willians // Liquid Crystals. – 1988. – Vol. 3. – № 10. – P. 1327–1338.

142. Красноголовец В. В., Проценко Н. А., Гурьев В. С., Томчук П. М. The mechanism of bacteriorhodopsin functioning. I. The light-induced proton throwover by retinal // Int. J. Quant. Chem. – 1988. – Vol. 33. – P. 327–347.

143. Красноголовец В. В., Проценко Н. А., Томчук П. М. The mechanism of bacteriorhodopsin functioning. II. Ejection and injection of proton // Int. J. Quant. Chem. – 1988. – Vol. 33. – P. 349–367.

144. Томчук П. М. Электронная эмиссия из островковых металлических плёнок под действием лазерного инфракрасного излучения (теория) // Изв. АН СССР, сер. физич. – 1988. – Т. 52. – № 7. – С. 1434–1440.

145. Шендеровский В. А., Томчук П. М., Горлей П. Н., Гавалешко Н. П., Тарасюк И. И. The effect of structural imperfections on macroscopic properties of tellurium-type anisotropic semiconductors // Phys. Stat. Sol. (b). – 1988. – Vol. 146. – № 2. – P. 671.

146. Витриховский Н. И., Лев Б. И., Томчук П. М. Образование пор в игольчатых кристаллах A_2B_6 // Укр. физ. журнал. – 1988. – Т. 33. – № 11. – С. 1713–1717.

147. Витриховский Н. И., Лев Б. И., Томчук П. М. Образование полых игольчатых кристаллов // Доклады АН УССР. – 1988. – Т. 17. – № 10.

148. Белоцкий Е. Д., Лев Б. И., Томчук П. М. Стимулированное микрофлуктуациями температуры фотопревращение молекул жидкого кристалла // Укр. физ. журнал. – 1988. – Т. 33. – № 8. – С. 1175–1177.

149. Дыкман И. М., Томчук П. М. Электромагнитные волны в сверхрешётке многодолинного полупроводника, образованной когерентными волнами // ФТП. – 1988. – Т. 22. – № 4. – С. 768–772.

150. Белоцкий Е. Д., Мигранов Н. Г., Томчук П. М. Построение обобщённых термодинамических потенциалов методом алгебр Ли // Препринт ИФ АН УССР. – К., 1988.

151. Красноголовец В. В., Проценко Н. А., Томчук П. М. Роль боковых радикалов Asp в функционировании бактериородопсина // Препринт ИФ АН УССР. – К., 1988.

1989

152. Томчук П. М. Горячие электроны в островковых металлических плёнках // Поверхность. – 1989. – № 5. – С. 49–54.

153. Белоцкий Е. Д., Томчук П. М. Аномалия электрон-граткового энергообмена в малых металлических частичках // Укр. физ. журнал. – 1989. – Т. 34. – № 7. – С. 1050–1052.

154. Лев Б. И., Томчук П. М., Торчинская Т. В., Шейкман М. К. Кинетика инжекционно-стимулированного преобразования дефектов в светоизлучающих GaAs:Si-структурах // ФТП. – 1989. – Т. 23. – № 9. – С. 1529–1538.

155. Кобзар Ю. М., Пилипчак К. Н., Томчук П. М. Полевое свечение в островковых металлических плёнках // Физика твёрдого тела. – 1989. – Т. 31. – № 9. – С. 148–152.

156. Белоцкий Е. Д., Томчук П. М. Построение обобщённых термодинамических потенциалов методами алгебр Ли // ТМФ. – 1989. – Т. 81. – № 2. – С. 239–246.

157. Григорьев Н. Г., Кудыкина Т. А., Томчук П. М. Термодиффузионное растекание включений и эффект накопления в разрушении // Квантовая электроника. – К., 1989. – № 37. – С. 84–91.

158. Томчук П. М., Сытилина Н. Г. Сверхрешётки на горячих электронах в многодолинных полупроводниках // Препринт ИФ АН УССР. – К., 1989. – № 13.

159. Горлей П. Н., Загородняя Т. А., Скичко А. И., Томчук П. М., Шендеровский В. А. Теория гальваномагнитных явлений в кристаллах низкой симметрии // Препринт ИФ АН УССР. – К., 1989.

1990

160. Белоцкий Е. Д., Лев Б. И., Толмачев А. В., Ильчишин И. В., Томчук П. М., Шпак М. Т. Эффекты несоизмеримости в нематическом жидком кристалле с индуцированной гиротропией // Письма в ЖЭТФ. – 1990. – Т. 51. – № 1.

161. Горлей П. Н., Томчук П. М., Шендеровский В. А. Своеобразие кинетических эффектов в теллуре // Доклады АН УССР. – 1990. – № 10. – С. 59–62.

162. Белоцкий Е. Д., Бывалькевич М. А., Гриценко Н. И., Лев Б. И., Рогоза А. В., Томчук П. М. Подвижность носителей заряда в нематических жидких кристаллах // Физика твёрдого тела. – 1990. – Т. 32. – № 4. – С. 961–964.

163. Белоцкий Е. Д., Ильчишин И. В., Лев Б. И., Толмачев А. В., Томчук П. М., Шпак М. Т. Эффект несоизмеримости в нематическом жидком кристалле с индуцированной гиротропией Письма в ЖЭТФ. – 1990. – Т. 51. – № 4. – С. 216–218.

164. Grigorjev N. N., Kudykina T. A., Tomchuk P. M. Laser-induced destruction of solids due to photoexcited carriers recombination // SPIE. – 1990. – № 1440. – P. 105–111.

165. Belotskii E. D., Tomchuk P. M. Electron-phonon interaction and hot electrons in small metal islands // Surface Science. – 1990. – Vol. 239. – P. 143–155.

166. Fedorovich R. D., Naumovets A. G., Ostranitsa A. P., Tomchuk P. M. Electron emission from chain-like island structures // Int. J. Electronics. – 1990. – Vol. 69. – № 1. – P. 179–183.

167. Belotskii E. D., Tomchuk P. M. Hot electrons in island metallic films // Int. J. Electronics. – 1990. – Vol. 69. – № 1. – P. 173–178.

168. Belotskii E. D., Tomchuk P. M. Electron-lattice exchange in metal island films // Int. J. Electronics. – 1990. – Vol. 69. – № 1. – P. 169–171.

169. Лев Б. И., Овчаренко А. И., Толмачёв А. В., Томчук П. М., Чесноков Е. Д. Эффективная молекулярная динамика в индуцированных холестериках // Укр. физ. журнал. – 1990. – Т. 35. – № 8. – С. 1197–1198.

170. Белоцкий Е. Д., Лев Б. И., Томчук П. М. Теорія взаємоперетворення структур нематика в постійному електричному полі // Укр. фіз. журнал. – 1990. – Т. 35. – № 8. – С. 1213–1217.

