

ПЕРЕДМОВА

Сучасна фізика є наукою суттєво нелінійних явищ. Дана монографія присвячена вивченню нелінійних процесів, які притаманні оточуючому нас світу, — коливань, хвиль, самоорганізації.

Коливальні процеси є одним з основних видів руху, що реалізуються в природі. Надзвичайна різноманітність коливальних систем та процесів в них вимагають знаходження їх спільних рис і об'єднання за найбільш характерними ознаками в певні класи й типи. При цьому класифікація коливальних процесів здійснюється шляхом заміни реальних систем наближеними моделями, в яких відображається лише обмежене (і часто дуже незначне) число рис процесу, що вивчається. Сама ж модель має бути достатньо простою для застосування відомих математичних методів аналізу і обчислення. Таким чином, вибір моделі, яка передає найбільш важливі й визначальні властивості реальної фізичної системи, що вивчається, є першим і найважливішим етапом будь-якої теорії, в тому числі теорії коливань. Наступний етап — це класифікація коливань. Зазвичай класифікують як самі коливальні системи, так і коливальні процеси, що реалізуються в цих системах.

Коливальні системи прийнято класифікувати за їх динамічними властивостями: (1) автономні й неавтономні системи; (2) залежність або незалежність параметрів системи (частоти коливань, швидкості розповсюдження сигналу тощо) від її коливального стану (амплітуди, енергії); (3) активні (автоколивальні) та пасивні (без внутрішніх джерел енергії) системи; (4) число степеней віль-

ності в даній динамічній системі та її просторова розмірність. *Коливальні рухи* як правило класифікують за їх кінематичними ознаками: (1) повторюваність (періодичні, квазіперіодичні, хаотичні коливання); (2) стійкість; (3) амплітуда і форма коливань.

Зрозуміло, що найпростішими коливальними системами є автономні й неавтономні системи з однією степінню вільності. Ці системи найбільш доступні для вивчення можливих коливальних рухів при самих різноманітних нелінійних властивостях. Нелінійні системи з двома або більше степенями вільності, а також просторово розподілені системи (з нескінченним числом степеней вільності), допускають вичерпний аналіз лише в окремих частинних випадках. Їх дослідження навіть в лінійному наближенні значно складніше, ніж вивчення систем з однією степінню вільності.

У *першому розділі* розглядаються коливальні рухи систем з однією степінню вільності. При цьому детально вивчається одна з головних концептуальних моделей нелінійної динаміки — осцилятор Дюффінга з кубічною нелінійністю. Два найбільш цікаві різновиди цієї моделі пов'язані з вимушеними коливаннями частинки в потенціальному полі з одним або двома мінімумами енергії. В силу того, що при вимушених коливаннях осцилятора Дюффінга аналітичні розв'язки відповідного модельного рівняння невідомі навіть у випадку монохроматичної вимушуючої сили, велику увагу приділено новим чисельно-аналітичним методам дослідження нелінійних коливань, а також їх використанню при розрахунку можливих сценаріїв переходу до хаотичного руху.

Кінцево-різницеві чисельні методи (наприклад, метод Рунге-Кутта), які за значенням функції в початковий момент часу визначають її значення в будь-який наступний момент часу, продукують лише стійкі розв'язки. Окрім того, з ростом часу накопичуються чисельні похибки, що особливо зростають навколо границь хао-

тичного руху. В протипагу до цього метод гармонічного балансу, якому присвячена значна частина першого розділу, надає зовсім іншу парадигму вивчення коливальних процесів. При заданому числі врахованих Фур'є гармонік спочатку знаходяться всі можливі стаціонарні розв'язки системи (стійкі й нестійкі), а потім обчислюються початкові умови, що забезпечують реалізацію кожного зі стійких розв'язків. Цей шлях дозволяє прослідкувати характер (сценарій) переходу до обраного стійкого розв'язку. Зокрема, таким чином досліджуються каскади подвоєння періоду.

