НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ

ІНСТИТУТ ФІЗИКИ

На правах рукопису

ДЕРЖИПОЛЬСЬКИЙ АНДРІЙ ГЕННАДІЙОВИЧ

УДК 535.42

КОРЕЛЯЦІЙНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ ОПТИЧНИХ ПОЛІВ ТА ОБРОБКА ІНФОРМАЦІЇ В САМОАСОЦІАТИВНІЙ СХЕМІ ФУР'Є-ГОЛОГРАФІЇ

01.04.05 – оптика, лазерна фізика

ДИСЕРТАЦІЯ

на здобуття наукового ступеня

кандидата фізико-математичних наук

Науковий керівник

кандидат фізико – математичних наук,

старший науковий співробітник

Гнатовський Олександр Володимирович

Київ – 2020

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ ТА СКОРОЧЕНЬ

SLM – просторовий модулятор світла

ПВФШ – подвійне випадкове фазове шифрування

ВО – віртуальна оптика

БОШ – багатоканальне оптичне шифрування

ГОП – голографічний оптичний пінцет

ВСТУП

Актуальність теми.

Новітній розвиток ідей і принципів голографії, які базуються на добре розвиненому описовому математичному апараті і можливості ефективної алгоритмізації процесів, виносить її за межі класичних оптичних схем. Такий підхід дозволяє перевести оптичну голографію в площину базових цифрових схем, які використовуються в сучасних системах обробки і шифрування даних, розпізнавання образів та зберігання інформації з можливістю асоціативного пошуку.

З іншого боку, попри стрімкий розвиток електроніки і алгоритмічної обробки інформації, зберігається стійкий інтерес і до реальних голографічних методів і схем. Це зумовлено миттєвою швидкодією і паралельною обробкою багатовимірних масивів даних в оптичних голографічних схемах в поєднанні з можливістю роботи з первинної (неоцифрованою) інформацією. Останній пункт є особливо важливим в задачах безпеки і захисту інформації, адже в оцифрованому вигляді дані стають найбільш вразливими.

Окремий аспект актуальності теми стосується голографічного формування складних розподілів енергії випромінювання в певному полі зору чи на мішені. Зокрема для задач оптичного пінцету і лазерної обробки матеріалів. Особливого значення ці методи набувають з огляду на розвиток технологій виготовлення просторових модуляторів світла (SLM – spatial light modulator), застосування яких додає голографічним методам безпрецедентної гнучкості і динамічності.

Всі згадані явища і процеси безпосередньо стосуються перетворення світлових полів і кореляційної обробки інформації в голографічних схемах і таким чином об’єднуються темою даної роботи. А всестороннє дослідження схем голографії і процесів, що в них відбуваються, відкриває нові можливості та підходи для створення сучасних систем захисту та зберігання інформації, а також формування і стабілізації необхідних складних розподілів оптичної енергії.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота виконувалась у відділі лазерної спектроскопії Інституту фізики НАН України в рамках наукових тем: ВЦ139/24 «Електронні, оптичні, нелінійно-оптичні і магнітні властивості актуальних матеріалів, електронної техніки та процесів взаємодії з ними лазерного випромінювання», 2007-2011рр., № держреєстрації 0107U002664; 1.4.1.В/137 «Фізика джерел високомонохроматичних лазерних полів та резонансної взаємодії лазерного світла з речовиною у різному агрегатному стані, біологічними структурами», 2007-2011рр., № держреєстрації 0107U002348; 3.5.1.24/10-Н24 «Розвиток нових методів діагностики наноматеріалів і наноструктур з використанням стаціонарних та імпульсних лазерних полів», 2010-2014рр., № держреєстрації 0110U006227; П/5-07-24 «Розробка та виготовлення лазерного мікроманіпулятора малими твердотільними частинками («лазерний пінцет»)», 2007-2008рр., № держреєстрації 0105U007772; №25/15-Н «Розвиток методичної бази та дослідження швидкоплинних процесів в наноструктурованих матеріалах для швидкодіючої оптоелектроніки», 2015-2019рр, № держ. реєст. 0114U005348; 1.4.В/185. «Розвиток фізичних основ лазерів з керованими параметрами та дослідження квантових і когерентних явищ при взаємодії їх випромінювання з речовиною у різному агрегатному стані», 2017-2021рр., № держ. реєст. 0117U002611; 1.4.ВЦ/188. «Фундаментальні процеси, що визначають властивості новітніх фізичних об'єктів та матеріалів для електроніки, оптоелектроніки, фотоніки та спінтроніки», 2017-2021рр., № держ. реєст. 0117U002612.

Мета роботи: дослідити взаємодії та перетворення змінних світлових полів в кореляційних голографічних системах; розробити нові оптичні методи для таких систем, щоб забезпечити можливість застосування їх в задач зберігання, передачі та захисту інформації, а також для стабілізації просторового розподілу інтенсивності випромінювання.

Відповідно до поставленої мети сформульовані такі задачі:

1. дослідити роботу самоасоціативної схеми Фур'є голографії в режимі асоціативного відновлення зображення, визначити та проаналізувати фактори, що впливають на структуру та якість вихідного зображення;
2. сформулювати та проаналізувати концепцію оптичного шифрування на базі самоасоціативної схеми Фур'є голографії;
3. дослідити властивості віртуально-оптичного (ВО) варіанту самоасоціативної схеми, розглянути можливість узагальнення ВО-схеми із заміною перетворення Фур'є на перетворення Волша (Адамара), провести порівняльний аналіз двох варіантів ВО-схеми;
4. обґрунтувати використання самоасоціативної схеми для стабілізації просторового розподілу інтенсивності, проаналізувати роль фазового дифузора для стабілізації, розробити метод зменшення спекл-шуму при використанні фазового дифузора;
5. розробити методику синтезу дифракційних оптичних елементів для задач стабілізації розподілу інтенсивності.

Об'єкт дослідження: самоасоціативна схема Фур'є-голографії з однаковими предметним і опорним пучками.

Предмет дослідження: процеси кореляційної обробки інформації, взаємодія змінних світлових полів, перетворення когерентних пучків та зв'язок їх вхідних і вихідних характеристик при записі/зчитуванні голограми.

Методи дослідження: теоретичні та експериментальні методи Фур'є-оптики та Фур'є-голографії; математичне та комп'ютерне моделювання; розрахунок синтезованих Фур'є-голограм та дифракційних оптичних елементів; дискретні інтегральні перетворення і матричні обчислення.

Наукова новизна одержаних результатів.

- Вперше побудовано узагальнений опис схеми Фур'є-голографії з довільними опорним, предметним і відновлюючим джерелами, а також відновленням в будь-якому порядку дифракції.

- Запропоновано та проведено детальний опис оригінальної самоасоціативної схеми Фур’є-голографії з однаковими предметним та опорним пучками.
- Вперше встановлено зв’язок структури зображення і параметрів юстування самоасоціативної схеми з вибором режиму роботи схеми, а також вперше проаналізовані залежність якості асоціативно відновленого зображення від розміру відновлюючого фрагмента.
- Вперше сформульовано та досліджено концепцію оптичного шифрування на базі самоасоціативної схеми Фур’є-голографії, що має ряд принципових особливостей в порівнянні з відомими аналогами, а саме: надлишковість ключа, вибір режиму підсвічування ключа, можливість асоціативного пошуку.
- Запропоновано оригінальну віртуально-оптичну версію системи шифрування на базі самоасоціативної схеми з асоціативним ключем із можливістю заміни ядра.
- Продемонстровано вдвічі вищу ефективність при роботі з цифровими даними у віртуально-оптичній системі на базі самоасоціативної схеми за використання ядра – перетворення Волша-Адамара.
- Запропоновано новий кореляційний метод формування стабілізованого розподілу світлової енергії на базі модифікованої самоасоціативної схеми Фур’є-голографії із застосуванням синтезованого дифракційного оптичного елемента.
- Вперше розглянуто проблему стійкості сформованого розподілу поля до аберацій в системі і запропоновані можливі шляхи його стабілізації.
- Досліджено роль фазового дифузора у стабілізації розподілу світлової енергії, сформованого синтезованим дифракційним оптичним елементом. Запропоновано оригінальну методику зменшення спекл-шуму у сформованому розподілі, притаманному застосуванням фазового дифузора.
- Вперше розглянуто ряд важливих теоретичних і практичних питань розрахунку синтезованих Фур’є-голограм і дифракційних оптичних елементів. Розроблено оригінальні методи оптимізації основних типів дифракційних оптичних елементів: амплітудних, фазових і бінарних.

Практичне значення одержаних результатів.

Запропонована та досліджена в роботі самоасоціативна схема Фур'є - голографії відкриває можливість зручного і легкого керування оптичними полями, при цьому забезпечує спостереження відновленого зображення в потрібних дифракційних порядках, прибирає вимоги до вигляду реєструючої функції середовища, а також відкриває нові можливість оперувати масивами оптичної інформації за допомогою моделювання в межах суто голографічного підходу.

Застосування самоасоціативної схеми в області оптичного шифрування дозволяє створити новий алгоритм кодування зображення, який за рахунок особливостей роботи схеми, забезпечує значну стійкість системи до захисту інформацію та створює зручний та швидкий алгоритм пошуку інформації у великих масивах даних.

Розгляд асоціативного відновлення зображень як стабілізації або ж корекції контрольованого пучка в запропонованій в роботі схемі дозволяє створити універсальну когерентно-оптичну схему формування заданого розподілу енергії випромінювання на оптичній мішені незалежно від наявних амплітудно-фазових спотворень в лазерному пучку.

Особистий внесок здобувача.

Результати дисертації опубліковано в статтях і в тезах міжнародних конференцій [1*, 2*, 3*, 4*, 5*, 6*, 7*, 8*, 9*,10*, 11*].

В роботах [1*-11*] дисертант брав участь в обговоренні постановки задачі, виборі методів її розв'язання. Ним зроблені аналітичні розрахунки, виведені основні формули а також отримані основні експериментальні результати.

Апробація результатів дисертації.

Основні результати роботи доповідались на наукових конференціях: Tenth 6th Young Sci. Conf. Optics and High Technology Material Science (SPO), (23-26 October, 2006, Kiev, Ukraine); International school and conference on optics and optical materials (3-7 September, 2007, Belgrade, Serbia,); The 8 International Conference "Correlation Optics" (11-14) September, 2007, Chernivtsi, Ukraina,); Ukrainian-German Symposium on physics and chemistry of nanostructures and on nanobiotechnology. (06-10 September 2010 Beregove, Crimea, Ukraine); The Twelfth International Conference on Correlation Optics (14-18 September, 2015, Chernivtsi, Ukraina,); IEEE 7th International Conference on Advanced Optoelectronics and Lasers (CAOL), (12-15 September 2016 Odessa, Ukraina,); The Thirteenth International Conference on Correlati (11-15 September 2017 Chernivtsi, Ukraina,); 8th International Conference on Advanced Optoelectronics and Lasers (CAOL), (06-08 September 2019 Sozopol, Bulgaria); Підсумкова наукова конференція ІФ НАН України 2019

Публікації.

За матеріалами дисертації опубліковано 6 статей у фахових виданнях, 4 статті в журналах SPIE та IEEE та 1 публікація в книзі абстрактів на міжнародній конференції.

Структура дисертації.

Дисертація складається зі вступу, чотирьох розділів, загальних висновків, списку літератури та додатку. Роботу викладено на 137 сторінках друкованого тексту, вона містить 3 таблиці і 52 рисунки. Бібліографія складає 132 джерела.

РОЗДІЛ 1

ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

В оглядовому розділі аналізуються актуальні літературні дані, які демонструють важливість проведених робіт, дозволяють коректно інтерпретувати та провести базові порівняльні характеристики отриманих в роботі результатів. Для зручності та у відповідності з представленою в роботі послідовністю матеріалів пропонується огляд літератури розділити на три базові етапи. На першому розглядаються відомі голографічні кореляційні схеми, які демонструють всі можливі перетворення та аналізують процеси, які відбуваються із сигналом від входу до виходу на стадіях запису і відновлення. На другому етапі огляду літератури приведені відомі алгоритми обробки та шифрування зображення, а також розглядаються їх базові властивості, переваги та недоліки. Аналізуються випадок, коли оптична схема може слугувати тільки для наглядного пояснення роботи алгоритму, а в дійсності реалізується лише у вигляді математичного алгоритму. Опис таких алгоритмів відбувається в домені віртуальної оптики, де кожен експериментальний процес описується певним математичним апаратом. На останньому етапі розглядаться новітні досягнення в стабілізації зображення, як ключової задачі для отримання заданого розподілу енергії на технологічної мішені. Важливої реалізацією в цій області стали роботи, які показують можливість формувати необхідне поле, яке дозволяє маніпулювати наночастинками – тобто для роботи оптичного пінцету. Варто відмітити, що всі ці три етапи об’єднуються одним великим напрямком – перетворенням оптичних полів в схемах Фур’є-голографії, що є базою даної дисертаційної роботи.

1.1. Кореляційні схеми Фур’є-голографії, як приклади складних голографічних перетворень

Перші теоретичні прогнози відносно властивості безопорної голограми при освітленні її частиною записуючого об’єкта відновлювати зображення його відсутньої частини (фантомного зображення) були зроблені Ван Хірденом ще на початку розвитку голографії [1,2]. Пізніше ці прогнози були експериментально підтверджені Кольєром та Пеннінгтоном [3,4]. В цих роботах було показано можливість отримання фантомного зображення відсутньої частини предмета при відновленні його безопорної голограми за допомогою частини того ж предмета як для Фур'є-голограми [3], так і для голограми ближнього поля [4]. Феноменологічне пояснення в обох випадках однакове. Предмет можна довільним чином розбити на дві частини, при цьому одна з них виступає для іншої складним опорним джерелом.

1.1.1. Фантомні зображення

Теоретично передбачена Ван Хірденом та експериментально підтверджена Кольєром та Пеннінгтоном властивість безопорної Фур'є-голограми при освітленні її частиною записуючого транспаранта відновлювати зображення його відсутньої частини (фантомного зображення) є фундаментальною властивістю Фур'є-голограми із складним опорним джерелом. І хоча формально голограму записану без окремого опорного джерела можна назвати безопорною, та навіть із феноменологічних міркувань, наведених авторами в [3], зрозуміло, що фактично така голограма є голограмою зі складним опорним джерелом.