171. Горлей П. Н., Скичко А. И., Томчук П. М., Шендеровский В. А. Теория термоманнитных явлений в кристаллах низкой симметрии // Препринт ИФ АН УССР. – К., 1990. – № 19.

1991

172. Белоцкий Е. Д., Томчук П. М. Поверхневий електрон-фононний енергообмін в малих металевих частинках // Укр. фіз. журнал. – 1991. – Т. 36. – № 6. – С. 864–867.

173. Белоцкий Е. Д., Лев Б. И., Томчук П. М. Неспівмірність в індукованих холестеричних рідких кристаллах // Укр. фіз. журнал. – 1991. – Т. 36. – № 2. – С. 234–238.

174. Белоцкий Е. Д., Лев Б. И., Толмачев А. В., Томчук П. М., Федоренко А. Ф. Деформация оси спиральной структуры, индуцированной в НЖК хиральной добавкой // Укр. физ. журнал. – 1991. – Т. 36. – № 3. – С. 391–396.

175. Belotskii E. D., Lev B. I., Tomchuk P. M. A probable mechanism of quantum yield enhancement for the photostimulated conformation transition in the molecules of liquid crystals // Mol. Cryst. and Liq. Cryst. – 1991. – Vol. 195. – P. 27–30.

176. Belotskii E. D., Lev B. I., Tomchuk P. M. Effect of incommensurability in nematic liquid crystals with induced gyrotropy // Mol. Cryst. and Liq. Cryst. – 1991. – Vol. 209. – P. 179–182.

177. Gorban S. A., Nepijko S. A., Tomchuk P. M. Electron-phonon interaction in small metal island deposited on an insulating substrate films // Int. J. Electronics. – 1991. – Vol. 70. – P. 485–490.

178. Белоцкий Е. Д., Ильчишин И. В., Лев Б. И., Томчук П. М., Шпак М. Т. Исследование оптических свойств жидких кристаллов с индуцированной гиротропией методом лазерной спектроскопии // Укр. физ. журнал. – 1991. – Т. 36. – № 2. – С. 239–244.
179. Бондар В. М., Кузнецов А. В., Томчук П. М. Деякі характеристики субміліметрового спонтанного випромінювання монокристалів в р-Ge і р-Si в сильному електричному полі при $T = 4,2\text{ }^{\circ}\text{K}$ // Укр. фіз. журнал. – 1991. – Т. 36. – № 4. – С. 517–519.
180. Бондар В. М., Кузнецов А. В., Томчук П. М., Ханенко О. С. Влияние внутризонных и межзонных переходов на поляризацию люминесценции в субмиллиметровом диапазоне (письмо в редакцию) // Укр. физ. журнал. – 1991. – Т. 36. – № 6. – С. 824–826.
181. Красноголовец В. В., Томчук П. М. К теории феномена воднозависимого включения тока в непрерывных металлических пленках // Укр. физ. журнал. – 1991. – Т. 36. – № 9. – С. 1342–1349.

1992

182. Левшин А. Е., Томчук П. М. Влияние межзонных переходов на процесс образования сверхрешёток в ферромагнитных полупроводниках когерентными световыми пучками // Укр. физ. журнал. – 1992. – Т. 37. – № 4. – С. 533–541.
183. Сытилина Н. Г., Томчук П. М. Модулированные структуры в многодолинных полупроводниках // Укр. физ. журнал. – 1992. – Т. 37. – № 9. – С. 1377–1386.
184. Ситиліна Н. Г., Томчук П. М. Поглинання світла вільними носіями з тензорною ефективною масою в напівпровідниках з гранично коротким полем домішок // Укр. физ. журнал. – 1992. – Т. 37. – № 9. – С. 1330–1333.
185. Белоцкий Е. Д., Лукьянец С. П., Томчук П. М. Теория горячих электронов в островковых металлических плёнках // ЖЭТФ. – 1992. – Т. 101. – № 1. – С. 163–175.
186. Белоцький Є. Д., Томчук П. М. Теорія високочастотних дисипативних структур у нематичних кристалах // Укр. фіз. журнал. – 1992. – Т. 37. – № 6. – С. 860–869.
187. Тарасенко А. А., Томчук П. М., Чумак А. А. Флуктуации в объеме и на поверхности твердых тел. – К.: Наукова думка, 1992. – 251 с.
188. Tomchuk P. M. Electron-phonon exchange and local fields in island metallic film // Int. J. Electronics. – 1992. – Vol. 73. – № 5. – P. 942–953.
189. Belotskii E. D., Tomchuk P. M. Surface electron-phonon energy exchange in small metallic particles // Int. J. Electronics. – 1992. – Vol. 73. – № 5. – P. 955–957.
190. Belotskii E. D., Tomchuk P. M. Local field in small metallic particles // Int. J. Electronics. – 1992. – Vol. 73. – № 5. – P. 915–917.
191. Grigorjev N. N., Kudykina T. A., Tomchuk P. M. Laser-induced degradation of transparent solids // J. of Physics D. Applied Physics. – 1992. – Vol. 25. – P. 276–283.
192. Belotskii E. D., Lev B. I., Tomchuk P. M. Effective mass of a charge carrier in nematic liquid crystals // Mol. Cryst. and Liq. Cryst. – 1992. – Vol. 213. – P. 99–103.

1993

193. Томчук П. М. Оптикоакустичний ефект в системах: острівкова металева плівка на діелектрику, металеві вкраплення в діелектрику // Укр. фіз. журнал. – 1993. – Т. 38. – № 8. – С. 1174–1184.
194. Fedorovich R. D., Naumovets A. G., Tomchuk P. M. Electronic properties of island thin films caused by surface scattering of electrons // Prog. Surf. Sci. – 1993. – Vol. 42. – P. 189–200.

1994

195. Tomchuk P. M. Peculiarities of optical emission and absorbtion in island metal films // *Int. J. Electronics*. – 1994. – Vol. 76. – № 5. – P. 903–907.

196. Fedorovich R. D., Kiyaev O. E., Naumovets A. G., Pilipchak K. N., Tomchuk P. M. Electronic size effects in small metal particles and emission phenomena in island metal films // *Phys. Low-Dim. Struct.* – 1994. – Vol. 1. – P. 83–92.

1995

197. Tomchuk P. M. Light absorption by island metal films in the infrared range // *Surface Science*. – 1995. – Vol. 130. – P. 350–366.

198. Блонский И. В., Бродин М. С., Тхорик В. А., Филин А. Г., Пирятинский Ю. П., Тельбиз М., Томчук П. М. Фотогенерация звука в системе термоизолированных микрокристаллов в цеолите // *ЖЭТФ*. – 1995. – Т. 107. – № 5. – С. 1689–1697.

199. Blonskij I. V., Tkoryk V. A., Piryatinski Ju. P., Filin A. G., Tomchuk P. M. Anomalies of photo- accusticresponse in CdS zeolite system // *Proceedings of the SPIE*. – 1995. – Vol. 2648. – P. 366–369.