У *другому розділі* зроблено екскурс у динаміку гравітаційних хвиль на поверхні рідини. Розглянуто найпростішу (канонічну) модель гідродинаміки, де (1) рідина вважається ідеальною і нестисливою; (2) течія плоска, рух потенціальний, атмосферний тиск сталий на всій поверхні рідини; (3) дно вважається плоским, поверхневий натяг відсутній. Сформульована таким чином задача грає роль вихідної для подальшого переходу до більш складних і загальних моделей. Незважаючи на свою відносну простоту, канонічна модель гідродинаміки повністю зберігає нелінійність граничних умов на вільній поверхні.

Ще в сорокових роках 19-ого сторіччя Стоксом була обчислена нелінійна поправка до закону дисперсії гравітаційної хвилі на глибокій воді. Приблизно в той же час на мілкій воді Расселлом були експериментально відкриті солітони. Існування періодичних гравітаційних хвиль було строго доведено Некрасовим і Леві-Чивітта в двадцятих роках 20-го сторіччя. Після цього теорія хвиль на поверхні рідини вважалася закінченим розділом гідродинаміки, в якому важко було очікувати бурхливих подій. Проте в 1965 р. Лайтхілл показав, що стаціонарні хвилі Стокса нестійкі відносно довгохвильових модуляцій. Теорія цієї нестійкості була незалежно розвинута Бенджаменом і Фейром у 1967 р. та Захаровим у

1966 р. Незабаром була встановлена застосовність до теорії хвиль на поверхні рідини нелінійного рівняння Шредінгера, яке вже використовувалось раніше в нелінійній оптиці. Таким чином теорія хвиль на поверхні рідини перетворилась в розділ загальної теорії нелінійних хвиль. Пізніше Лонге-Хіггінс (1975 р.) для глибокої води і Коуклет (1977 р.) для скінченної глибини чисельно виявили максимуми швидкості, імпульсу, потенціальної і кінетичної енергії хвилі, що досягаються до того, як хвиля набуває максимальної амплітуди. Стало зрозуміло, що найвища хвиля не має ані найвищу швидкість, ані найвищі імпульс чи енергію. Це вказує на нестійкість гребенів високих хвиль та множинність розв'язків. Біфуркації хвиль Стокса в одновимірному випадку незабаром дослідили Чен і Сеффмен (1980 р.). Вони показали, що можуть існувати структури модульованих хвиль з кількома гребенями різної висоти на періоді модуляції.

Поряд з цими класичними результатами в другому розділі детально розглянуто останні досягнення в теорії хвиль на воді. Зокрема увагу приділено новому сімейству наближених розв'язків канонічної моделі — нерегулярним хвилям, що відмінні від стоксових хвиль. Нарешті, окреслено напрямки подальшого розвитку гідродинаміки хвиль на воді, включаючи нестійкості хвиль, гравітаційно-капілярні та тривимірні хвилі.

В останні кілька десятиріч почав формуватися новий міждисциплінарний науковий напрямок, який одержав назву “синергетика”. Зміст цього терміну в перекладі з грецької мови означає “спільний колективний вплив”. Цей термін виник у глибокій давнині насамперед у зв'язку з розумінням кооперативної дії лікарських речовин на організм людини. І аж до наших часів поняття “синергізм” або “синергія” мали скоріше медичний відтінок. Сучасний розвиток науки збагатив термін “синергетика” новим значно глибшим змі-

стом. Підґрунтям цьому стало розуміння фундаментальних основ та принципів самоорганізації і утворення впорядкованих структур у системах різноманітної природи (фізичної, хімічної, біологічної, соціальної тощо), що далекі від положення рівноваги, а також відкриті, тобто обмінюються з довкіллям речовиною, енергією та інформацією. Таким чином, можна дати визначення синергетики як нової міждисплінарної галузі наукових знань, де вивчаються процеси самоорганізації та впорядкування у відкритих нерівноважних системах різної природи.