У схемі експерименту, який описано в [3], записується Фур'є-голограма лише з одного транспаранта (Рис. 1.1). При освітленні голограми його частиною в площині зображень спостерігається фантомне зображення відсутньої частини транспаранта (його інтенсивність менша за інтенсивність відновлюючого зображення). Голограма записується двома транспарантами a і b, що утворюють суцільне зображення $a+b$, а освітлюється транспарантом a, тоді в +1 порядку дифракції відновлюється зображення транспаранта b, яке є відсутньою частиною транспаранта $a+b$. Поле в +1 порядку дифракції запишеться як:

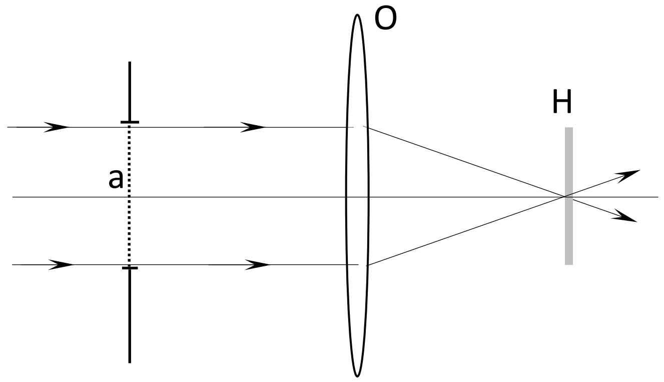


Рис.1.1. Схема Фур'є-голографії без опорного джерела

$$r_{+1} = (a \otimes a) * b \sim \left| a \otimes a_p \sim \delta(x,y) \right| \sim b \tag{1.1}$$

тобто фантомне зображення відновлюється як згортка відсутньої частини транспаранта з автокореляцією освітлюючої частини. При цьому, як описано в [3], при зсуві освітлюючого транспаранта фантомне зображення зберігається, зсуваючись разом із зображенням відновлюючого транспаранта. Так, при зсуві освітлюючого транспаранта центральній пік кореляційної функції в формулі (1.1) також зсувається, що при операції згортки з відсутньою частиною зсуває її зображення.

1.1.2. Асоціативне відновлення зображень за класичною схемою

В роботах [5-9] досліджувалась властивість деяких голографічних схем відновлювати ціле зображення за його частиною (асоціативне відновлення зображення). Одна з досліджуваних Полянським схем – класична схема Фур'є-голографії з точковим опорним джерелом, та з нелінійною реєстрацією. Це єдиний випадок прямого асоціативного відгуку в схемі з точковим опорним джерелом. Так в роботі [5] показано наявність ефекту асоціативного відновлення зображення в класичній схемі Фур'є-голографії з нелінійною реєстрацією. Голограма записується від транспаранта і точкового джерела (Рис. 1.2). При освітлені голограми частиною транспаранта в +2 дифракційному порядку відновлюється перевернуте зображення цілого транспаранта. Відмітимо, що:

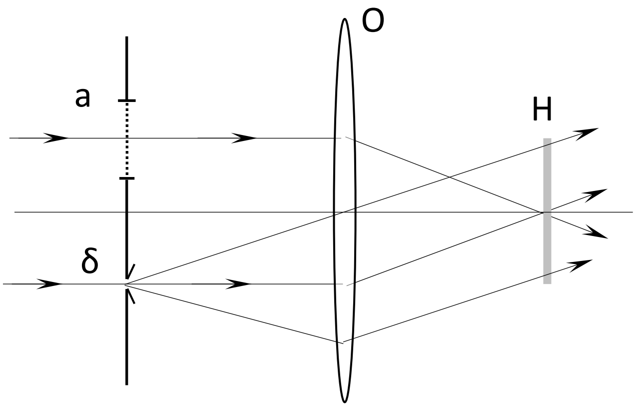


Рис.1.2. Схема Фур'є-голографії з точковим опорним джерелом

$b = \delta(x,y) \;\; \Rightarrow \;\; B = 1, \qquad c = a_p$ (частина транспаранта a),

тоді поле в +2 порядку дифракційний запишеться як:

$$r_{+2} = F^{-1}\{A_p A^{*2}\} = (a \otimes a_p) * F^{-1}\{A^*\} = \begin{vmatrix} F^{-1}\{A^*\} = a(-x,-y) \\ a \otimes a_p \sim \delta(x,y) \end{vmatrix} \sim a(-x,-y) \tag{1.2}$$

В цьому випадку асоціативно відновлене зображення цілого транспаранта утворюється як результат згортки зображення перевернутого транспаранта з крос-кореляційною функцією цілого транспаранта і його частини. Перевернуте зображення утворюється внаслідок властивостей перетворення Фур’є: при комплексному спряженні функції її Фур’є-спектр перевертається, і навпаки.

1.1.3 Багатоетапне асоціативне відновлення зображень.

Існує ряд методів багатоетапного отримання асоціативного відгуку, зазвичай із застосуванням зворотного зв’язку[10-14]. Ці методи ідейно прості, однак складніші технічно і дорожчі в реалізації. У двох описаних нижче випадках можливість отримання асоціативного відгуку базується на застосуванні зворотного зв’язку в голографічних схемах різних типів. Голограма, записана з плоскою опорною хвилею (точковим опорним джерелом), відновлюється хвилею від частини предметного джерела. Отриманий відгук у вигляді квазіплоскої хвилі надалі використовується у зміненому вигляді (підсилений, скоректований) для відновлення з голограми повного зображення

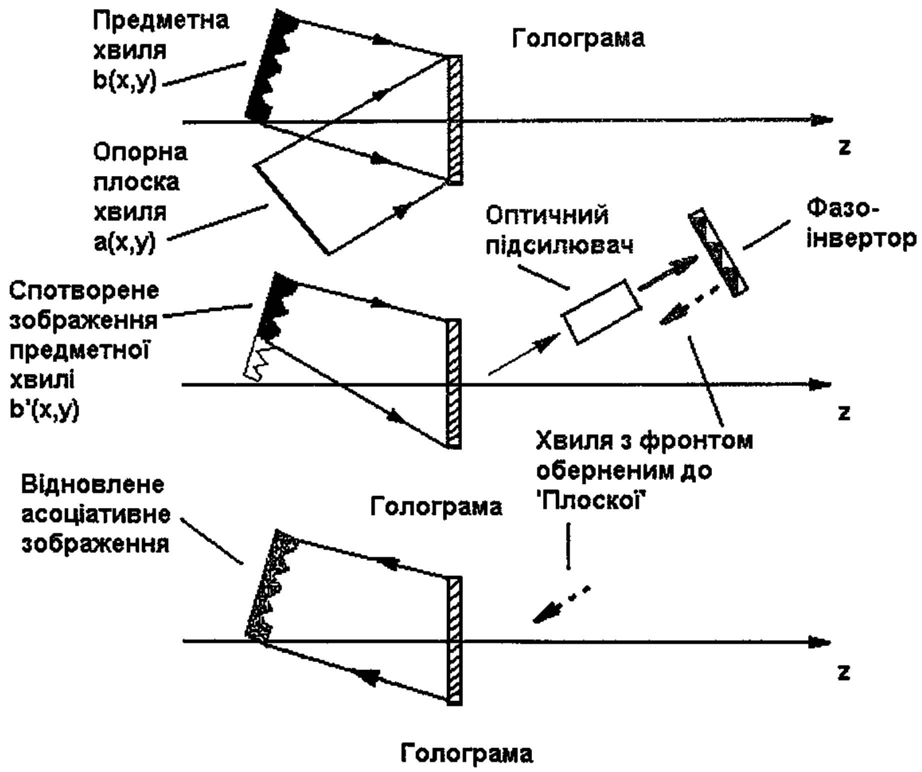


Рис.1.3. Отримання асоціативного відгуку із застосуванням обернення хвильового фронту.

предмета. Так в [10] зворотний зв’язок реалізується за допомогою обернення хвильового фронту і оптичного підсилювача. На Рис.1.3 приведено схему, що пояснює стадії отримання асоціативного відгуку.

Спочатку записується голограма предмета з плоскою опорною хвилею. На стадії відновлення голограма освітлюється за допомогою частини предмета або спотвореним предметом, при цьому відновлюється квазіплоска хвиля. Подібність відновленої хвилі до плоскої корелює з подібністю предмета при відновленні до предмета при записі. Далі із відновленої хвилі відфільтровується плоска хвиля, яка, після проходження через оптичний підсилювач і дзеркало обернення хвильового фронту, знову потрапляє на голограму. При освітленні голограми утвореною таким чином плоскою хвилею, комплексно спряженою до опорної, відновлюється дійсне ціле або скоректоване зображення предмета, що використовувався при записі. Таким чином, схема впізнає у зчитуючому предметі подібність до записуючого і відновлює зображення останнього в міру знайденої подібності.

Ще одна схема з асоціативним відгуком із застосуванням зворотного зв’язку згадується в [11] в контексті реалізації нейронних мереж як оптичних систем. На Рис.1.4 зображено наведену в [11] схему оптичного розпізнавання образів, що має також властивості асоціативного відновлення зображень.

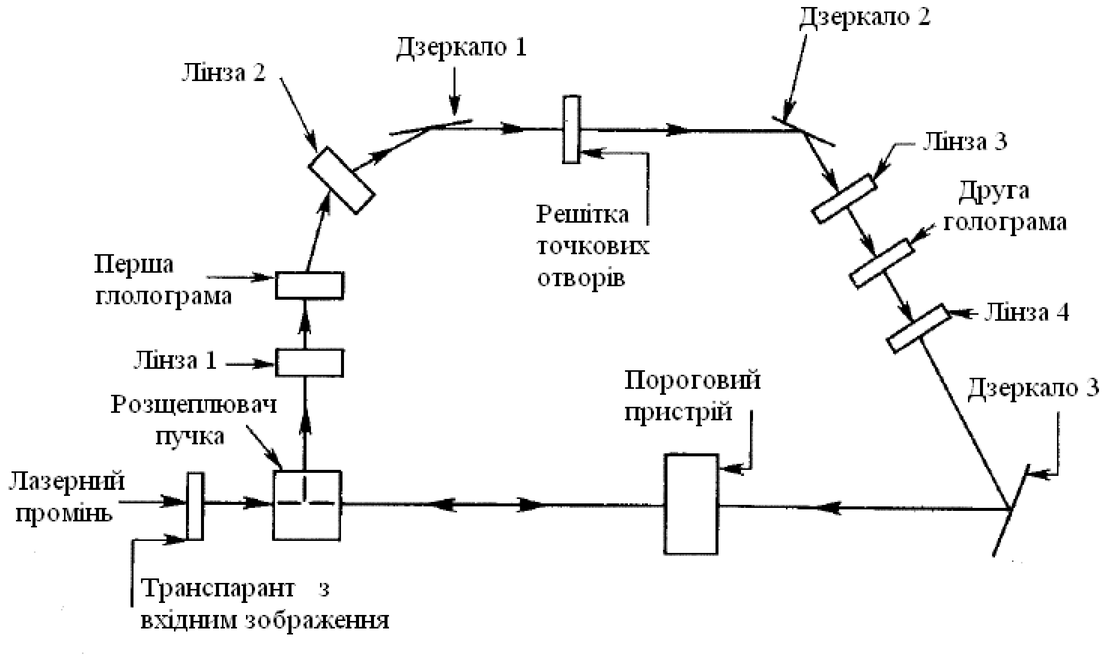


Рис.1.4. Голографічна схема розпізнавання образів з асоціативним відгуком.

В конфігурації, показаній на Рис.1.4, вхідним сигналом є зображення, сформоване транспарантом, освітленим лазерним променем. Це зображення через подільник пучка передається на пороговий пристрій, функції якого описані нижче. Зображення відбивається від порогового пристрою, повертається на подільник пучка і потім потрапляє на лінзу 1, що фокусує його на першій голограмі. Перша голограма містить кілька записаних зображень. Вхідне зображення корелюється з кожним із них, утворюючи світлові образи. Яскравість цих образів змінюється в залежності від ступеня кореляції, що визначає подібність між двома зображеннями. Лінза 2 і дзеркало 1 проектують зображення кореляцій на мікроканальний масив, де вони просторово розділяються. З мікроканального масиву сукупність світлових образів передається на дзеркало 2 через лінзу 3 і потім потрапляє на другу голограму, на якій записано ті ж зображення, що і на першій голограмі. Лінза 4 і дзеркало 3 потім передають суперпозицію сукупності кореляційних зображень на зворотну сторону порогового пристрою. Пороговий пристрій є ключовим для функціонування цієї системи. Його передня поверхня пропускає найбільш сильно той образ, що є найяскравішим на його задній поверхні. У даному випадку на задню поверхню проектується набір кореляцій кожного із записаних зображень з вхідним зображенням. Записане зображення, найбільш схоже на вхідне зображення, має найвищу кореляцію, отже, воно буде найяскравішим і буде найсильніше пропускатись передньою поверхнею. Це підсилене відбите зображення проходить через подільник пучка, після чого повторно вводиться в систему для подальшого підсилення. У результаті система буде сходитись до записаного зображення, найбільш схожого на вхідний сигнал. Після цього можна прибрати вхідне зображення, а записане зображення продовжуватиме циркулювати в системі, продукуючи вихідний сигнал, до обнуління системи. Те ж саме відбувається і тоді, коли тільки частина зображення або пошкоджене зображення подається на вхід системи.

Також заслуговує уваги описана в [12] система асоціативної оптичної пам’яті, яка, по суті, є іншою реалізацією системи, описаної вище. Відмінності полягають у наступному. На першу голограму записується не сукупність зображень, що утворюють банк пам’яті, а одне зображення, яке треба розпізнати (або відшукати). А вхідним сигналом є сукупність записаних зображень із банку пам’яті, що подаються на вхід послідовно. В [12] зображення записані на диск, а їх послідовна подача забезпечується обертанням диска. В такий спосіб кореляційні сигнали розділяються в часі, а не в просторі. Пороговий пристрій аналізує кореляційні сигнали і виділяє найбільший. Отриманий сигнал стандартизується і є керуючим сигналом для джерела опорного пучка голограми та для джерела освітлення диска. Керуючий сигнал синхронізується з обертанням диска так, що опорне джерело і освітлення диска вмикається в той момент, коли положення диска відповідає подачі на вхід саме того зображення, чий кореляційний сигнал виділив пороговий пристрій. Таким чином на голограмі записується зображення з банку пам’яті і цикл замикається. Другої голограми, як у попередньому випадку тут немає, оскільки вона виконувала роль вторинного банку пам’яті для зчитування зразкового зображення, а в цьому випадку роль і первинного і вторинного банків пам’яті виконує один і той же елемент – диск.