200. Tomchuk P. M., Krasnogolovets V. V., Taranenko V. B., Protsenko M. A. Molecular mechanism of light-induced proton transport in bacteriorhodopsin // *J. Molecular Struct.* – 1995. – Vol. 355. – P. 219–228.

201. Fedorovich R. D., Kiyaev O. E., Tomchuk P. M. Electrical conductivity and light emission in a system of metal nanoparticles and organic molecules // *Proceedings of the SPIE*. – 1995. – Vol. 2780. – P. 285–289.

202. Лев Б. И., Сергиенко В. Н., Томчук П. М., Фролова Е. К. Неустойчивость нематика в бигармоническом электрическом поле // *Письма в ЖЭТФ*. – 1995. – Т. 62, в. 2. – С. 129–134.

203. Tomchuk P. M., Lev B. I., Sergienko B. H., Frolova E. K. Nematic liquid in a biharmonic field // *Proceedings of the SPIE*. – 1995. – Vol. 2795. – P. 126–137.

1996

204. Migranov N. G., Tomchuk P. M. Group classification of the motion equation of slow amplitude in nematic // *Укр. физ. журнал*. – 1996. – Т. 41. – № 1. – С. 51–55.

205. Fedorovich R. D., Naumovets A. G., Tomchuk P. M. Anomalous properties of small metal particles and of their ensembles // *Condensed Matter Physics*. – 1996. – № 7. – P. 5–14.

206. Fedorovich R. D., Naumovets A. G., Tomchuk P. M. Electron emission and electroluminescence from nanodispersed thin films // 9th International Vacuum Microelectronics Conference: St. Petersburg, 1996. – P. 179–183.

207. Горлей П. Н., Горлей П. П., Томчук П. М. Странный аттрактор в неравновесной системе с двумя сортами носителей // *Письма в ЖЭТФ*. – 1996. – Т. 22, в. 20. – С. 82–86.

1997

208. Tomchuk P. M., Krasnogolovets V. V. Macroscopic quantum tunneling of polarization in the hydrogen bonded chain // *J. Molecular Struct.* – 1997. – Vol. 416. – P. 161–165.

209. Томчук П. М., Томчук Б. П. Оптическое поглощение малых металлических частиц // *ЖЭТФ*. – 1997. – Т. 112. – № 2(8). – С. 661–678.

210. Gorley P. M., Gorley P. P., Tomchuk P. M. Self-organization of nonequilibrium carriers in n-GaAs // XXVI International School on Physics of Semiconducting Compounds. Jaszowiec'97. – Ustron-Jaszowiec, Poland, June 6-13, 1997. – Abstract booklet. – P. 138.

1998

211. Luk'yanets S. P., Tomchuk P. M. Coherent tunnel repolarization of a hydrogen bonded chain // Condensed Matter Phys. – 1998. – № 1(14). – P. 203–211.

212. Горлей П. Н., Горлей П. П., Томчук П. М. Переменяемость состояний неравновесных носителей в n-GaAs // Письма в ЖЭТФ. – 1998. – Т. 24. – № 9. – С. 32–37.

213. Лев Б. И., Сарбей О. Г., Фролова Е. К., Сергиенко В. И., Томчук П. М. Высоочастотная стабилизация нелинейных диссипативных структур в нематических жидких кристаллах // Письма в ЖЭТФ. – 1998. – Т. 68, в. 11. – С. 839–843.

1999

214. Lev B. I., Tomchuk P. M. Integration of foreign macrodroplets in a nematic liquid crystal and induced supermolecular structures // Phys. Rev. E. – 1999. – Vol. 59. – № 1. – P. 591–602.

215. Горлей П. Н., Горлей П. П., Томчук П. М. Трассировка траекторий – новый метод исследования эволюции состояний динамических систем // Письма в ЖЭТФ. – 1999. – Т. 25. – № 1. – С. 17–25.

216. Горлей П. Н., Горлей П. П., Томчук П. М. Еволюція станів нерівноважної системи з двома типами носіїв // Укр. фіз. журнал. – 1999. – Т. 44. – № 3. – С. 357–365.

217. Горлей П. Н., Горлей П. П., Томчук П. М. Динамика перехода порядок – хаос в полупроводниковой системе неравновесных носителей при наличии эффекта Ганна // Неорганические материалы. – 1999. – Т. 35. – № 5.

218. Лев Б. И., Томчук П. М. Надмолекулярні структури в нематику, індуковані макродомішками // Укр. фіз. журнал. – 1999. – № 1–2.

219. Fedorovich R. D., Naumovets A. G., Tomchuk P. M. Electronic phenomena in nanodispersed films // J. Phys. Condense Matter. – 1999. – Vol. 11. – P. 9955–9967.

220. Fedorovich R. D., Naumovets A. G., Tomchuk P. M. Hot electrons in nanoparticles: a model of electron and light emission from island metal films // Physics, Chemistry and application of Nanostructures Editors: Orisenko V. E., Filonov A. B., Gaponenko S. A., Gurin V. S., World Scientific, Singapor, 1999. – P. 145–147.

2000

221. Fedorovich R. D., Naumovets A. G., Tomchuk P. M. Electron and light emission from island metal films and generation of not electrons in nanoparticles // Physics Reports. – 2000. – Vol. 328. – № 2–3. – P. 174–179.

222. Блонський І. В., Єлисеєв Є. А., Томчук П. М. Фотогенерація звуку ансамблем нанокластерів в діелектричній матриці // Укр. фіз. журнал. – 2000. – Т. 45. – № 9. – С. 1110–1120.

223. Данько Д. Б., Кияев О. Э., Томчук П. М. О механизме люминесценции кремниевых наноструктур // Физика твёрдого тела. – 2000. – Т. 42, в. 11. – С. 1964–1968.

224. Лев Б. И., Назаренко В. Г., Нич А. Б., Томчук П. М. Изменение формы и неустойчивость капель нематика во внешнем электрическом поле // Письма ЖЭТФ. – 2000. – Т. 71, в. 4. – С. 377–383.

225. Lukyanets S. P., Tomchuk P. M. Coherent Proton Tunneling in Shorty Hydrogen Bonded Chain // *Phys. Stat. Sol (b)*. – 2000. – Vol. 218. – P. 2941.

2001

226. Lev B. I., Nazarenko B. G., Nych A. B., Tomchuk P. M., Schur D., Yamamoto I. and Yokoyama H. Deformation of liquid crystal droplets under the action of external electric field // *Phys. Rev. E*. – 2001. – Vol. 64, 021706.

227. Lev B. I., Sergienko V. N., Tomchuk P. M., Frolova E. K. Nematic liquid crystals in frequency and amplitude modulated electric field // *Liquid Crystals*. – 2001. – Vol. 28. – № 7. – P. 973–982.