Поглибити розуміння загальних принципів утворення просторових, часових і просторово-часових структур у відкритих системах дозволяють методи теорії фазових переходів. Тому *третій розділ* монографії присвячено побудові кінетичних моделей, узгоджених з теорією фазових переходів, аналізу флуктуацій в процесах самоорганізації і впорядкування, дослідженню впливу на впорядковані структури зовнішніх полів.

Фізика фазових переходів і критичних явищ також інтенсивно розвивалася в останні декілька десятиріч завдяки плідному використанню фундаментальних ідей, покладених в основу сучасної теорії фазових переходів (модельних теорій, теорії масштабної інваріантності — “скейлінгу”, ренормалізаційно-груповому підходу і методу колективних змінних), а також проведенню прецизійних експериментів. Найбільш важливі результати багатьох теоретичних і експериментальних робіт у фізиці фазових переходів і критичних явищ пов’язані з глибоким розумінням принципової причини критичних аномалій, таких як зростання теплоємності, критична опалесценція світла, нейтронів і рентгенівських променів, аномальне затухання звуку тощо. Цією причиною є сильна взаємодія та кореляція флуктуацій параметра порядку на великих просторових і часових інтервалах.

Для термодинамічної границі, яка характеризує необмежені системи, де число частинок та об'єм прямують до нескінченності при сталій густині, критичні явища і фазові переходи другого роду, як добре відомо, характеризуються розбіжністю радіусу кореляції флуктуацій параметра порядку досліджуваної системи. На практиці ця розбіжність виявляється завжди обмеженою за рахунок скінченного температурного розрізнення (“температурного кроку”), домішок, зовнішніх полів, просторової обмеженості реальних систем та інших факторів. Зокрема, коли радіус кореляції становить величину порядку лінійних розмірів системи в напрямі її просторової обмеженості, виявляється, що характер протікання критичних явищ в таких малих об'ємах починає в суттєвій мірі залежати від геометричної форми системи та граничних умов. Так, саме для просторово обмежених рідких систем мають місце відсутність далекодіючого характеру кореляцій між флуктуаціями параметра порядку в напрямі просторової обмеженості, зсув критичних параметрів (температури, густини тощо), зміна критичних індексів, особливості критичної опалесценції світла. Нелінійні явища в просторово обмежених середовищах викликають останнім часом підвищений інтерес у зв'язку з різнобічними практичними застосуваннями, прикладами яких можуть бути фазові переходи в пористих середовищах, поверхневих шарах, перехідних областях (інтерфазах), критичні явища в процесах повного або частинного змочування та розтікання, ізоморфні фазовим переходам явища в біологічних об'єктах (візікулах, мембранах, синаптичних щілинах) тощо.

Саме проблемі нелінійних рівноважних і нерівноважних явищ у просторово-обмежених рідинних системах присвячені *четвертий і п'ятий* розділи монографії.

Автори висловлюють сподівання, що дана монографія буде ко-

рисною для всіх тих, хто цікавиться сучасними ідеями та досягненнями фізики нелінійних коливань, хвиль на воді, процесів самоорганізації та утворення впорядкованих структур, а також критичних явищ в просторово-обмежених рідинах. Ми щиро вдячні рецензентам: члену-кореспонденту НАН України, доктору фізико-математичних наук, декану фізичного факультету Київського національного університету ім. Тараса Шевченка, професору Булавину Леоніду Анатолійовичу (розділи 3–5); члену-кореспонденту НАН України, доктору фізико-математичних наук, завідувачу відділом теоретичної фізики Інституту ядерних досліджень НАН України, професору Сугакову Володимирі Йосиповичу (розділ 1, 3); доктору фізико-математичних наук, завідувачу відділом хвильових процесів Інституту гідромеханіки НАН України, професору Селезову Ігорю Тимофійовичу (розділ 2).