Підводячи підсумок огляду голографічних схем з асоціативним відгуком не можна не відмітити стійкий інтерес науки до цього питання, а також його актуальність, зважаючи на наявність публікацій останніх років [13-23]. Також видно, що для схем з плоским опорним пучком (точковим опорним джерелом) асоціативний відгук можливий лише в багатоетапних методах. Єдиний же описаний асоціативний корелятор прямої дії з точковим опорним джерелом вимагає використання нелінійної реєстрації і спостереження в +2 дифракційному порядку, що, як правило, означає значно меншу дифракційну ефективність. Таким чином, прямий асоціативний відгук найпростіше реалізується в схемах зі складним опорним джерелом [10-15]. Щоправда, в багатоетапних методах якість асоціативно відновленого зображення може бути значно кращою (фактично – наближається до ідеальної), в той час як в прямих методах якість відгуку залежить від степені кореляції відновлюючого зображення із записаним [1-9]. Не зважаючи на це, з огляду на складність і високу вартість реалізації багатоетапних методів, видається доцільним продовжувати дослідження схем з прямим асоціативним відгуком. Серед останніх, як уже зазначалось, переважають схеми зі складним опорним джерелом [11-23]. Крім того, голографія зі складним опорним джерелом взагалі є потенційно більш багатою на різні явища. Особливо цікавою в цьому відношенні видається Фур’є-голографія, оскільки в сило своїх особливостей дозволяє достатньо легко створювати ефективний математичний опис і отримувати результати, що легко інтерпретуються.

1.2. Оптичне шифрування та віртуальна оптика на базі відомих оптичних схем.

Інформаційна безпека та шифрування є важливими проблемами, які наразі стоять перед суспільством. Недостатня захищеність даних породжує напади хакерів на бази великих комерційних та фінансових компаній, які ми спостерігали нещодавно. Це в свою чергу формує потреби в додаткових дослідження та розробках прогресивних підходів, які зможуть позбавити несанкціоновані доступи до великих масивів важливих даних.

Конфіденційність при передачі даних є передовим питанням, яке потребує уваги, адже багато важливих цифрових зображення передається через загальнодоступні мережі, які часто не є достатньо захищеними. В цьому місці шифрування – виступає, як важлива техніка, яка використовується для захисту інформації при передачі даних. Оптичні схеми аналізуються багатьма дослідниками в контексті захисту інформації, шифрування одного чи багатьох зображень одночасно та автентифікації даних [24-28], також наявні оглядові роботи по базових схемах [29].

Основна мотивація застосування оптичних схем при шифруванні даних - це можливість використання природніх особливостей світлових хвиль (амплітуди, фази, поляризації тощо) та різних умов їх поєднання. Такі умови, в свою чергу, дозволяють зробити шифрування інформації безпечнішим та зменшують варіанти для ймовірних атак.

1.2.1. Метод подвійного випадкового фазового шифрування

Шифрування зображення відрізняється від шифрування тексту через деякі притаманні особливості саме зображенню, такі як великий обсяг даних та висока кореляція між суміжними пікселями, які, як правило, важко обробляти звичайними алгоритмами шифрування. Одним із з перших методів, який був використаний для оптичного шифрування зображень, є подвійне випадкове фазове шифрування (ПВФШ) [30]. Рис.1.5

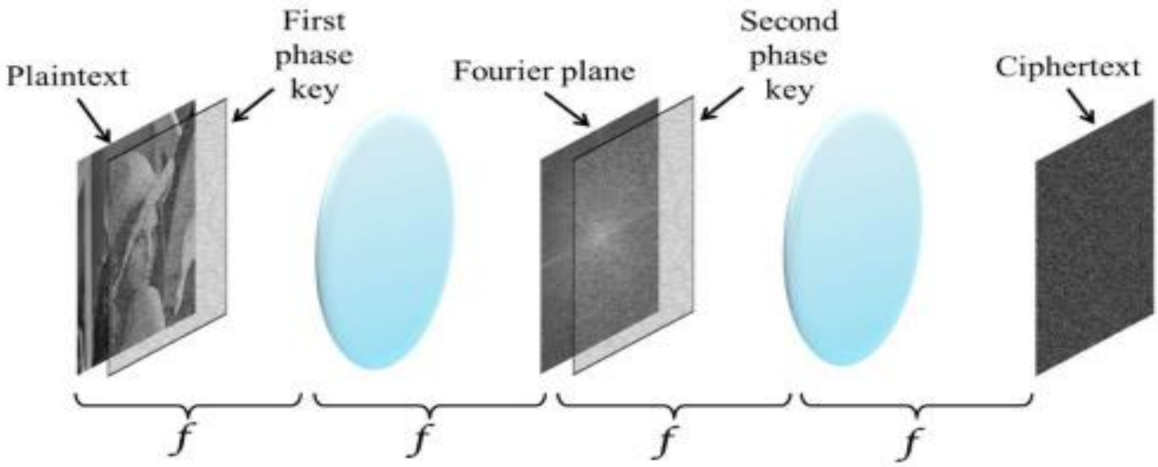


Рис.1.5. Перша схема для оптичного шифрування. Подвійне випадкове фазове шифрування

В такій схемі вхідне зображення представлене амплітудним дифузором, який в предметній площині спрягається з випадковим фазовим дифузором. Утворення зображення перетворюється Фур'є-об’єктивом. В фокальній площині об’єктива Фур'є-образ утвореного зображення спрягається з другим випадковим фазовим дифузором. Варто відмітити, що саме комплексно спряжена версія другого фазового дифузора є ключем шифрування і дешифрування даної схеми. Комплексна амплітуда первинного зображення, яке двічі спряжене з випадковим фазовим дифузором, в фокальній області другого Фур'є-об’єктива (області зображення) розглядається як зашифрована інформація. Таку інформацію можливо відновити використовуючи правильний випадковий фазовий ключ.

Серйозною проблемою в цій системі виступає спекл-шум. Хоча його можливо прибрати шляхом накладання один на одного декількох зображень із зміною випадкового фазового малюнку [31], проте такий метод збільшує кількість даних, і, відповідно, може впливати на безпеку шифрування.

Були розроблені варіанти схеми ПВФШ, використовуючи перетворення Френеля або ж дробове перетворень Фур'є. Такі схеми застосовуються для шифрування цифрових даних в оптичних системах зберігання даних. Оптичне шифрування за допомогою цифрової голографії [32] математично майже еквівалентне ПВФШ, і також придатне для шифрування зображення. Поєднання схеми ПВФШ з схемами по стисканню та пошуку даних, покращує результат шифруванню оптичного зображення [33].

Проблема із застосування оптичних схем для шифрування полягає в їх природі, бо по суті оптичні явища є лінійними процесами, а шифрування за використанням лінійних схем вразливе до різного роду атак. Саме тому в схемах ПВФШ нелінійність реалізується у процесі використання фазового дифузора для кодування. В літературі зазначається [34-37], що шифрування ПВФШ не є стійким до певних типів атак, але до цього часу було проведено мало досліджень в даному напрямку. Звичайно, ми повинні усвідомлювати той факт, що досягти рівня безпеки, який міг би зрівнятись із звичайними методами шифрування, які засновані на криптографічній теорії, дуже важко, адже там використовується більш складна математична модель. Проте хочеться звернути увагу, що навіть якщо безпека оптичного шифрування не є досконалою, його все одно вигідно використовувати, оскільки інформація зашифрована по оптичних схемах, на відміну від використання математичних моделей, захищена фізично (ще до оцифрування), що дає переваги при шифруванні зображень.

1.2.2. Віртуальна оптика як зручний апарат при оптичному шифруванні.

Віртуальна оптика (ВО) розвинулась головним чином із робіт по оптичному шифруванню [38,39]. Сьогодні ж в переважній більшості робіт по оптичному шифруванню йдеться саме про віртуальну оптику [39]. Іноді також застосовується термін «цифрова голографія» [39,40], однак така назва часто помилково асоціюється з комп'ютерним розрахунком і синтезом голограм. Тому доцільніше користуватись терміном «віртуальна оптика». Метод віртуальної оптики відходить від простої алгоритмізації голографічної системи на базі фундаментальних перетворень сигналу, наприклад перетворення Фур'є, або ж дробове перетворення Фур'є [41,42], що відбуваються в системі. Зв'язок алгоритму з реальною системою все ще прослідковується, однак лише функціонально, оскільки алгоритмізація відбувається на іншому фундаментальному базисі, більш притаманному програмній чи апаратній реалізації або ж якимось іншим факторам. Зокрема, в [43] розглядаються системи, побудовані на дискретному бінарному перетворенні Волша. В таких системах можуть проявлятись властивості, які уже не зводяться до властивостей відповідної оптичної системи через їх фундаментальні відмінності. Одна з таких систем розглядається і в даній роботі. Побудова голографічно-подібних систем спостерігається в роботах, присвячених системам пам'яті на базі нейронних мереж [13]. Зокрема в [43] описується система голографічної пам'яті з розширеними можливостями асоціативного пошуку, побудована на матричних перетвореннях з багатомірними комплексними числами. Інформація в такій системі зберігається у вигляді матриці («голограми»), в якій, шляхом «голографічної згортки» міститься множина згорток «опорних» і «предметних» сигналів.

1.2.3. Багатоканальне оптичне шифрування

Схема багатоканального оптичного шифрування (БОШ) була вперше запропонована десятиліття назад [44]. Рис.1.6

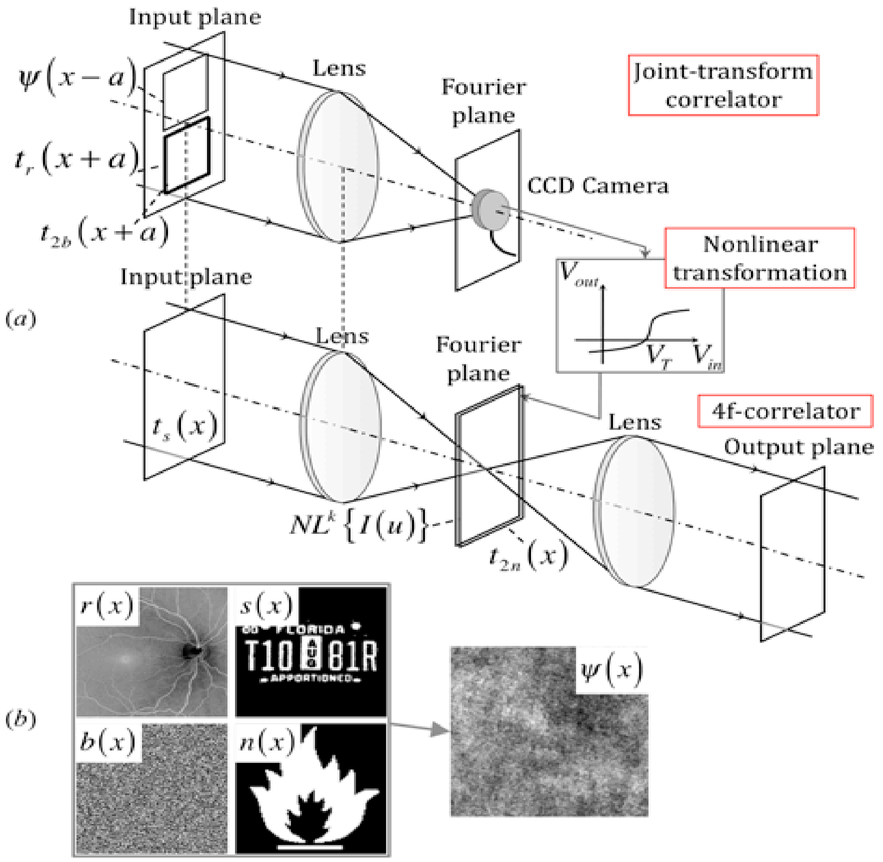


Рис.1.6. Багатоканальне оптичне шифрування.
(a) схема БОШ [45]; (b) чотири різнозначимі фактори, які використовуються для шифрування та результат шифрування.

Вона дозволяє проводити одночасне шифрування до чотирьох вхідних сигналів: $r(x), s(x), b(x), n(x)$, як єдиного комплексного розподілу, який описується певною функціє $\psi(x)$. Сигнали, які мають бути шифрованими, можуть мати різну природу: біометричні дані, логотипи, сліди, випадкові коди, тексти або інші. Вони разом утворюють шумоподібну зашифровану функцію, яка не розкриває жодної інформації про захищені сигнали. Процедура БОШ дозволяє проводити одночасно оптичну аутентифікацію всього набору сигналів, які входять до спільної шифрувальної функції, маючи змогу миттєво порівнювати зашифроване зображення з отриманою із бази даних інформацією про необхідний сигнал.

Функція $\psi(x)$ запишеться як:

$$\psi(x) = t_{r+2b}(x) * t_s(x) * FT^{-1}[t_{2n}(x)] \tag{1.3}$$

В рівняння (1.3) шифрування всіх сигналів проводиться по фазі, тобто узагальнена функція $t_s(x)$ запишеться як: $t_s(x) = \exp[j\pi s(x)]$ у випадку двох сигналів отримаємо $t_{r+2b}(x) = t_r(x)t_{2b}(x)$, FT^{-1} позначає зворотне перетворення Фур'є, а * - операцію згортки.

Оптичний процесор, що складається із спільного перетворення та 4сигнального-корелятора, які пов'язані між собою через нелінійну операцію (рисунок 5), забезпечує різкий та інтенсивний пік виходу лише тоді, коли всі зашифровані сигнали підтверджені при автенифікації. В іншому випадку, коли одне або більше перевірених зображень відрізняються від раніше зашифрованих сигналів, на виході не матимемо жодної інформації про жоден із вхідних сигналів. Кодування та автентифікація декількох сигналів є важливим досягненням оптичного шифрування, завдяки тому, що процеси в такі функції є не лінійними. Відповідно на виході отримуємо підвищення надійності системи, оскільки її реакція залежить не від перевірки одного сигналу, а від набору сигналів [44-46]. Усі вони повинні отримати позитивну перевірку, щоб забезпечити остаточну ідентифікацію і декодування вхідних сигналів.

Важливо зазначити, що такі системи оптичного шифрування зазвичай тягнуть за собою суворі вимоги до налаштувань експериментальної схеми, оскільки необхідно забезпечити жорстке співпадіння випадкового шифрувального ключа за піксельним кодом. Це дуже складно забезпечити в експериментальній установці при здійсненні розкодування зашифрованої інформації оптичним шляхом. Наразі це, мабуть, найбільша проблема для таких систем безпеки, і це головна причина, чому гібридні оптико-цифрові системи або лише цифрові є найбільш поширеними. Нещодавно були зроблені спроби досягти спрощення оптичних процесорів [47, 48]. В роботі [47] впроваджуються нелінійні операції в двоступеневий процесор спільного перетворення, що дозволяє полегшити експериментальну реалізацію оптичного шифрування-дешифрування. Крім того, реалізація методики шифрування у домені перетворення Френеля дозволяє зменшити кількість лінз, необхідних для застосування при експериментальній процедурі [46]

1.2.4. Аналіз та методики оптичної теорії інформаційної безпеки

Математично доведено, що ця метод подвійного випадкового фазового шифрування (ПВФШ) може перетворити зображення в білий шум. У цій системі маска випадкової фази, яка розміщена в площині Фур'є, відіграє важливішу роль у дешифруванні, слугуючи ключем дешифрування для системи. Таку систему дешифрування можна розглядати як точку в абстрактному просторі ключів, що представляє собою набір, який містить усі можливі варіанти коректного ключа. Як правило, вважається, що ПВФШ гарантує високу безпеку, оскільки простір ключів має розмір $\Omega^{M \times N}$ де $M \times N$ - розмір випадкових фазових масок, а Ω - кількість можливих рівнів. Якщо зображення має розмір $M = N = 512$ та $\Omega = 256$, яка розподілена за нормальним законом. Це надзвичайно великий простір можливих ключів, який навряд чи дозволить знайти точні випадкові фазові ключі за допомогою зламу системи. Проте після здійснення детального криптоаналізу даної методи [49], [50] було виявлено наступне.