228. Bondar V., Tomchuk P. M., Tulupenko V. Polarization of far-JR radiation from p-type germanium under uniaxial pressure and strong electric field // *Low Temperature Physics*. – 2001. – Vol. 27. – № 7.

229. Fedorovich R. D., Kiyaev O. E., Naumovets A. G., Tomchuk P. M. Electronic processes in Nanocomposite Films // *Physics, Chemistry and Application of Nanostructures*, Minsk, Belarus / Ed.: Borisenko V. E., Gaponenko S. E., Gurin V. S. – 2001. – P. 273–280.

2002

230. Lev B. I., Tomchuk P. M., Chernyshuk S. B., Yokoyama H. Symmetry breaking and interaction of colloidal particles in nematic liquid crystals // *Phys. Rev. E*. – 2002. – Vol. 65, 021709.

231. Абрамов А. А., Бондар В. М., Томчук П. М. Вплив одноосового тиску на механізм і поляризацію спонтанного випромінювання терагерцевого діапазону у р-Ge // *Укр. фіз. журнал*. – 2002. – Т. 47. – № 10. – С. 953–958.

232. Бондар В. М., Сарбей О. Г., Томчук П. М. Поляризационная зависимость спонтанного излучения горячих электронов // *Физика твёрдого тела*. – 2002. – Т. 44. – № 9. – С. 1540–1546.

233. Томчук П. М. Осциляції оптичної провідності і світимості квантових металічних дрітків // *Укр. фіз. журнал*. – 2002. – Т. 47. – № 9. – С. 833–842.

234. Томчук П. М. Кластери та їх ансамблі // *Фізичний збірник НТШ*. – 2002. – Т. 5. – С. 307–321.

2003

235. Томчук П. М. Електрон-гратковий енергообмін в малих металевих частинках // *Укр. фіз. журнал*. – 2003. – Т. 48. – № 2.

236. Куліш В. В., Томчук П. М. Оптична провідність металевих нанооболонки // *Укр. фіз. журнал*. – 2003. – Т. 48. – № 6.

237. Lev B. I., Tomchuk P. M., Aoki K. M., Yokoyama H. Structure formation of colloids in nematic liquid crystals // *Cond. Mat. Phys.* – 2003. – Vol. 6. – № 1. – P. 33.

238. Tomchuk P. M. Electron-Lattice Energy in Small Metal Particles // *Металлофиз. и нов. техн.* – 2003. – Т. 25. – № 10.

239. Krasnolohovets V. V., Yokoyama H., Lukyanets S. P., Tomchuk P. M. Proton Trasfer and Coherent Phenomena in Molecular structures with Hedrogen Bonds // *Advances in Chemical Physics*. – 2003. – Vol. 125. – P. 197.

2004

240. Lev B. I., Yokoyama H., Chernishuk S. B., Tomchuk P. M. Symetry Breaking Elastic Interaction and Structur in Nematic Colloids // *Mol. Cryst. and Liquid Cryst.* – 2004. – Vol. 409. – P. 99–109.

241. Kulish V. V., Tomchuk P. M. Optical Conductivity of Metallic Nanotubes // *Укр. фіз. журнал.* – 2004. – Т. 49. – № 6. – P. 598–606.

242. Kulish V. V., Tomchuk P. M. Optical Conductivity of Metallic Nanoshells // *Жур. фіз. досліджень.* – 2004. – Vol. 8. – № 2. – P. 127–136.

243. Григорчук М. І., Томчук П. М. Низькочастотне поглинання малими металевими частинками еліпсоїдальної форми // *Металлофіз. новейшие технол.* – 2004. – Т. 26. – С. 1583–1590.

244. Tomchuk P. M. Peculiarities of the Light Absorption and by Emission Free Electrons in Multivalley Semiconductors // *Укр. фіз. журнал.* – 2004. – Т. 49. – № 7. – С. 681–690.

245. Fedorovith R. D., Tomchuk P. M., Inosov D. S., Kiyaev O. E., Lukyanets S. P., Marchenko A. A., Bevzenko D. A., Naumovets A. G. Conductivity of island metal films covered with organic molecules // *J. Mol. Struct.* – 2004. – Vol. 708. – P. 66–77.

246. Куліш В. В., Томчук П. М. Оптична провідність тонкої еліптичної нанооболонки // *Металлофіз. новейшие технол.* – 2004. – Т. 26. – № 10. – С. 1289–1307.

247. Куліш В. В., Томчук П. М. Оптичні властивості еліптичних металевих нанооболонок // *Металлофіз. новейшие технол.* – 2004. – Т. 26. – № 12. – С. 1591–1599.

2005

248. Григорчук Н. И., Томчук П. М. Магнитное поглощение электромагнитных волн малой металлической частицей эллипсоидальной формы // *ФНТ.* – 2005. – Т. 31. – № 5. – С. 542–552.

249. Григорчук Н. И., Томчук П. М. Поглинання випромінювання малими металевими частинками еліпсоїдальної форми // *Жур. фіз. досліджень.* – 2005. – Т. 9. – № 2. – С. 135–144.

250. Орап О. Р., Томчук П. М. Світловий тиск на несферичну металічну частинку // *Укр. фіз. журнал.* – 2005. – Т. 50. – № 11. – С. 1226–1229.

2006

251. Grigorchuk N. I., Tomchuk P. M. Shape and size effects on energy absorption by small metallic partielees // *Phys. Rev. B.* – 2006. – Vol. 73, 155423.

252. Лев Б. І., Суцов О. Б., Томчук П. М. Оптична генерація звуку ансамблем періодично розміщених включень у діелектричні матриці // *Укр. фіз. журнал.* – 2006. – Т. 51. – № 9. – С. 882.

253. Григорчук М. І., Томчук П. М. Переріз електричного та магнітного поглинання світла сферичними металевими частинками нанометрових розмірів. Точний кінетичний розв'язок // *Укр. фіз. журнал.* – 2006. – Т. 51. – № 9. – С. 920.

254. Бондар В. М., Левшин О. Е., Томчук П. М. Поляризаційні залежності випромінювання світла вільними електронами в багатодолинних напівпровідниках // *Укр. фіз. журнал.* – 2006. – Т. 51. – № 2. – С. 181.

255. Bilotsky Y., Tomchuk P. M. Size effect in electron-lattice energy exchange in small metals particules // *Surf. Sci.* – 2006. – P. 600.

2007

256. Григорчук Н. И., Томчук П. М. Строения и свойства наноразмерных и мезоскопических материалов // Металлофиз.и новейшие технол. – 2007. – Т. 29. – № 6. – С. 623–629.

257. Григорчук Н. И., Томчук П. М. Электропроводность металлических наночастиц сплюснутой или вытянутой формы // ФНТ. – 2007. – Т. 33. – № 47. – С. 461–472.

258. Григорчук М.І., Томчук П.М. Особливості поглинання ультракоротких лазерних імпульсів асиметричними металевими наночастинками // Укр. фіз. журнал. – 2007. – Т. 52. – № 9. – С. 889–899.