Знаючи дві пари простого тексту-шифрованого тексту, можна вирішити набір лінійних рівнянь та отримати ключі до системи. За допомогою обчислювальних ресурсів того часу їм знадобилося 2 год, щоб знайти ключ розміром 100х100 пікселів. Лінійна залежність між простим текстом і шифрованим є найбільшою проблемою, з якою у весь час стикається техніка ПВФШ. Аналізуючи проблему лінійності, а також принципи методу фазової модуляції, були розробили різні методи криптоаналізу, які базуються на алгоритмах пошуку фаз [51–53], що забезпечує знаходження ключів до системи за допомогою знань кількох пар простого тексту.

Пошук швидкого та гарно захищеного алгоритму кодування зображення, з можливість використання індивідуальних ключів декодування для різного рівня персонального допуску продовжується й наразі [54-57]. Такі роботи дозволяють говорити про актуальність та необхідність проведення досліджень представлених в даній дисертації.

1.3. Сучасні підходи в формуванні та стабілізації зображення на оптичній мішені.

Сьогодні, завдяки значному розширенню застосування оптичних пінцетів для маніпулювання безконтактним способом частинок різної природи, розміру і форми в задачах медицини, біології, нанофізики і т.п [58,59], є актуальним розвиток ефективних методів формування певного амплітудно-фазового розподілу лазерного випромінювання на мішені. В ряді задач виникає потреба застосування оптичних пінцетів складної форми, а не тільки Гаусової, в залежності від природи об’єктів [60-62]. Спочатку кілька оптичних пасток реалізовувались шляхом розщеплення або швидкого сканування одним променем [63,64]. Проте, такі методи дозволяли отримати кількість захоплених об'єктів не більше 10. З іншого боку, інтерференція двох або більше когерентних променів може створювати велику кількість локальних максимумів інтенсивності, але положення таких максимумів важко змінити [65].

В свою чергу перетворення стаціонарних Гаусових пучків в пучки з потрібним розподілом поля доцільно виконувати за допомогою синтезованих голограм [66]. Такі голограми по суті є дифракційними оптичними елементами для формування лазерних пучків із заданим розподілом амплітуди і фази. Наприклад, в [67,68] синтезована голограма застосовується для формування пучка з оптичним вихором для утримання поглинаючою частинки і передачі їй обертального моменту.

1.3.1. Формування зображення в голографічному оптичному пінцеті

Голографічні оптичні пінцети (ГОП) – це один із зручних спосіб одночасного отримання масивів оптичних пасток [69-73], які можливо реалізувати завдяки рідкокристалічному просторовому модулятору світла (SLM), що забезпечує формування багатофокусного поля. SLM є ефективним інструментом, який відтворює синтезовані голограм і по суті є керованим амплітудним або фазовим транспарантом на базі рідкокристалічних елементів. Транспарант, тобто голограму, який використовується для формування оптичних пасток комп'ютером, можна використовувати для створення світлового поля, яке фокусується в ряд окремих плям у визначених місцях в [74]. Кожна пляма відповідає оптичній пастці, а кількість та положення місць захоплення можуть бути змінені відповідною зміною транспаранту, тобто завдяки швидкій зміні цифрової голограми на екрані забезпечуємо рух захопленої частинки [75-77]. Тож, підсумовуючи, метод голографічного оптичного пінцету дозволяє реалізувати одночасно різну кількість та різне положення пасток, а також дозволяє змінити їх локалізацію, просто завантаживши голографічну комп'ютерну голограму (необхідний транспарант) на SLM, без будь-яких додаткових механічних рухів. Такі масиви оптичних пасток мають різноманітне та важливе застосування, наприклад, дозволяють забезпечити безперервне сортування частинок, що переносяться рідиною, контролюють мікроскопічні взаємодії колоїдних частинок та інше [78–80].

На рис. 1.7 приведена базова схема голографічного оптичного пінцету [69]. Синтезовані голограми для ГОП можуть мати досить складну форму, однак основна ідея їх створення доволі проста. З теорії добре відомо, що на дифракційній решітці лазерний промінь дифрагує на багато порядків. Різні порядки відповідають різним кутам дифракції і мають визначене поперечне положення фокусних плям. Кожна дифракційна пляма стає оптичною пасткою, яка здатна захопити мікроскопічні об'єкти за допомогою оптичних градієнтних сил. Використовуючи дифузори (транспаранти), які мають наперед відомі параметри дифракції пучка отримуємо визначені системи оптичних пасток.

Основні напрямки досліджень, які приводяться в новітніх роботах по формування зображення в голографічних оптичних пінцетах це:

- Оптимізація алгоритмів розрахунку голограм, яка дозволяє підвищити швидкість реакції голографічного пінцета при захопленні частинок. [81-83].

- Корекція синтезованої голограми, яка забезпечує покращення енергетичної ефективності кінцевого зображення та формування поля без фантомних пасток. Забезпечення контролю досить сильних піків інтенсивності, наявність яких дозволяє захопити «небажану» частинку [84-86].

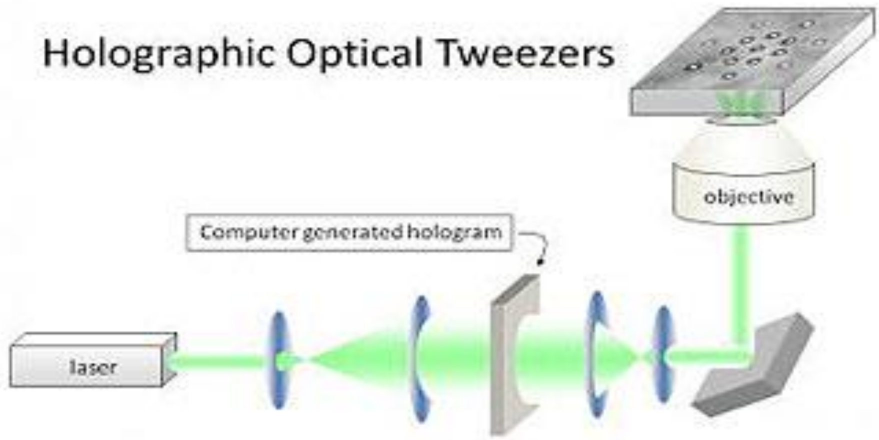


Рис.1.7. Базова схема роботи голографічного оптичного пінцету

1.3.2. Аналіз алгоритмів розрахунку синтезованих голограм для голографічного оптичного пінцету

Як було зазначено вище, головну роль при формуванні голографічних пасток відіграє саме синтезована голограма. При розрахунку голограм використовують різні алгоритми, адже потрібно вирішити завдання по створенню дифракційної решітки, яка має визначену кількість порядків дифракції, кожен з яких відповідає окремій оптичній пастці. Базова схема, яка використовується для розрахунку синтезованої голограми це суперпозиція дифракційних решіток та лінз Френеля (в літературі часто така схема називається «схема лінз та решіток»). Використання алгоритму розрахунку голограми за базовою схемою дозволяє сконструювати оптичний пінцет з визначеним тривимірним положенням пасток [87]. Також існує безліч модифікацій базового алгоритму, наприклад метод удосконалюють включаючи фазову рандомізацію, просторове розбиття [85], бінаризацію [86] та випадкове кодування маски [88]. Також успішно використовується алгоритми прямого пошуку [89].

Однак найбільш гнучкий та найпоширеніший спосіб конструювання оптичного пінцету покладається на ітераційний алгоритм перетворення Фур'є – алгоритм Герхберга-Сакстона [90-92]. Він застосовується для отримання фазової голограми.

В площині голограми береться до уваги лише фазова складова від загальної інтенсивності зображення. Далі проводиться перетворення Фур’є такої фазової голограми і в площині зображення (в області формування пасток) в утвореному розподілі поля проводиться додаткове корегування амплітуди. Потім, після корегування амплітуди, до отриманого розподілу застосовується обернене перетворення Фур’є і вже у площині голограми маємо скорегований дифузор. Далі алгоритм іде на другу ітерацію, тобто в площині голограми, як і минулого разу, береться до уваги тільки фазова компонента загального розподілу, тож

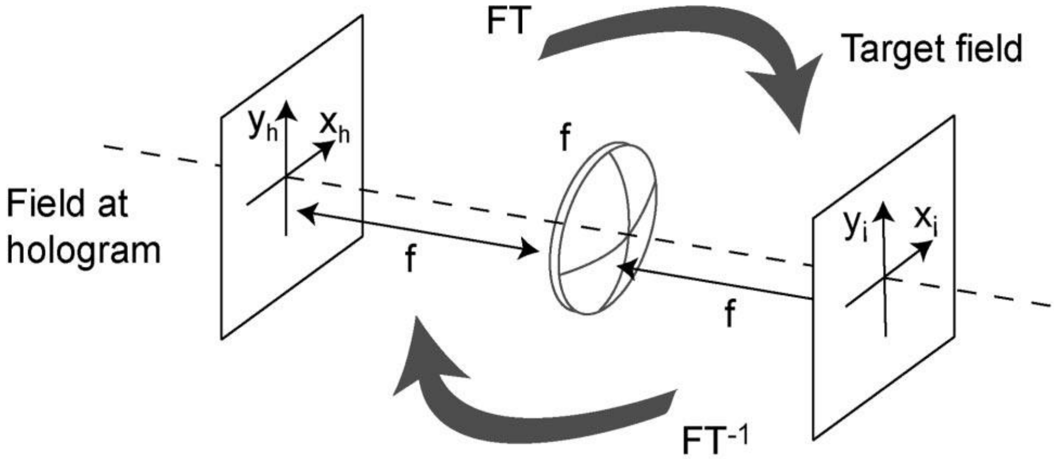


Рис.1.8. Схема роботи ітераційного алгоритму на базі перетворення Фур’є

амплітуда залишається незмінною, а в розрахунках бере участь фазова компонента. Такі ітераційні наближення проводять до поки в площині зображення отримаємо бажаний розподіл поля із заданими піками інтенсивності в конкретно локалізованих місцях. На рис.1.8. приведена базова схема роботи ітераційного алгоритму Герхберга-Сакстона.

Сучасні напрямки дослідження в даній області це напрацювання нових алгоритмів розрахунку голограм, які дозволяють створити багатофокусні масиви. Такі алгоритми відіграють ключову роль у формуванні голографічних оптичних пінцетах для одночасного захоплення пучка частинок. При розрахунку голограм окрема увага приділяється ефективності синтезованих голограми з розвинутим візерунком для конструювання геометрично складних оптичних пінцетів. В таких випадках проводиться додатковий аналіз поведінки алгоритму розрахунку та вплив його на інтенсивність утворених пасток. Враховуються особливості, які породжені симетрією синтезованої голограми та дифракційними характеристиками пучка на таких складних структурах.

В роботі [83] представлена реалізації динамічного 3D-маніпулятора, який описується удосконаленим алгоритмом Герхберга-Сакстона, який забезпечує створення нахиленої площини оптичного пінцету з можливістю швидкої генерації декількох фокусів. Показано, що мультифокусні плями мають однорідність в 99% і можуть утворюватися в нахиленій площині. Час обчислення таких голограм розміром 512×512 пікселів складає менше 0,1 секунди. А потужність даної методики дозволяє одночасно захоплювати та обертати силікатні кульки з масивом пасток 7×7 у трьох вимірах.

Для створення оптичного пінцету використовуються переважно фазові голограми з високою ефективністю дифракції. В свою чергу ефективність дифракції визначається кількістю дифрагованого світла, яку було спрямовано на створення потрібних пасток (кожна пастка – один піксель в SLM). В свою чергу недифраговане світло створює шкідливі – фантомні пастки, тобто природа фантомних пасток описуються особливостями дифракції світла на періодичній структурі, а SLM є саме такою періодичною структурою. Вплив фантомних пасток сильно відчутний саме при створенні симетричних картин в синтезованих голограмах. В такому випадку утворюються одна або кілька фантомних пасток, які перетинаються із заданими пастками і відповідно тоді такі пастки утворюють вироджені стани.

Найпростіший приклад фантомної пастки це - дифракційні піки вищих порядків, які утворюються фазовою решіткою (дифузором). Велика кількість фантомних пасток, вносить значні погіршення у формування заданого зображення. Такий вплив важливо враховувати для випадку динамічних голографічних пінцетів, адже в цьому випадку потрібно забезпечити вільний рух у трьох вимірах.

Ефекту фантомної пастки легко позбутися використовуючи для розрахунку голограми позаосьову схему Френеля. Дана схема дозволяє автоматично усунути центральне місце пучка, яке вносить найбільшу компоненту в недифраговане світло [90]. Недолік використання даної схеми для розрахунку голограм, це обмеження по утворенню одночасно багатьох кількості пасток.

Досягти повну відсутність фантомних пасток можливо застосовуючи алгоритм «кодування при використанні випадкової маски» [93]. По своєму виконанні, алгоритм, є удосконаленим та розширеним підходом базової схеми «решітки та лінзи». Він забезпечує отримання хорошої однорідність по інтенсивності в заданих місцях-пастках. Проте, як і в передньому випадку із застосуванням позаосьової схеми Френеля, ефективність голограми розрахованої за даним алгоритмом знижується настільки, що дозволяє створити лише кілька пасток [93].

Відмітимо також, що поява зайвих фантомних пасток, також є наслідком лише фазової модуляції на SLM. Щоб провести оптимізації відносної фази пасток застосовувалися алгоритм Герхберга-Сакстона або його варіації це дозволило отримати не погані результати по рівномірній інтенсивності пасток. Однак цей підхід дає поганий результат для поодиноких пасток [94], оскільки відносні фази зміщують необхідну картину інтенсивності на SLM, при цьому не роблять її більш рівномірною. Наприклад, щоб створити дві пастки, голограма вимагає синусоїдальної амплітудно-фазової модуляції, але на SLM може відображати зміну фази з постійною інтенсивність, що призводить до створення пасток привидів. Для відтворення повної голограми (тобто такої, яка містить і амплітудну і фазову компоненти) використовували ряд підходів: використовуючи два SLM [95,96] або на одній SLM [97–99], наприклад, для проектування оптичних пасток з розширеними формами.

Ще одне важливе обмеження, яке впливає на формування кінцевого зображення – це ефективність дифракції, яку може забезпечити використовуваний SLM. В першу чергу погіршення ефективної дифракції спостерігаємо в ранніх моделях, які не досягли повної фазової модуляції 2π, а такі проблеми часто зустрічаються в не дорогих сучасних моделях. В свою чергу дорогі SLM зазвичай дозволяють забезпечити достатню модуляцію і отримати високу ефективність дифракції.

В роботі [100] розглядалась можливість отримання покращення дифракційної ефективності в дешевих SLM. Відмічено, що при застосуванні стандартних алгоритмів розрахунку, зазвичай, використовують умови роботи ідеального SLM, в якому кожен піксель може вносить зсув фази від 0 до 2π, що відповідає значенню сірого масштабу, яке відповідає діапазону градації від 0 до 255. У реальному ж випадку рівень сірого в 255 не відповідає зміні фази на 2π, але, загалом, це відповідає фазовому значенню φ_{max}. Тож дана різниця враховується алгоритмами розрахунку голограми в [100]. При використанні дифракційних граток з наведеним блиском (гратки з пилоподібним профілем) можливо забезпечити зменшення контрасту голограми в заданих областях, що дозволяє значно зменшити інтенсивність нульового порядку і змінити співвідношення потужностей у першому та нульовому дифракційних порядках. Цю методику можливо використати для реалізації амплітудної модуляції на SLM. Зниженням небажаного світла, того, що близьке до нульового порядку, можливо отримати складну голограму (тобто з амплітудо. та фазою) на SLM. Якщо застосувати алгоритм «решіток та лінз» з приведеним вище уточненням, то можемо отримати посилення контрасту між необхідними плямами та фантомними плямами. Це дозволяє створити умови за яких відбувається збільшення інтенсивності бажаних плямах більш ніж у 20 разів, а плями фантомних пасток стають невидимими в порівнянні з шумом камери.

Як видно з оглянутих робіт, що забезпечення швидкого формування бажаного розподіл поля на технологічні мішені, є актуальним наразі і потребує подальших напрацювань в алгоритмах розрахунку синтезованих голограм.

РОЗДІЛ 2

САМОАСОЦІАТИВНА СХЕМА З ОДНАКОВИМИ ОПОРНИМИ І ПРЕДМЕТНИМИ ПУЧКАМИ, ЯК ЧАСТИННИЙ ВИПАДОК УЗАГАЛЬНЕНОЇ СХЕМИ ФУР'Є-ГОЛОГРАФІЇ

В даній частині роботи проводиться дослідження та опис властивостей узагальненої схеми Фур'є-голографії, якій притаманні більш загальні характеристики, ніж ті які традиційно застосовуються в відомих задачах. Такий опис дозволяє отримати і проаналізувати нову схему з однаковим опорним та предметними джерел. Використання схеми відкриває можливість оперувати джерелами; можливість спостереження відновленого зображення в потрібних дифракційних порядках; прибирає вимоги до вигляду реєструючої функції середовища; а також відкриває нові можливість оперувати масивами оптичної інформації за допомогою моделювання в межах суто голографічного підходу. Тобто розгляд тих питань, які можуть виявитись актуальними для розуміння найзагальніших принципів голографії.

Варто відмітити що в цій частині роботи увага акцентується саме на асоціативності, як базової здатності голограм, при записі та відновленні за певною схемою, отримувати на виході системи впізнаване первинне зображення. Такий підхід схожий на згадування за асоціацією, що подібно до моделі людської пам'яті.

2.1. Аналіз узагальненої схеми Фур’є - голографії

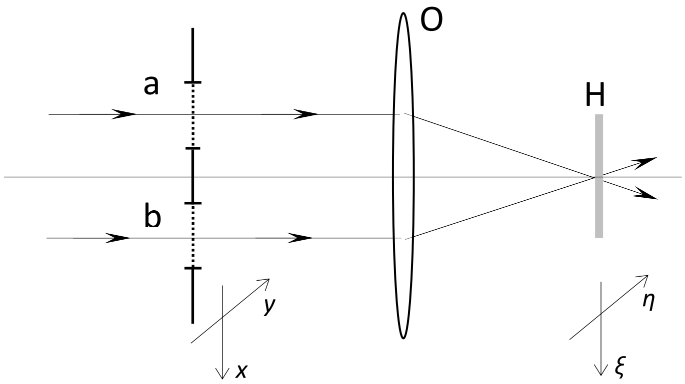


Рис.2.1. Узагальнена схема Фур’є-голографії

Для того, щоб отримати загальний вираз для Фур’є-голограми з нелінійною реєстрацією розглянемо схему запису голограми з довільними предметним і опорним джерелами (Рис.2.1) [101]. У вхідній площині, де розташовано транспаранти a та b введемо координати *(x,y)*, у задній фокусній площині об’єктива (площині голограми) – координати *(ξ,η)*. Тоді оптичне поле у вхідній площині представляється у вигляді $a(x-\Delta,y)+b(x+\Delta,y)$, де a та b – просторові функції амплітудного пропускання відповідних транспарантів (взагалі кажучи комплексні за наявності фазової модуляції). Оптичне поле h та інтенсивність I в площині голограми матимуть вигляд:

$$h(\xi,\eta)=F\{a(x-\Delta,y)+b(x+\Delta,y)\}=Ae^{+}+Be^{-} \tag{2.1}$$

$$I(\xi,\eta)=\left|Ae^{+}+Be^{-}\right|^{2}=\left|A\right|^{2}+\left|B\right|^{2}+AB^{*}e^{2+}+A^{*}Be^{2-} \tag{2.2}$$

Тут і далі для скорочення записів використовуються позначення $e^{n\pm}=\exp(\pm in\frac{2\pi\Delta}{\lambda f}\xi)$, де *Δ* – зміщення транспаранта від оптичної осі у вхідній площині Фур’є-об’єктива з фокусною відстанню *f*, при освітленні світлом з довжиною хвилі λ, а ξ – координата в площині голограми; $F\{\bullet\}$ – оператор перетворення Фур’є, $A=F\{a\}$, $B=F\{b\}$.

При записі голограми властивості реєструючого середовища змінюються в залежності від експозиції так, що його амплітудне пропускання стає функцією інтенсивності записуючого поля *f(I)*. Конкретний вигляд функції *f(I)* визначається типом реєструючого середовища, експозицією і процесом обробки (якщо такий має місце). Та незалежно від вигляду цієї функції для аналізу її можна розкласти в ряд Тейлора по степенях I [102]. Однак, щоб не віддалятись від фізики, занадто абстрагуючись від конкретики, будемо розглядати класичний випадок реєстрації на фотоплівку без шкоди для узагальнюючого характеру отриманих результатів.

Амплітудне пропускання експонованої та обробленої фотоплівки визначається виразом:

$$t = 1 - kI^{\alpha} \tag{2.3}$$

де α = - γ/2, а γ - коефіцієнт контрастності. Підставивши *I* із формули (2.2) маємо:

$$I^{\alpha} = \left(|A|^2 + |B|^2 + AB^* e^{2+} + A^* B e^{2-}\right)^{\alpha} \tag{2.4}$$

Введемо позначення $|A|^2 + |B|^2 = D$, перепишемо вираз (2.4) і застосуємо до нього розклад в степеневий ряд:

$$I^{\alpha} = D^{\alpha}\left(1 + \frac{AB^* e^{2+} + A^* B e^{2-}}{D}\right)^{\alpha} = D^{\alpha}\left[1 + \alpha\frac{AB^* e^{2+} + A^* B e^{2-}}{D} + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2}\frac{\left(AB^* e^{2+} + A^* B e^{2-}\right)^2}{D^2} + \ldots\right] =$$

$$= D^{\alpha}\left[1 + \frac{\alpha}{D}(AB^* e^{2+} + A^* B e^{2-}) + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2D^2}\left(A^2 B^{*2} e^{4+} + A^{*2} B^2 e^{4-} + 2|A|^2|B|^2\right) + \ldots\right] \tag{2.5}$$

Оскільки нема підстав вважати, що параметр розкладу $\frac{AB^* e^{2+} + A^* B e^{2-}}{D}$ є малим, то треба спробувати врахувати вклад усіх членів розкладу. Для цього згадаємо, що у виразі (5) доданки з різними експонентними множниками при відновленні голограми відповідають різним дифракційним порядкам. Доцільно згрупувати всі доданки ряду по дифракційним порядкам і подивимося, які члени даватимуть вклад в обраний порядок дифракції. Отже, при розгляді подальших членів розкладу до суми вступатимуть доданки вигляду:

$$\frac{\chi}{D^{m+n}}(AB^* e^{2+})^m (A^* B e^{2-})^n = \frac{\chi}{D^{m+n}} A^m A^{*n} B^{*m} B^n e^{2(m-n)+} \tag{2.6}$$

зафіксуємо порядок експонентного множника $m - n = \pm k, \quad k = 0,1,2,3,\ldots$ і розглянемо окремо випадки з $+k$ та $-k$:

$\underline{m - n = k, \quad m = n + k}$:

$$\frac{\chi}{D^{m+n}} A^m A^{*n} B^{*m} B^n e^{2(m-n)+} = \frac{\chi}{D^{m+n}} A^{n+k} A^{*n} B^{*(n+k)} B^n e^{2k+} = \frac{\chi}{D^{m+n}} |A|^{2n} |B|^{2n} A^k B^{*k} e^{2k+} \tag{2.7}$$

$\underline{m-n=-k, \quad n=m+k}$:

$$\frac{\chi}{D^{m+n}}A^m A^{*n} B^{*m} B^n e^{2(m-n)+} = \frac{\chi}{D^{m+n}}A^m A^{*(m+k)} B^{*m} B^{m+k} e^{2k-} = \frac{\chi}{D^{m+n}}|A|^{2m}|B|^{2m} A^{*k} B^k e^{2k-} \quad (2.8)$$

Розглянемо тепер, що являють собою функції типу $|A|^n, |B|^n$ та D^n. Вважатимемо, що автокореляційні функції транспарантів a та b мають досить δ-подібний характер (а якщо це і не так, то цього можна досягти наприклад, застосуванням дифузора), тобто $a \otimes a \sim \delta(x,y)$. З цього випливає, що $|A| \sim const$:

$$a \otimes a \sim \delta(x,y) \Rightarrow F\{a \otimes a\} \sim F\{\delta(x,y)\} \Rightarrow |A|^2 \sim const, |A| \sim const^{1/2} \sim const,$$

таким чином і $|A|^n \sim const, \quad F^{-1}\{|A|^n\} \sim \delta$, в тому числі і для нецілих і від'ємних n. Для парних додатних n це легко зрозуміти, оскільки тоді маємо справу з багаторазовими автокореляціями δ-подібних функцій, які так само є δ-подібними функціями. Стосовно D^n отримаємо такі ж висновки, якщо згадаємо, що $D = |A|^2 + |B|^2$. Отже, множники вигляду $\frac{\chi}{D^{m+n}}|A|^{2n}|B|^{2n}$ можна просто вважати деякими константами. Таким чином в кожний порядок дифракції входять однорідні доданки вигляду $const \cdot A^k B^{*k}$, або $const \cdot A^{*k} B^k$, і загальний вираз для I^α можна записати наступним чином:

$$I^\alpha = \sum_{k=0}^{\infty}\left(\beta_k A^k B^{*k} e^{2k+} + \beta_{-k} A^{*k} B^k e^{2k-}\right) \quad (2.9)$$

підставивши цей вираз в (2.3) і перепозначивши коефіцієнти, отримаємо для пропускання голограми вираз, подібний до (2.9):

$$t = \sum_{k=0}^{\infty}\left(\nu_k A^k B^{*k} e^{2k+} + \nu_{-k} A^{*k} B^k e^{2k-}\right) \quad (2.10)$$

Не дивлячись на те, що цей вираз отримано із розгляду конкретного типу нелінійності при реєстрації, він є загальним для всіх випадків тонких голограм, оскільки конкретний вигляд нелінійності задає лише конкретні значення коефіцієнтів $\nu_{\pm k}$. Єдиним обмеженням у цій формулі є те, що, згідно з застосованим припущенням, функції автокореляції обох транспарантів повинні бути δ-подібними. Ця умова ідеально реалізується у двох випадках: 1) точкове джерело; 2) просторово некогерентне протяжне джерело (дифузор). Однак, нижче буде показано, що для 0 та ±1 порядків дифракції отримані формули залишаються справедливими і без дотримання цієї вимоги.

При освітленні такої голограми за допомогою довільного транспаранта *c(x-Δ,y)* (Рис.2) безпосередньо за голограмою отримаємо відновлене оптичне поле *R*:

$$R = Ce^{+}t = \sum_{k=0}^{\infty}\left(\nu_k CA^k B^{*k} e^{(2k+1)+} + \nu_{-k} CA^{*k} B^k e^{(2k-1)-}\right) = \begin{vmatrix} CA^k B^{*k} = R_{-k} \\ CA^{*k} B^k = R_{+k} \end{vmatrix} = \\ = \sum_{k=0}^{\infty}\left(\nu_{+k} R_{-k} e^{(2k+1)+} + \nu_{-k} R_{+k} e^{(2k-1)-}\right) \qquad (2.11)$$

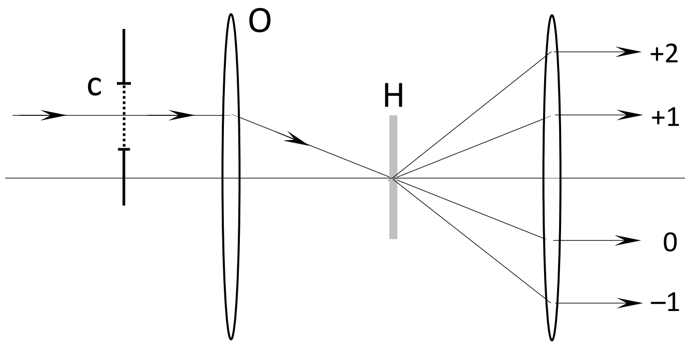


Рис.2.2. Узагальнена схема відновлення Фур'є-голограми

Формально вираз (2.11) містить нескінченну кількість доданків. Це відповідає, знову ж таки формально, нескінченній кількості дифракційних порядків. Однак зрозуміло, що фізичний зміст мають лише ті з них, що відповідають дифракції на кути менше 90° в обидва боки. Хоча слід відмітити, що функція пропускання голограми може реально містити доданки і більш високого порядку, якщо роздільна здатність реєструючого середовища перевищує обернену довжину хвилі випромінювання. Із хвильової теорії світла відомо, що об'єкти з просторовим розділенням, меншим за довжину хвилі, породжують неоднорідні хвилі, що швидко затухають з відстанню. Згадувані вище доданки високих порядків як раз і підпадають під цю тезу. Результат відновлення Фур'є-голограми спостерігаємо у фокусній площині другого Фур'є-об'єктива, розташованого за голограмою (Рис.2.2):

$$r = F^{-1}\{R\} = \sum_k \left(\nu_{+k} r_{-k} + \nu_{-k} r_{+k}\right), \qquad r_{\pm k} = F^{-1}\{R_{\pm k}\} \qquad (2.12)$$