259. Григорчук Н. И., Томчук П. М. Сила давления оптического излучения на сфероидальную наночастицу вблизи плазменного резонанса // ФНТ. – 2007. – Т. 33. – № 10. – С. 1119–1127.

2008

260. Bilotsky Y., Tomchuk P. M. Peculiarity of electron-phonon energy exchange in metal nanoparticles // Surf. Sci. – 2008. – Vol. 602. – P. 383–390.

261. Kulish V. V., Tomchuk P. M. Optical properties of metal nanotubes and metal nanoshells // Surf. Sci. – 2008. – Vol. 602. – P. 1045–1052.

262. Бондар В. М., Томчук П. М. Поляризаційний ефект в випромінюванні і поглинанні світла гарячими електронами в багатодолинних напівпровідниках // Укр. фіз. журнал. – 2008. – Т. 53. – № 7. – С. 668–679.

263. Gloskovsky A., Vadaitsev D.A., Cinchetti M., Tomchuk P. M et all. Electron emission from films of Ag and Au nanopaticles excited by a femtosecond pam probe Laser // Phys. Rev. – 2008. – Vol. 77. – 105427.

264. Григорчук Н. И., Томчук П. М. Теория поглощения двойного ультракороткого лазерного импульса несферическими металлическими частицами малого размера // ФНТ. – 2008. – Т. 34. – № 6.

265. Григорчук М. І., Томчук П. М. Магнітне поглинання ультракоротких лазерних імпульсів металевими наночастинками сфероїдальної форми // Журнал фізичних досліджень. – 2008. – Т. 12. – № 2.

2009

266. Бондар В. М., Томчук П. М. Поляризаційні ефекти в терагерцовому випромінюванні гарячими електронами в багатодолинних напівпровідниках // Журнал фізичних досліджень. – 2009. – Т. 13. – № 2.

267. Grigorichuk N. I., Tomchuk P. M. Theory for absorption of ultra short laser pulses by spheroidal metallic nanoparticles // Phys. Rev. – 2009. – Vol. 80. – № 15. – 155456.

268. Bilotsky Y., Grigorichuk N. I., Tomchuk P. M. Hot electrons and laser optoacoustics in metal nanoparticles // Surface Science. – 2009. – Vol. 603. – P. 3267–3274.

269. Бондар В. М., Гуденко Ю. М., Томчук П. М. Поляризація субміліметрового випромінювання гарячих носіїв в гетероструктурах $GaAs/In_xGa_{1-x}As$ при гелієвих температурах // Укр. фіз. журнал. – 2009. – Т. 54. – № 12. – С. 1170–1182.

2010

270. Bilotsky Y., Grigorchuk N. I., Gasik M., Tomchuk P. M. Thermoacoustic phenomena in metal nanoparticle systems generated by an ultra short laser pulse // *Journal of Physics Conference Series*. – 2010. – Vol. 214. – 012050.

271. Бондар В. М., Томчук П. М. Температурні залежності поляризації терагерцового випромінювання германію n -типу в гріючих електричних полях в області низьких температур // *Укр. фіз. журнал*. – 2010. – Т. 55. – № 6. – С. 723–725.

272. Бондар В. М., Томчук П. М., Шепельський Г. А. Вплив слабого магнітного поля (~ 300 Гс) на інтенсивність терагерцового випромінювання гарячих електронів в n -Ge при гелієвих температурах // *Укр. фіз. журнал*. – 2010. – Т. 55. – № 9. – С. 1023–1028.

273. Григорчук М. І., Томчук П. М. Генерація моменту імпульсу в асиметричній металевій наночастинці під дією ультракороткого лазерного імпульсу // *Журнал фізичних досліджень*. – 2010. – Т. 14. – № 4. – С. 4701-1–4701-9.

2011

274. Бутенко Д. В., Томчук П. М. Нелінійні плазмові дипольні коливання в сферодальних металевих наночастинках // *Укр. фіз. журнал*. – 2011. – Т. 56. – № 10. – С. 1111–1120.

275. Grigorchuk N. I., Tomchuk P. M. Sound generation by spheroidal metallic nano-clusters embedded in transparent matrix under the action of laser pulses // *Eur. Phys. J. B*. – 2011. – Vol. 80. – P. 371–378.

276. Grigorchuk N. I., Tomchuk P. M. Optical and transport properties of spheroidal metal nanoparticles with account for the surface effect // *Phys. Rev.* – 2011. – Vol. 84. – 085448.

2012

277. Томчук П. М. Залежність перерізу розсіювання світла металевими наночастинками від їх форми // *Укр. фіз. журнал*. – 2012. – Т. 57. – № 5. – С. 553–560.

278. Butenko D. V., Tomchuk P. M. The nanoparticle shape's Effect on the light scattering Cross-section // *Surf. Sci.* – 2012. – Vol. 606. – P. 1892–1898.

279. Bondar V. M., Tomchuk P. M., Shepelskii G. F. Effect of weak magnetic field on terahertz radiation of hot electrons in n -Ge // *Phys. Stat. Sol. (b)*. – 2012. – Vol. 10. – № 2. – P. 344–351.

280. Kulich V. V., Tomchuk P. M. One-electron Optical Properties of a Nanorice With a Nonconcentric Core // *Part. Part. Syst. Charact.* – 2012. – Vol. 29. – P. 238–252.

2013

281. Бондар В. М., Солончук Л. С., Томчук П. М. Поляризаційні залежності терагерцового випромінювання гарячими носіями заряду в p -Ge // *Укр. фіз. журнал*. – 2013. – Т. 58. – № 2. – С. 135–141.

ПРО НАУКУ

Навіть, коли наука нічого не дає суспільству, її потрібно зберегти, щоб це суспільство не повернулося до дикунства.

Михайло Лаврентьєв

Наука захоплює нас, коли, зацікавившись життям великих дослідників, ми починаємо стежити за історією їхніх відкриттів.

Джеймс Максвелл

... я не отримую задоволення від формул до тих пір, поки не відчую чисельних значень величин.

Уільям Томсон (лорд Кельвін)

Країни, які хочуть мати майбутнє, повинні вкладати кошти у популяризацію наукових досягнень та їхніх авторів.

Роальд Гофман

Наука має бути найвеличнішим втіленням Вітчизни, тому що з усіх народів сильнішим буде той, хто випередить інших у мисленні та розумовій діяльності.

Луї Пастер

Межі науки схожі на обрій: чим ближче до них підходиш, тим далі вони відсуваються.

П'єр Буаст

Найціннішими скарбами людства є його інтелектуальні і духовні надбання. Прилучитися до цих надбань є найшляхетнішим стремлінням людини.

Олекса Біланюк

Тому, кому вдалося знайти ідею, яка дозволила б проникнути трохи глибше у вічну таїну природи, дарована велика милість.

Альберт Айнштайн

Наука з плином часу втрачає свої досягнення, і знову стихійно до них приходить.