$\underline{k=0}$

$$r_0 = F^{-1}\{C\} = c \tag{2.13}$$

$\underline{k=1}$

$$\begin{aligned} r_{+1} &= F^{-1}\{CA^{*}B\} = (a \otimes b) * c \equiv (a \otimes c) * b \\ r_{-1} &= F^{-1}\{CAB^{*}\} = (b \otimes a) * c \equiv (b \otimes c) * a \end{aligned} \tag{2.14}$$

$\underline{k=2}$

$$\begin{aligned} r_{+2} &= F^{-1}\{CA^{*2}B^{2}\} = [a \otimes b]^2 * c \equiv (a \otimes c) * \left(a \otimes [b]^2\right) \\ r_{-2} &= F^{-1}\{CA^{2}B^{*2}\} = [b \otimes a]^2 * c \equiv (b \otimes c) * \left(b \otimes [a]^2\right) \end{aligned} \tag{2.15}$$

………

$\underline{k=n}$

$$\begin{aligned} r_{+n} &= F^{-1}\{CA^{*n}B^{n}\} = [a \otimes b]^n * c \equiv \ldots \\ r_{-n} &= F^{-1}\{CA^{n}B^{*n}\} = [b \otimes a]^n * c \equiv \ldots \end{aligned} \tag{2.16}$$

В формулах (2.12)-(2.16) використані наступні позначення: $F^{-1}\{\bullet\}$ – оператор зворотного перетворення Фур'є; $\otimes$ – оператор кореляції; $*$ – оператор згортки; $[\bullet]^n$ – оператор n-кратної згортки. Користуючись формулами (2.11)-(2.16) можна аналізувати будь-які випадки, що можуть реалізуватись в схемі Фур'є-голографії. Звернімо увагу на те, що формули (2.13) та (2.14) мають такий же вигляд, як би були отримані без припущення про δ-подібність функцій автокореляції транспарантів. Застосуємо тепер розроблений формалізм для розгляду кількох відомих випадків відновлення фантомних та асоціативних зображень.

2.2. Теоретичний опис самоасоціативної схеми з однаковим опорним і предметним пучками.

Аналізуючи отримані вище формули (2.14), які описують відновлення зображення в ±1 порядках для загальної схеми Фур'є-голографії, для подальшаго опису самоасоціативної схеми покладемо в них, що $c=b$ або $c=a$ Відповідно до наведених міркування формули (2.14) запишуться як:

$$\begin{aligned} & c=b \\ & \quad r_{+1}=F^{-1}\left\{A^{*}BB\right\}=(a\otimes b)*b \\ & \quad r_{-1}=F^{-1}\left\{AB^{*}B\right\}=(b\otimes b)*a\sim a \\ & c=a \\ & \quad r_{+1}=F^{-1}\left\{A^{*}AB\right\}=(a\otimes a)*b\sim b \\ & \quad r_{-1}=F^{-1}\left\{AAB^{*}\right\}=(a\otimes b)*a \end{aligned} \tag{2.17}$$

Бачимо, що при підстановці замість відновлюючого зображення одного із записаних в +1 або в –1 дифракційному порядку утворюється відгук у вигляді другого із записаних зображень. Таким чином, голограма встановлює свого роду асоціативний зв’язок між записаними на ній зображеннями. Власне це і є механізм явища утворення фантомних зображень в безопорній голограмі, що розглядалась вище. Якщо ж в такій схемі опорне і предметне зображення будуть однаковими ($b=a$), то зображення a виявиться асоціативно зв’язаним саме з собою і при співпадінні відновлюю чого зображення з записаним утвориться відгук у вигляді того ж зображення в +1 і в –1 дифракційних порядках:

$$\begin{aligned} & b=a,\, c=a \\ & \quad r_{+1}=F^{-1}\left\{A^{*}AA\right\}=(a\otimes a)*a\sim a \\ & \quad r_{-1}=F^{-1}\left\{AA^{*}A\right\}=(a\otimes a)*a\sim a \end{aligned} \tag{2.18}$$

Тобто схема видає на виході записане на ній зображення, впізнаючи у відновлюючому. Коли ж у відновлююче зображення підставити замість цілого лиш частину записаного, то ситуація буде подібною, однак, на перший погляд виникає деяка неоднозначність (для скорочення записів, розглянемо лиш +1 порядок, в –1 все аналогічно):

$$\begin{aligned} & b=a,\, c=a_p \\ & \quad r_{+1}=F^{-1}\left\{A^{*}A_pA\right\}=(a_p\otimes a)*a\equiv(a\otimes a)*a_p \end{aligned} \tag{2.19}$$

Оскільки частина зображення корелює з цілим, то, з одного боку, має сформуватись відгук в вигляді цілого зображення:

$$(a_p \otimes a) * a \sim a \tag{2.20}$$

а з іншого боку, оскільки і ціле корелює з цілим, відгук має сформуватись як частина зображення, що використана при відновленні:

$$(a \otimes a) * a_p \sim a_p \tag{2.21}$$

Насправді, відновлюється одночасно і те і інше в міру кореляції. Відгук формується подібно до фантомного зображення, тобто яскрава частина зображення, використана для відновлення, і менш яскрава доповнююча до цілого частина.

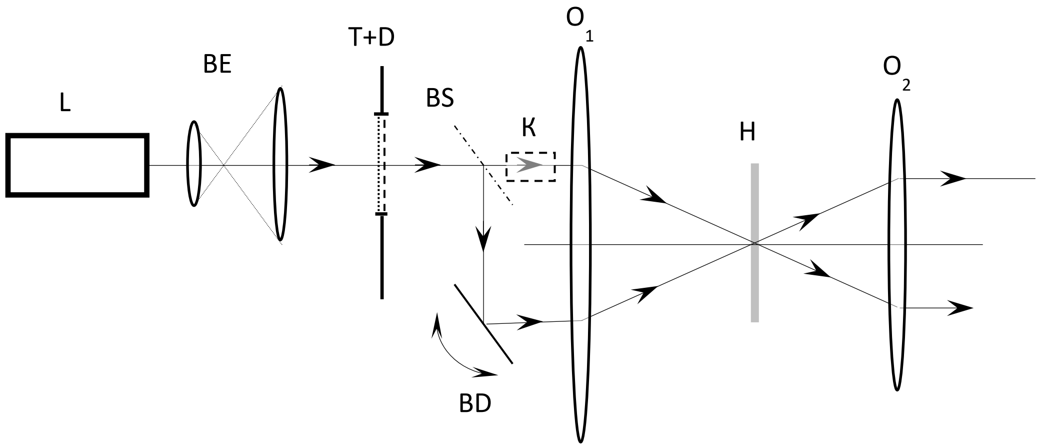


Рис.2.3. Самоасоціативна схема Фур'є-голографії з однаковими предметним і опорним пучками (запис та відновлення).

L – лазер, BE – телескоп; T+D – транспарант зображення, спряжений з фазовим дифузором; BS – світлоподільник; BD – поворотне дзеркало; К – компенсатор оптичної різниці ходу; O1,O2 – Фур'є-об'єктиви; H – голограма;

Експериментально така схема реалізується отриманням двох ідентичних пучків із одного поділом його на два по амплітуді (Рис.2.3). Робота даної схеми описана в публікаціях [101, 103, 104]. Схема вимагає юстування за допомогою поворотного дзеркала BD для точного зведення пучків в площині голограми H. Тоді наведені вище формули і міркування будуть справедливими.

Закономірно виникає питання, що ж відбуватиметься в схемі у випадку її роз'юстування, тобто при неточному зведенні пучків. Очевидно, просторові спектри отриманих таким чином пучків будуть відрізнятись взаємним розташуванням відносно оптичної осі. Зображення ж, позначимо їх тепер *a* і *a'*, відрізнятимуться лінійним набігом фази вздовж напрямку роз'юстування і, таким чином, ступінь їх кореляції значно зменшується. Відновлююче ж зображення a_p зберігає здатність корелювати з одним із записаних зображень, в залежності від того, яке плече схеми використовується при відновленні, для визначеності з a. Таким чином, варіантів формування відгуку схеми виживає тільки той, що містить кореляцію a_p з a:

$$(a_p \otimes a) * a' \sim a' \qquad (2.22)$$

Тобто, відгук формується у вигляді повного зображення з рівномірним розподілом яскравості, пов'язаного із записаним зображенням *a'*. В той час як відновлення зображення, пов'язаного з a_p придушується.

Отже, у схемі Фур'є-голографії з однаковими опорним і предметним пучками можливо формування відгуку як у вигляді фантомного зображення так і у вигляді асоціативно відновленого зображення в залежності від юстування схеми.

2.3. Розгляд умов юстування самоасоціативної схеми

Як було оговорено вище в описі, в схемі Фур'є-голографії з однаковими опорним і предметним пучками в залежності від юстування схеми можливо формування відгуку як у вигляді фантомного зображення так і у вигляді асоціативно відновленого зображення. А параметром юстування, який визначає перехід від фантомного зображення до асоціативного, є відносний зсув Фур'є-спектрів предметного та опорного пучків в площині голограми [105]. Отже, для цієї схеми (Рис.2.3):

$$B(\omega_x, \omega_y) \equiv A(\omega_x - s_x, \omega_y - s_y) = A_s, \quad C \equiv F\{a \cdot p\} = A_p \qquad (2.23)$$

тут p – функція-маска, яка дорівнює 0 всюди окрім деякої області, де вона дорівнює 1, тобто вона просто вирізає якусь частину зображення a. Таким чином для –1 та +1 порядків маємо:

$$R_{-1} = AA_s^* A_p, \qquad R_{+1} = A^* A_s A_p \qquad (2.24)$$

Після оберненого перетворення Фур'є (другого Фур'є-об'єктива) маємо наступне:

$$r_{-1} = F^{-1}\{R_{-1}\} = (a \otimes a_s) * a_p \equiv (a_p \otimes a_s) * a$$
$$r_{+1} = F^{-1}\{R_{+1}\} = (a_s \otimes a) * a_p \equiv (a_p \otimes a\,) * a_s \tag{2.25}$$

Можливість представлення відновленого поля в двох еквівалентних "кореляційно-згорточних" формах (праворуч і ліворуч від знаку тотожності) дозволяє якісно зрозуміти як утворюється асоціативний чи фантомний відгук. Для цього уявимо собі одну з функцій, що беруть участь у згортці, а саме функцію кореляції, у вигляді суми δ-подібної частини і не-δ-подібного залишку. Ніщо не заважає нам так зробити, оскільки завжди можна покласти δ-подібну частину як завгодно малою, тоді залишок переходить в саму функцію. В такому представленні результат згортки набуває очевидної інтерпретації: δ-подібна частина вимальовує другу функцію-учасницю згортки, а залишок додає розмиття і шум (можливо інформативний):

$$c * a = (m\delta + res) * a = m \cdot \delta * a + res * a = ma + N \tag{2.26}$$

Коефіцієнт m, який є мірою сили δ-подібної частини у функції $c(x,y)$, як неважко переконатись дорівнює значенню цієї функції в точці (0,0).

Розглянемо, користуючись такими міркуваннями, можливість утворення асоціативного відгуку в +1 та –1 порядках дифракції. Отже із формул (2.25) і (2.26) для +1 порядку можна записати:

$$r_{+1} = ma_s + N_{a_s} = na_p + N_{a_p} \Rightarrow r_{+1} = ma_s + na_p + N \tag{2.27}$$

реєструємо інтенсивність, тому:

$$I_{cd} = |r_{+1}|^2 = |m|^2 |a_s|^2 + |n|^2 |a_p|^2 + N' \tag{2.28}$$

доданок N' як шум так і всі доданки, пов'язані з когерентним додаванням членів формули (2.27), однак обмежимось розглядом простого сумування інтенсивностей. Цього цілком достатньо для виявлення головних закономірностей, що підтверджується результатами моделювання і експерименту.

$$m \sim (a_p \otimes a)|_{0,0} = \int a(x,y)\,p(x,y)\,a^*(x,y)\,dxdy =$$
$$= \int |a_p|^2 dxdy = \langle a_p \rangle^2 \tag{2.29}$$

$$n \sim (a_s \otimes a)\,|_{0,0} = \int a_s(x,y)a^*(x,y)dxdy =$$
$$= \begin{vmatrix} a_s = F^{-1}\left\{A(\omega_x - s_x, \omega_y - s_y)\right\} = \\ = a(x,y)e^{-ixs_x}e^{-iys_y} \end{vmatrix} = \tag{2.30}$$
$$= \int |a|^2 e^{-i(xs_x + ys_y)}dxdy = F\left\{|a|^2\right\}$$

Будемо вважати, що відгук є *асоціативним* коли $|m|^2 > |n|^2$, отже, для +1 порядку ця умова має вигляд:

$$|m|^2 > |n|^2 \quad \Rightarrow \quad \left\langle a_p \right\rangle^2 > \left|F\left\{|a|^2\right\}\right| \tag{2.31}$$

Слід зауважити, що m тут є функцією відкритої частини зображення, а n – функцією зсуву (s_x,s_y).

Для –1 порядку аналогічно:

$$\begin{aligned} r_{-1} &= ma + N_a = na_p + N_{a_p} = ma + na_p + N \\ I_{-1} &= |r_{-1}|^2 = |m|^2|a|^2 + |n|^2|a_p|^2 + N' \end{aligned} \tag{2.32}$$

$$\begin{aligned} m \sim (a_p \otimes a_s)\,|_{0,0} &= \int a(x,y)p(x,y)a^*(x,y)e^{-i(xs_x + ys_y)}dxdy = \\ &= \int |a_p|^2 e^{-i(xs_x + ys_y)}dxdy = F\left\{|a_p|^2\right\} \end{aligned} \tag{2.33}$$

$$n \sim (a \otimes a_s)\,|_{0,0} = F\left\{|a|^2\right\} \tag{2.34}$$

$$|m|^2 > |n|^2 \quad \Rightarrow \quad \left|F\left\{|a_p|^2\right\}\right| > \left|F\left\{|a|^2\right\}\right| \tag{2.35}$$

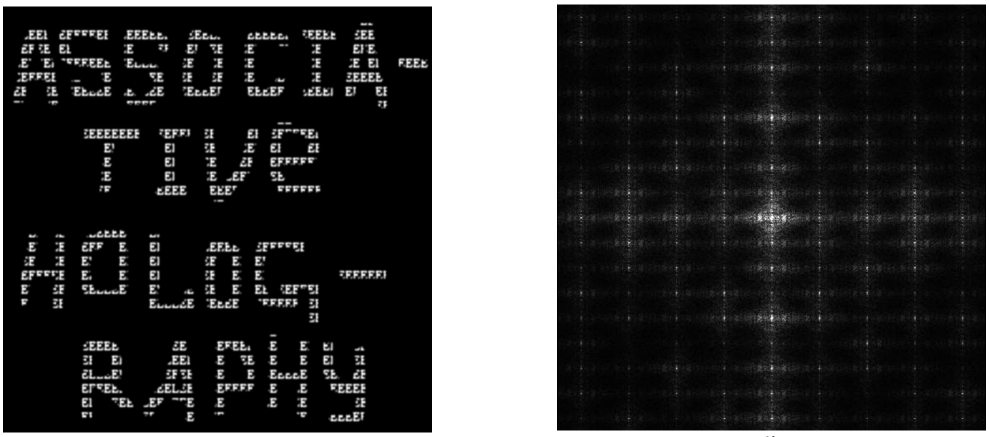
Важливим є той момент, що в сформульованих умовах під інтегралами фігурують квадрати модулів функцій, тобто інтенсивності світлових полів, а не амплітуди. Тобто, якщо говорити про транспарант, то мова йде про його енергетичне пропускання, а не амплітудне. А це означає, що введення будь-якого фазового множника (в нашому випадку фазового дифузора з метою наближення автокореляції транспаранта до δ-функції) не впливає на умови отримання фантомного чи асоціативного відгуку схеми, що описуються формулами (2.31) та (2.35).

Для спостереження розглянутих закономірностей потрібно було б мати транспарант з наступними властивостями:

1) Фур'є-спектр енергетичного пропускання транспаранта повинен містити побічні максимуми окрім центрального => транспарант має містити періодичні компоненти;

2) інформаційна складова транспаранта не повинна бути пов'язана з періодичністю в його структурі.

Необхідність першої вимоги зрозуміла, що ж стосується другої, то вона продиктована наступними міркуваннями. Доданок $\boldsymbol{N}$ в формулі (2.27) містить когерентний шум, пов'язаний з участю у згортці $(a_p \otimes a) * a_s$ (формула (2.25)) нецентральних компонент кореляційної функції $(a_p \otimes a)$. Остання, при наявності періодичності в структурі транспаранта, також має виражену структуру. А в результаті згортки і шум також набуває структури. Таким чином корисна інформація спостерігатиметься на фоні структурованого шуму, тому не бажано, щоб вона малу структуру, подібну до структури шуму.



а) б)

Рис.2.4 Зображення спеціального вигляду а) для досліджень та його Фур'є-спектр б).

Висунутим вимогам задовольняє зображення, приведене на Рис.2.4, що являє собою текст “ASSOCIATIVE HOLOGRAPHY”, прописаний періодичною текстурою із символа “E”.

Моделювання проводились для +1 дифракційного порядку в математичному пакеті MatLab із зображеннями розміром 512x512 точок. Дифузор було змодельовано у вигляді матриці з елементами, що у випадковому порядку приймають фіксовані значення ±1, при чому середнє значення елементів матриці приблизно дорівнює 0, з точністю до 10^{-5}. Для розрахунків використовувалась формула (2.24) та дискретне перетворення Фур’є із набору стандартних функцій пакета MatLab. Було розглянуто кілька випадків запису/відновлення голограми для характерних значень зсуву $\vec{S} = (s_x, s_y)$, при чому $s_y=0$, а змінювалось тільки s_x (по Рис.2.4б. від центру до правого краю).

Результати моделювання проілюстровані на Рис.2.5 та Рис2.6. А саме, на Рис.2.5 приведено графік залежності відношення |n|/m від зсуву s_x, де m та n обраховані за формулами (2.27) та (2.28). Пронумерованими стрілками на Рис.2.5 позначено точки, для яких проводились розрахунки, результати яких приведено на Рис.2.6 в-е. На Рис.2.6 а,б показано ціле зображення, що приймає участь у

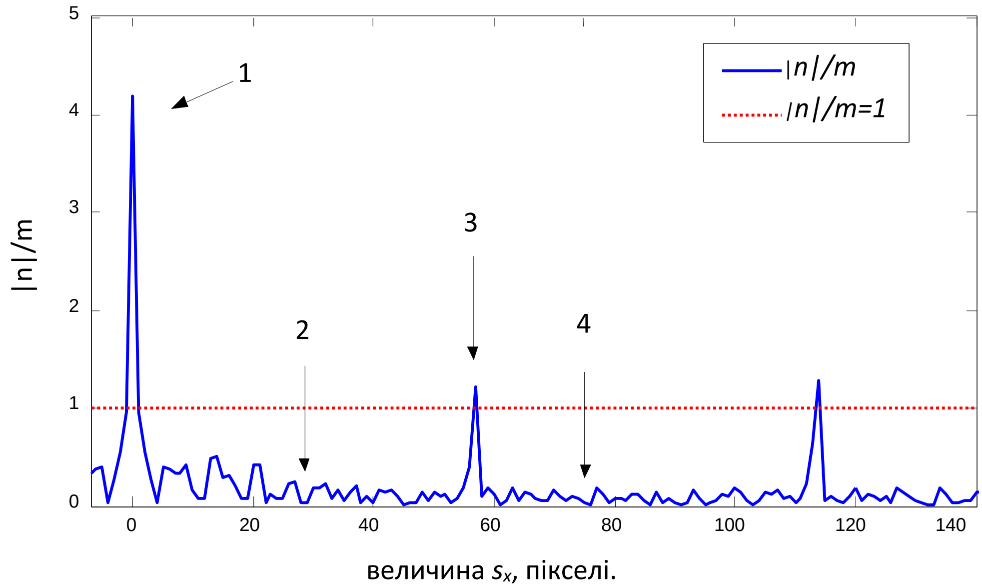


Рис.2.5. Графік залежності відношення коефіцієнтів **|n|/m** від зсуву S_x (S_y=0).

записі голограми, та частина зображення, що використовується для відновлення голограми.

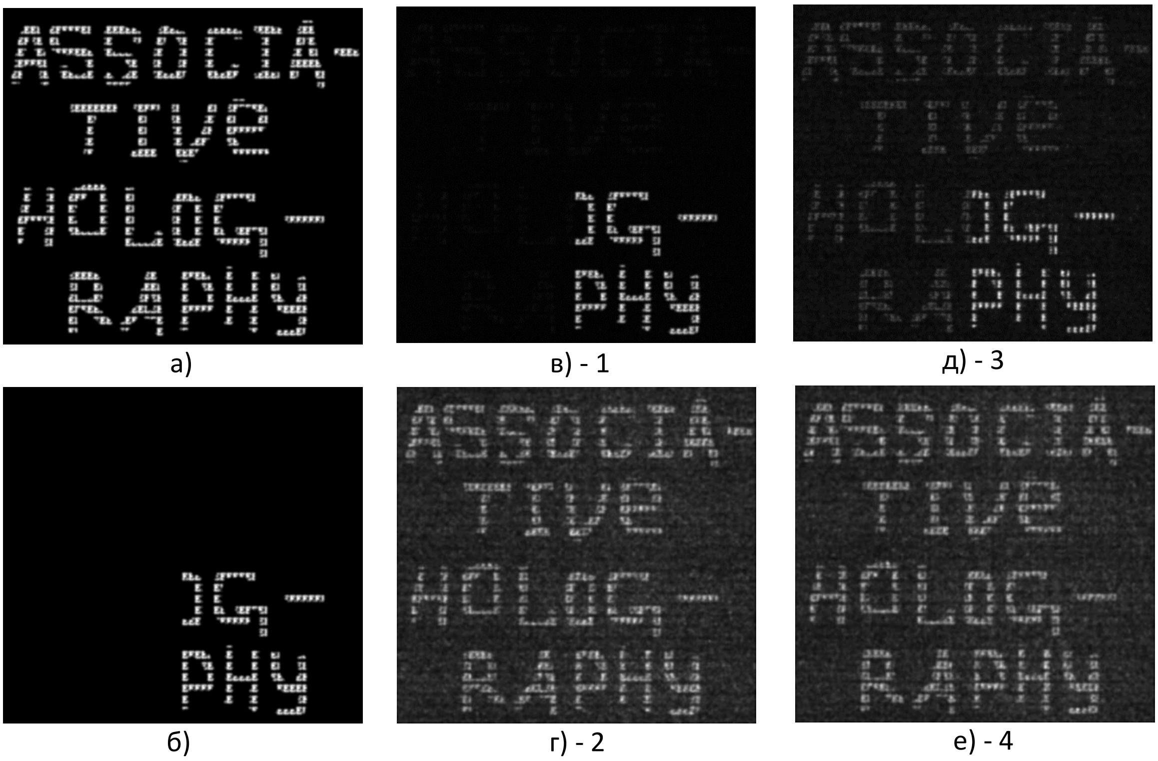


Рис.2.6 Відновлення зображення різного типу в залежності від зсуву.
а) оригінальне зображення; б) відновлюючи частина;
в),г),д),е) – відновлені в +1 порядку дифракції, що відповідають точкам 1,2,3,4 на графіку Рис.2.5

2.4. Аналіз співвідношення сигнал-шум в самоасоціативній схемі

В цій частині роботи спробуємо зробити оцінку співвідношення сигнал/шум у формі середнього контрасту при асоціативному відновленні зображення в схемі з однаковими опорним і предметним пучками для передбачення і аналізу роботи схеми [106,107].

$$SNR=V=(I_{max}-I_{min})/(I_{max}+I_{min}) \tag{2.36}$$

Для подальшого аналізу розглянемо формул, що описують відновлення зображення в +1 порядку дифракції для схеми з однаковими опорним та предметним пучками:

$$\begin{aligned} R_{+1} &= A^* A_s A_p \\ r_{+1} &= F^{-1}\{R_{+1}\} = (a_s \otimes a) * a_p \equiv (a_p \otimes a) * a_s \end{aligned} \tag{2.37}$$

Сигналом в даному випадку є інтенсивність відновленого зображення:

$$|r_{+1}|^2 = |(a_p \otimes a) * a_s|^2 = |h * a_s|^2, \quad h = a_p \otimes a \tag{2.38}$$

Позначення, *h* для функції кореляції $a_p \otimes a$ введене, щоб виділити її роль як апаратної функції схеми. Згадаємо, що при застосуванні дифузора функція *h* має вигляд δ-подібного центрального піка і шумоподібного фону. Тому справедливо буде представити її у вигляді суми цих двох виділених частин:

$$\begin{aligned} &h = h_0\delta + h_N, \\ &|h * a_s|^2 = |h_0 a_s + h_N * a_s|^2 = |h_0|^2 |a_s|^2 + |h_N * a_s|^2 + 2\,\mathrm{Re}\big(h_0^* a_s^* (h_N * a_s)\big) \end{aligned} \tag{2.39}$$

В силу властивостей операції згортки чистий сигнал відновлюється саме завдяки центральному δ-піку, і представлений в формулі (2.39) першим доданком. Другий доданок – згортка сигналу з шумоподібною частиною апаратної функції схеми, – утворює шум. Потрібно відмітити, що формула контрасту введена в даному розділі (2.36) для бінарного сигналу із можливими значеннями 0 і 1. Детальне обґрунтування цього випадку наведено в додатку та [108]. Таким чином третій доданок існує тільки там де оригінальний сигнал дорівнює 1, оскільки містить добуток з оригінальним бінарним сигналом. Тепер перейдемо безпосередньо до формули для контрасту:

$$\begin{aligned} \overline{I_{\max}} &= \overline{|r_{+1}|^2}\Big|_{|a_s|=1} = \overline{|h_0|^2 + |h_N * a_s|^2 + 2\,\mathrm{Re}\big(h_0^* a_s^* (h_N * a_s)\big)} \\ \overline{I_{\min}} &= \overline{|r_{+1}|^2}\Big|_{|a_s|=0} = \overline{|h_N * a_s|^2} \end{aligned} \tag{2.40}$$

На підставі міркувань, які наводяться в останньому розділі даної роботи разом з детальним аналізом дифузора буде показано, що вираз для $\overline{I_{\min}}$ можна представити наступним чином:

$$\overline{|h_N * a_s|^2} \approx \overline{|h_N|^2 * |a_s|^2} \tag{2.41}$$

Оскільки $|a_s|^2$ – бінарна функція, що набуває значення 0 та 1, то при згортці фактично інтегрування відбувається тільки по області, де $|a_s|^2 = 1$, а підінтегральною функцією є $|h_N|^2$. Тому останній результат можна записати в остаточному вигляді:

$$\overline{|h_N|^2 * |a_s|^2} = \overline{|a_s|^2} \sum |h_N|^2 = \overline{|h_N|^2} \sum |a_s|^2 \qquad (2.42)$$

Залишається невизначеним третій доданок $\overline{2\,\mathrm{Re}\left(h_0^* a_s^* \left(h_N * a_s\right)\right)}$ в формулі для $\overline{I_{\max}}$. Позначимо його поки що як Δ. Вважатимемо цей доданок малою поправкою до сигналу. По-перше, він множиться на h_0 в першій степені на відміну від основної частини сигналу $|h_0|^2$, а по-друге, може набувати як додатних, так і від'ємних значень, завдяки чому можна сподіватись, що середнє значення буде близьким до 0. Введемо також позначення для $|h_0|^2$ та $\overline{|a_s|^2} \sum |h_N|^2$ – S та N відповідно, оскільки вони мають зміст середньоквадратичних значень сигналу та шуму. Отже, остаточно:

$$\overline{I_{\max}} = S + N + \Delta, \quad \overline{I_{\min}} = N, \quad S = |h_0|^2, \quad N = \overline{|a_s|^2} \sum |h_N|^2$$
$$\overline{V} = \frac{\overline{I_{\max}} - \overline{I_{\min}}}{\overline{I_{\max}} + \overline{I_{\min}}} = \frac{S + \Delta}{S + 2N + \Delta} \qquad (2.43)$$

Та це ще не кінцевий результат, оскільки в останній формулі залишається невизначений параметр Δ. Як було сказано вище, його можна вважати малою поправкою до сигналу. Однак при малому сигналі, ця поправка маже стати помітною, а в силу її означення, вона непередбачувана. Тому краще якимось чином позбавитись її. Для цього спробуємо шукати формулу для контрасту в наступному вигляді:

$$\overline{V} = \frac{S + \alpha N}{S + \beta N} \qquad (2.44)$$

Коефіцієнти α і β знайдемо мінімізуючи середньоквадратичну похибку визначення контрасту за останньою формулою в порівнянні з результатами моделювання. Розрахунки показали, що середньоквадратична похибка, як функція параметрів α і β має пологий мінімум в околі значень α=0,21, β=1,22. На Рис.2.7 приведено кілька графіків залежності контрасту відновленого зображення від степені маскування відновлюючого зображення для різних зображень. На Рис.2.7 наведено кілька графіків, розрахованих за формулою (2.44) та за результатами моделювання для кількох різних зображень [107].