Володимир Вернадський

Метода полягає в розміщенні й упорядкуванні того, на що має бути спрямоване лезо розуму з метою відкриття якоїсь істини.

Рене Декарт

Я кожен раз дивуюсь схожості нашого мислення.

Костянтин Циолковський

Тільки за можливості у найближчому ж майбутньому почати по-справжньому господарювати на нашій планеті і потрібно бачити основне велике значення для неї у завоюванні просторів Сонячної системи.

Юрій Кондратюк

Основним педагогічним принципом має бути навчання рідною мовою.

Степан Сірополько

Якщо якийсь народ сподівається, що можна залишатися неучом і бути вільним..., то він чекає того, чого ніколи не було і ніколи не буде.

Томас Джефферсон

Математика є завершенням цілого людського знання [...], хто поборе математичну символіку і вдумається в глибокі царини математичного світу, той відкриє в ній такий ідеальний світ і таку величаву поезію і стільки естетики і краси, як в ніякій іншій науці.

Володимир Левицький

У наші дні жодна людина не може вважатися освіченою, якщо вона не виявляє зацікавлення природничими науками.

Карл Поппер

Ми ніколи не повинні забувати (історія наук це доводить), що кожен успіх нашого пізнання ставить більше проблем, ніж вирішує, і що в цій галузі кожна нова відкрита земля дозволяє припускати про існування ще невідомих нам безмежних континентів.

Луї де Бройль

Ми хочемо, щоб наша прекрасна наука знову служила виключно для добра людей і не використовувалася для зла заради цілей політики, що вже своє віджила.

Макс Борн

Фізика – наука не лише про реальність, але і наука про втілення мрії у реальність.

Ігор Курчатov

Історія науки не може обмежуватися вивченням розвитку ідей – в однаковій мірі вона повинна торкатися живих людей з їхніми особливостями, талантами, залежністю від соціальних умов, країни та епохи.

Сергій Вавілов

Науковець не вільний від особистої відповідальності за те, як будуть використані його відкриття.

Ервін Чаргафф

Наука не має Батьківщини, але не буває без Батьківщини вченого, і те значення, що його праці можуть мати у світі, він повинен віддавати своїй Батьківщині.

Луї Пастер

Про банкрутство науки найчастіше говорять ті, хто не вклав у цю справу ні копійки.

Фелікс Хвалібург

Наука не дає відповіді на всі запитання, але допомагає досягнути безглуздість багатьох із них.

Віктор Ягодинський

Наука – найкращий засіб задовольняти власну допитливість за державний кошт.

Лев Арцимович

Наука – непогрішима, але вчені часто помиляються.

Анатоль Франс

Коли науці бракує аргументів, вона розширює свій словник.

Жак Деваль

Наука – творчість, а творчість дарує щастя самим творцям і тим, хто цю творчість сприймає.

Дмитро Лихачов

Те, що ми знаємо, має межу; а те, чого ми не знаємо – безмежне.

П'єр Лаплас

Наука не дає пояснення, як формуються видатні люди. Це таємниця їхнього внутрішнього розвитку.

Дмитро Лихачов

Наука будується із фактів, як дім із цегли; однак нагромадження фактів – це ще не наука, так само як купа цегли – ще не дім.

Анрі Пуанкаре

...Наука, між іншим будується з ідей, а не з фактів.

Микола Бунге

У серце увійде лише те, що йде від серця.

Жан-Жак Руссо

Посада вчителя набагато вагоміша за найвищу посаду в державі.

Платон

Учитель творить людину.

Василь Сухомлинський

Гарні вчителі породжують гарних учнів.

Михайло Остроградський

При вивченні наук приклади корисніші ніж правила.

Ісаак Ньютон

Серед усіх потреб нашого національного життя потреба рідної школи найголовніша, бо народ, який не має своєї школи, може бути лише пасербом чужих народів, а ніколи не виб'ється на самостійну дорогу існування.

Михайло Грушевський

Якщо ви хочете навчитись плавати, то сміливо ступайте у воду, а якщо хочете навчитись розв'язувати задачі, то розв'яжуйте їх!

Дьордь Поля

Згадуйте предків своїх, щоб історія перед вами не згасла, і золотої нитки не губить.

Ольга Кобилянська

Наука має бути найвеличнішим втіленням Вітчизни, тому що з усіх народів сильнішим буде той, хто випередить інших у мисленні та розумовій діяльності.

Луї Пастер

Найбільша втрата – втрата часу.

Григорій Сковорода

Математична істина залишиться навіки, а метафізичні привиди минають, як марення хворих...

Вольтер

Ніщо так не заразливо, як хибні погляди, що їх підтримує гучне ім'я.

Жорж Бюффон

Математика – справа настільки серйозна, що їй завжди потрібно трішки цікавинок.

Блез Паскаль

Метод розв'язання правильний, коли з самого початку ми можемо передбачити – і далі підтвердити це, – що слідуючи цьому методу, ми досягаємо мети.

Готфрід Лейбніц

Метод полягає в розміщенні й упорядкуванні того, на що має бути спрямоване вістря розуму з метою відкриття будь-якої істини.

Рене Декарт

ЗМІСТ

Передмова	5
<i>Петро Томчук. Як я опинився в Інституті фізики</i>	7

Спомини колег та друзів

<i>Михайло Бродин. Наука – головне його покликання</i>	9
<i>Антон Наумовець. Електронщик Петро Михайлович Томчук</i>	12
<i>Анатолій Загородній. Людина, з якою завжди цікаво</i>	16
<i>Іон Холбан. Учитель</i>	18
<i>Микола Грищенко. Відданість науці – основний сенс його життя</i>	20
<i>Василь Бойчук. Великий розум та добре серце</i>	23
<i>Петро Баранський, Вилик Бабич. Петро Михайлович Томчук – науковець і особистість</i>	25
<i>Михайло Курик. Приклад індивідуального довголіття людини</i>	27
<i>Олег Сарбей. «Главный Теоретик» в нашем отделе</i>	29
<i>Віталій Бондар. Людина з великої літери</i>	31
<i>Василь Шендеровський. Народжений на Тернопіллі</i>	33
<i>Вячеслав Старков. Тернистая тропа к дружбе</i>	35
<i>Богдан Лев. Петро Михайлович Томчук</i>	39
<i>Сергій Рожков. ПМ</i>	42
<i>Володимир Красноголовець. Професор П. Томчук як унікальне явище в українській науці</i>	44
<i>Юрій Седлецький. Про відділ теоретичної фізики і Петра Михайловича Томчука</i>	46
<i>Богдан Томчук. Короткі епізоди про батька</i>	48

Вибрані наукові праці Томчука Петра Михайловича

1) <i>И. М. Дыкман, П. М. Томчук. Влияние электрического поля на температуру электронов, электропроводность и термоэлектронную эмиссию полупроводников</i>	51
2) <i>П. М. Томчук. Вариационный метод определения электропроводности при учете кулоновского взаимодействия носителей</i>	63
3) <i>И. М. Дыкман, П. М. Томчук. Влияние когерентных световых пучков на свободные носители в полупроводниках</i>	73
4) <i>П. М. Томчук, В. А. Шендеровский. Рассеяние и трансформация волн на флуктуациях в неравновесной плазме полупроводника с анизотропной энергетической зоной</i>	78
5) <i>П. М. Томчук, А. А. Чумак. Нелинейное распространение инфракрасного излучения в многодолинных полупроводниках</i>	91

6) <i>С. С. Рожков, П. М. Томчук. Флуктуации тока в полупроводниках в квантующем электрическом поле</i>	97
7) <i>P. M. Tomchuk, V. V. Krasnoholovets. Macroscopic quantum tunneling of polarization in the hydrogen-bonded chain</i>	106
8) <i>E. D. Belotskii and P. M. Tomchuk. Electron-phonon interaction and hot electrons in small metall islands</i>	111
9) <i>B. I. Lev and P. M. Tomchuk. Interaction of foreign macrodroplets in a nematic liguid crystal and induced supermolecular structures</i>	124
10) <i>Petro M. Tomchuk, Nicolas I. Grigorchuk. Shape and size effects on the energy absorption by small metallic particles</i>	136
Дисертаційні роботи, виконані під керівництвом П. М. Томчука	153
Список наукових праць П. М. Томчука	158
Про науку	177

Науково-популярне видання

КРЕДО ЖИТТЯ – НАУКА

**До 80-річчя від дня народження
Петра Михайловича Томчука**

Упорядкування І. Ганджа, В. Шендеровський

Комп'ютерний набір *Олена Полевецька*
Літературна редакція *Олена Полевецька, Лариса Білик-Шевель*
Художній редактор *Євген Нусний*
Оригінал-макет *Олени Нусної*

Підписано до друку 19.12.2013

Формат 70×100¹/₁₆.

Папір офсетний. Друк офсетний.

Умовн. друк. арк. 16,9.

Тираж 200 прим.

Зам. № 13-10142

Видавничий дім «ПРОСТІР»

02068, м. Київ, вул. Вербицького, 10-А, п. 51

Тел. (044) 361-16-36, E-mail: vdprostir@ukr.net

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців,
виготівників і розповсюджувачів видавничої продукції

Серія ДК № 3359 від 29.12.2008 р.

Віддруковано ПАТ «ВІПОЛ»

03151, Київ, вул. Волинська, 60

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру
серія ДК № 4404 від 31.08.2012 р.

K79 Кредо життя – наука: До 80-річчя від дня народження Петра Михайловича Томчука / Упорядкування І. Ганджа, В. Шендеровський. – К.: Видавничий дім «Простір», 2013. – 184 с. + 24 іл.

ISBN 978–966–2068–39–9

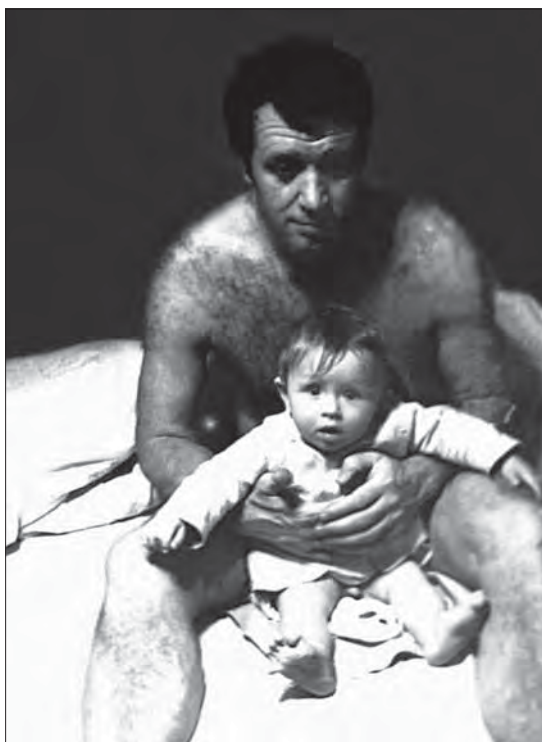
Книжка присвячена висвітленню життєвого та творчого шляху видатного фізика-теоретика, заслуженого діяча науки і техніки, члена-кореспондента НАН України, доктора фізико-математичних наук, завідувача відділу теоретичної фізики Інституту фізики НАН України Петра Михайловича Томчука.

Перелік основних наукових праць знайомить читача з вибраними роботами вченого. Світлини відібрано з архіву П. М. Томчука, його друзів та колег.

УДК 929:539.1
ББК 22.3г(Укр)Томчук



Петро Томчук зі старшими сестрою
Ганною та братом Миколою, мамою,
бабусею та братом бабусі.
1935 р.



Петро Михайлович із сином Богданом.
1975 р.



Молоде подружжя Томчуків.
1973 р.



Дружина Леоніда з сином Богданом.
1974 р.



Петро Михайлович із сином Богданом та мамою (с. Коцюбинці).
1976 р.



Петро Михайлович з дружиною Леонідою Василівною та сином Богданом.
1978 р.



Синові Богданчику 6 років.
1980 р.



У кабінеті батька.
2004 р.



Син і батько.
2004 р.



Батько й син.
2006 р.



Всі дивляться в об'єktiv. На Рівненщині, с. Яблонка. 2003 р.



Радість батька. П. Томчук із сином Богданом. Січень 2009 р.



Академік Антоніна Федорівна Прихотько
вітає Петра Михайловича з його 50-річчям.
1984 р.



П. Томчуку – 50 років



50-річчя Петра Михайловича. 1984 р.

Верхній ряд (зліва направо): В. Шендеровський, В. Бондар, І. Дикман, П. Баранський,
Ю. Птушинський, Р. Федорович. Нижній ряд: В. Шеховцов, П. Томчук, М. Шпак



50-річчя Петра Михайловича. 1984 р.
Ресторан «Метро». Зліва направо: В. Шеховцов, Ю. Птушинський,
М. Шпак, В. Вінецький, П. Томчук, В. Шендеровський



Колектив, який отримав Державну премію з науки у 1986 р.
Верхній ряд (зліва направо): Ю. Комник, С. Непійко, П. Томчук, Р. Федорович.
Нижній ряд: О. Сарбей, Г. Катрич, П. Борзяк



Л. Кучма вручає відзнаку лауреата Державної премії України П. Томчуку.
1995 р.



Світлина на спомин. Вручення Державної премії України. 1995 р.
Зліва направо: П. М. Томчук, М. К. Шейкман, Б. Є. Патон,
Н. Б. Лук'янчинова, Л. Д. Кучма, Т. В. Торчинська та ін.



У шефа день народження.

Зліва направо: Ю. Седлецький, В. Лукомський, Б. Павлик, А. Семенов, О. Кондрачук,
В. Красноголовець, П. Томчук, Т. Семенець, С. Лук'янець, О. Тарасенко, Б. Лев,
В. Тивончук, В. Старков, І. Ганджа, Е. Шадчин



З улюбленим шефом.

Верхній ряд (зліва направо):

О. Чумак, В. Старков, І. Ганджа, О. Борденюк, В. Шендеровський.

Нижній ряд: В. Лукомський, П. Томчук



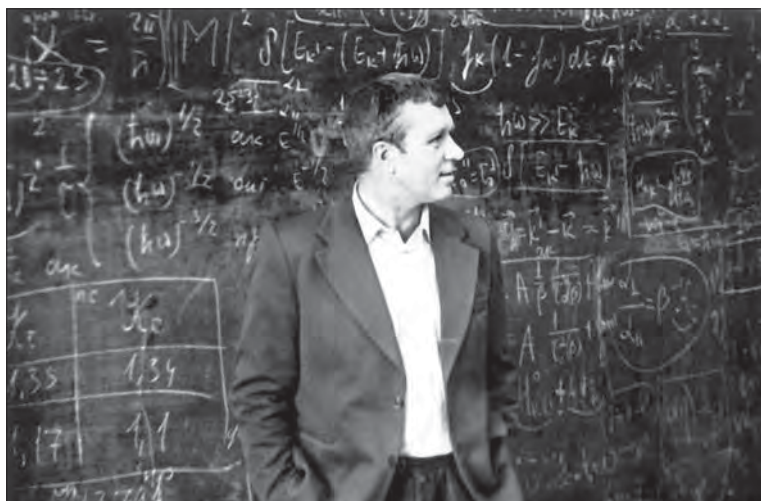
Семінар відділу. Середина 1980-их.

Зліва направо: П. Томчук, Г. Власов, Б. Павлик, О. Тарасенко, В. Шендеровський,
А. Щедрін, Г. Пестряков, В. Горшков, М. Іцковський, В. Владимиров



Дівчата з відділу теоретичної фізики (зліва направо):

З. Демиденко, Т. Семенець, Л. Годенко



П. М. Томчук у своїй стихії.
1972 р.



У кабінеті шефа (середина 1980-х)
Зліва направо: Т. Семенець, В. Шендеровський, Б. Павлик, П. Томчук



Обговорення планів (1980-ті роки).
Зліва направо: А. Кондрачук, П. Томчук, С. Лук'янець



П. Томчуку – 70 років. 2004 р.
Зліва направо: В. Шендеровський, А. Загородній, П. Томчук, М. Бродин, Г. Пестряков

ПЕРШІ УЧНІ П. ТОМЧУКА



П. Томчук, В. Шендеровський



П. Томчук, О. Чумак



Зліва направо:
Б. Томчук, К. Шилова,
П. Томчук,
Л. Рудаковська. 2006 р.



Зліва направо:
П. Томчук, К. Шилова,
В. Шендеровський,
Л. Рудаковська. 2006 р.



Зліва направо:
С. Тимченко,
П. Томчук, Б. Томчук,
Л. Джур, К. Курдюмова,
Л. Рудаковська,
К. Шилова. 2009 р.



Два Петра – учень і Учитель.
Петро Горлей вручає мантию почесного
доктора Чернівецького університету
Петрові Михайловичу Томчуку.
2009 р.



Можна й трохи відпочити на дивані
у своєму кабінеті... П. Томчук. 2004 р.



В. Козирський, В. Шендеровський, П. Томчук. 2004 р.



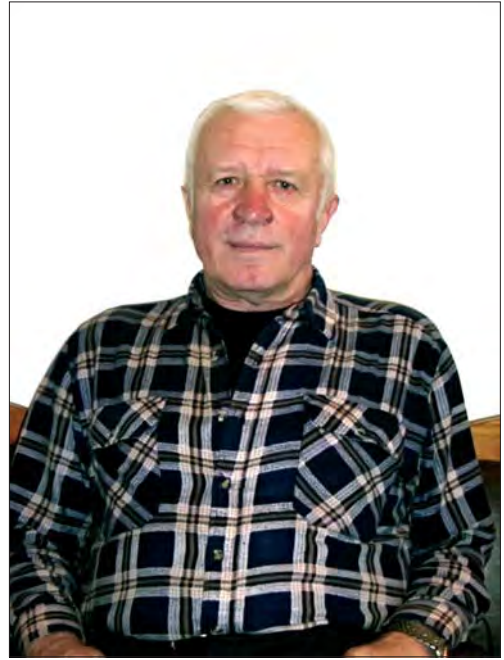
Колеги вітають П. Томчука з днем народження. 2004 р.
А. Семенов, В. Старков, П. Томчук



В. Павленко вітає П. Томчука з днем народження. 2004 р.



Консультація по телефону.
2005 р.



П. М. Томчук.
2005 р.



Мить історії. Петро Михайлович із співробітниками відділу.
О. Чумак, О. Тарасенко, В. Лукомський, Р. Поляков, П. Томчук,
М. Григорчук, О. Льовшин, А. Семенов, А. Жугаєвич, С. Чернишук



Опора відділу теоретичної фізики.
Зліва направо: П. Томчук, В. Старков, О. Чумак.
2008 р.



У музеї кави, с. Кульчиці.
Зліва направо: П. Томчук, П. Баранський, В. Бабич.
2010 р.



Поздоровлення від Б. Є. Патона.
2009 р.



П. М. Томчуку – 75 років. Трошки задовгий тост...
Зліва направо: П. Томчук, А. Негрійко, Ю. Птушинський,
М. Бродин, Л. Яценко, А. Загородній, В. Порошин



Марат Соскін вітає ювіляра...
Січень 2009 р.



Юрій Птушинський
згадав веселий епізод.
2009 р.



Поздоровлення
від Анатолія Загороднього.
2009 р.



Між двома «П. М.». Січень 2009 р.
П. М. Томчук, В. Шендеровський, П. М. Горлей



Почесний доктор Чернівецького Національного університету ім. Ю. Федьковича.
Січень 2009 р.



П. Томчук і В. Пергаменщик. 2009 р.



П. М. Томчук серед молодих вчених інституту.
Зліва направо: М. А. Копиловський, П. М. Точмчук, В. Я. Гайворонський, А. В. Уклеїн.
Осінь, 2010 р.



П. Томчуку – ось-ось 80 років. 2013 р.



Співробітники відділу теоретичної фізики Інституту фізики НАНУ. Квітень 2013 р.
Зліва направо: В. Узунова, І. Ганджа, О. Люшніченко, О. Льовшин, Є. Столяров,
А. Семенов, С. Лук'янець, В. Бондаренко, О. Чумак, П. Томчук, Ю. Седлецький,
О. Боярчук, В. Гоженко, Р. Баськов, С. Чернишук