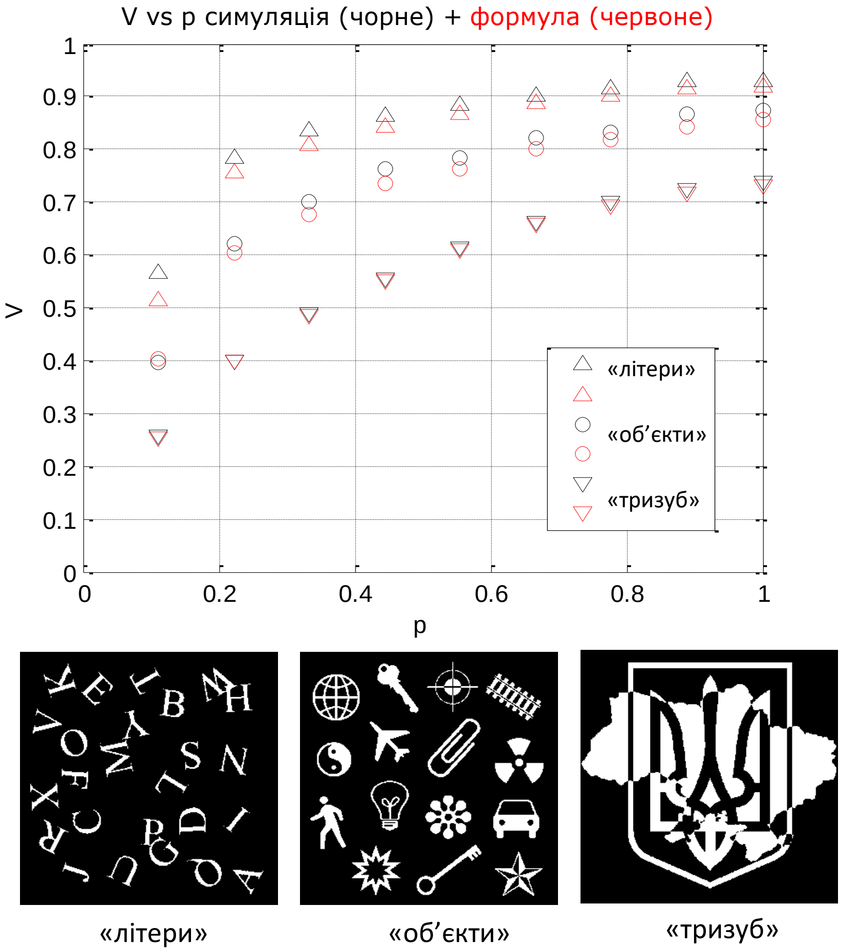


Рис. 2.7. Залежність контрасту у відновленому зображенні від площі відновлюючого зображення.

Формула для контрасту (2.36) при S і N, визначених за формулою (2.44) годиться, взагалі кажучи, для будь-яких відмінностей між a і a_p. Якщо ж прийняти до уваги, що різниця полягає тільки у маскуванні, введеному в зображенні a_p (тобто немає ніяких інших амплітудно-фазових змін), то, формули для S і N, можна спростити:

$$S = |h_0|^2 = \left(\sum |a_p|^2\right)^2, \quad N = \overline{|a_s|^2} \sum |h_N|^2 = \overline{|a_s|^2} \sum |a|^2 \sum |a_p|^2 \qquad (2.45)$$

Якщо ж припустити, що структура зображення досить рівномірна, і середнє значення інтенсивності довільно обраної його ділянки дорівнює середній інтенсивності всього зображення, то записи ще спростяться:

$$S = p^2\Sigma^2, \quad N = p\sigma\Sigma^2 \tag{2.46}$$

тут введено позначення: $\Sigma = \sum |a|^2$, $\sigma = \overline{|a|^2}$, p – відкрита площа відновлюючого зображення. Тоді формула для контрасту набуває наступного вигляду:

$$\overline{V} = \frac{p + \alpha\sigma}{p + \beta\sigma} \tag{2.47}$$

Остання формула, як видно і із способу її отримання і з її вигляду не відображає особливостей конкретного зображення, хіба що окрім щільності його заповнення, мірою якої є середнє значення інтенсивності σ. Однак вона відображає загальні закономірності асоціативного відновлення зображень в схемі Фур'є-голографії з однаковим предметним і опорним пучками.

Зокрема, як видно з Рис.2.8, зображення з меншим заповненням (меншою середньою інтенсивністю) мають більше значення контрасту. Це пов'язано з тим, що, як випливає з означення середнього контрасту, середній рівень сигналу

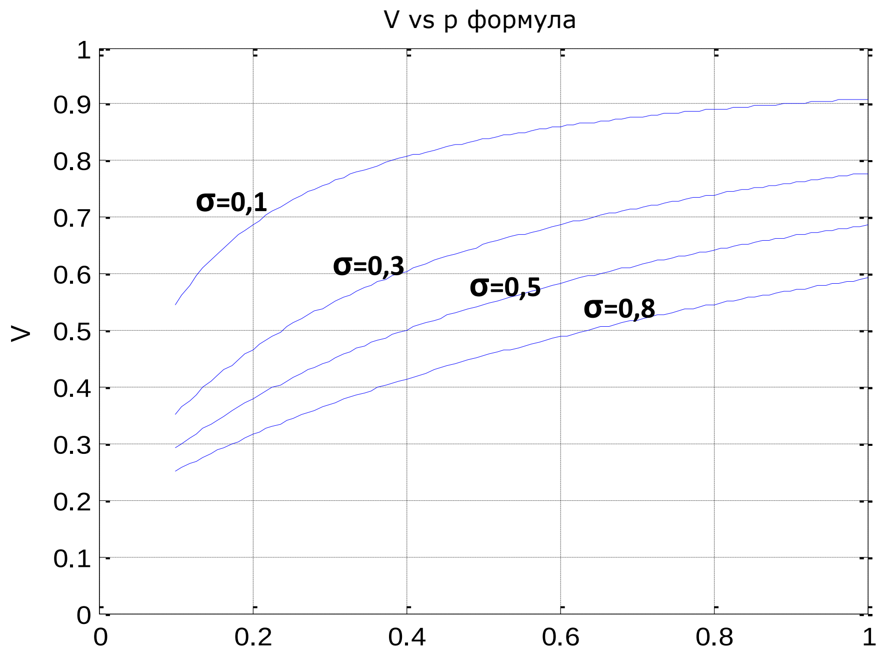


Рис. 2.8. Залежність контрасту у відновленому зображенні від площі відновлюючого зображення і середньої інтенсивності.

визначається тільки в області його існування, а середній рівень шуму, як випливає із виведення формули (2.36), залежить від середнього рівня сигналу по всій площі зображення. Таким чином, при меншому заповненні зображення зменшуються середнє значення шуму при незмінному середньому рівні сигналу, отже, контраст зростає.

2.5. Експериментальні дослідження роботи самоасоціативної схеми

Оптична схема експериментальної установки приведена на Рис.2.9.

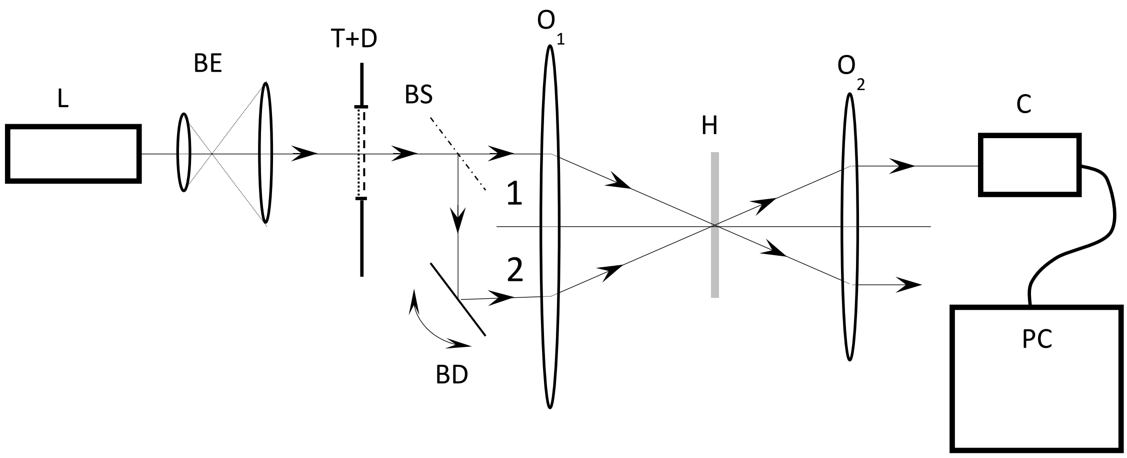


Рис.2.9. Експериментальна схема Фур'є-голографії з однаковими предметним і опорним пучками.
L – лазер, BE – телескоп; T+D – транспарант зображення, спряжений з фазовим дифузором; BS – світлоподільник; BD – поворотне дзеркало; O1,O2 – Фур'є-об'єктиви; H – голограма; C – CCD камера; PC – комп'ютер

Під час проведених експериментів по дослідженню асоціативних властивостей схеми пучок лазерного випромінювання після розширення і проходження через транспарант T+D потрапляє на світлоподільник BS, після цього один пучок потрапляє безпосередньо на об'єктив O_1. А інший пучок – після відбивання поворотним дзеркалом BD також потрапляє на O_1 і в Фур'є області якого записувалась голограма H.

Як видно, в експериментальній схемі, на відміну від схеми приведеної на Рис.2.3, не використовується компенсація оптичної різниці ходу. Таким чином другий пучок отримує додатковий набіг фази по відношенню до першого, однак, це ніяк не впливає не тільки на формування відгуку, а й на процес юстування схеми. Проявляється некомпенсованість оптичного шляху тільки у зміщенні одного з відновлених зображень вздовж осі відносно другого. Поворотне дзеркало встановлено на рухомому столику, що може обертатись в площині малюнка. Це дозволяє варіювати зведення пучків після першого Фур'є-об'єктива. Голограми записувались за різних умов зведення пучків, після запису проводились контрольні спостереження і при необхідності реєстрація результатів.

Для запису голограм використовувались високороздільні фотопластинки (500лін/мм), які після хімічної обробки (проявлення, закріплення, відбілювались) ставали фазовими транспарантами. Таким чином отримувались фазові голограми, які мають, як відомо, значно більшу дифракційну ефективність ніж амплітудні. В умовах проведених експериментів це мало велике значення, оскільки для спостереження і реєстрації використовувалась відеокамера на ПЗЗ-матриці з максимальним часом накопичення сигналу 1/50 секунди, що обмежує її чутливість. Зображення з камери через пристрій захвату відеосигналу (швидкий АЦП) виводилось на екран комп'ютерного монітора і в будь-який момент часу могло бути записане і збережене на жорсткому диску.

В якості джерела когерентного випромінювання використовувався одномодовий гелій-неоновий лазер з довжиною хвилі генерації 632,8 нм, спряжений з телескопом, що розширює пучок для охоплення апертури транспаранта, а також для досягнення однорідної освітленості по його площі. Також перед транспарантом T+D була встановлена діафрагма, яка відсікала досить інтенсивне розсіяного світла, що неодмінно з'являється при поширенні лазерного випромінювання в повітрі, відбиванні від дзеркал, і проходженні через інші оптичні елементи.

2.5.1. Експерименти з юстування самоасоціативної схеми.

Під час експерименту юстування установки відбувалось в два етапи: юстування при зведенні пучків та юстування при встановленні фотопластинки [105]. Всі роботи виконувались при візуальному спостереженню за допомогою мікроскопа, який було встановлено в схемі замість об’єктива O_2 на етапі запису голограми.

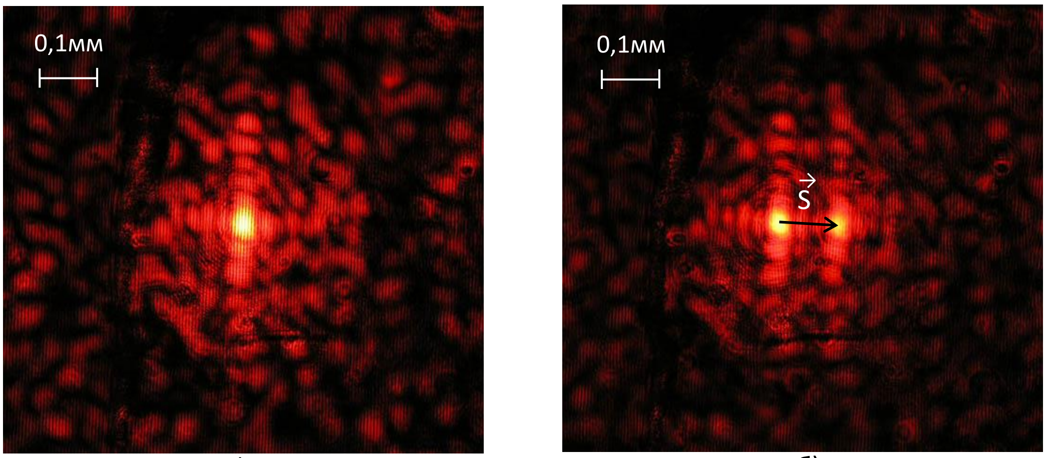
Порядок юстування зведення пучків.

1. Встановити в схемі замість об’єктива O_2 мікроскоп.
2. За відсутності транспаранта і дифузора перекрити пучок №2.
3. Налаштувати мікроскоп на фокусну площину об’єктива O_1 по світній плямі пучка №1.
4. Встановити на місце транспарант (без дифузора).
5. Рухаючи поворотну призму і, спостерігаючи в мікроскоп зміну картини зведення, досягти бажаної степені зведення.
6. Встановити на місце дифузор.

Порядок встановлення фотопластинки.

1. Не знімаючи мікроскоп встановити приблизно в задану площину тримач фотопластинки.
2. Встановити в тримач скельце з міткою.
3. Переміщенням тримача досягти чіткого зображення мітки в мікроскопі.
4. Встановити замість мікроскопа об’єктив O_2.
5. Перекрити первинний пучок лазера.
6. Встановити в тримач робочу фотопластинку.

Запис голограм проводився при двох положеннях зведення пучків: при повністю зведених пучках та розведених на певну величину. На рис.2.10 приведені фотографії картини, що спостерігається в мікроскоп при юстуванні зведення пучків. Фотографії отримані при збільшенні мікроскопа 60^X цифровим фотоапаратом з фокусною відстанню об’єктива 17,4 мм. На правій фотографії стрілкою позначено вектор зсуву $\vec{S} = (s_x, s_y)$

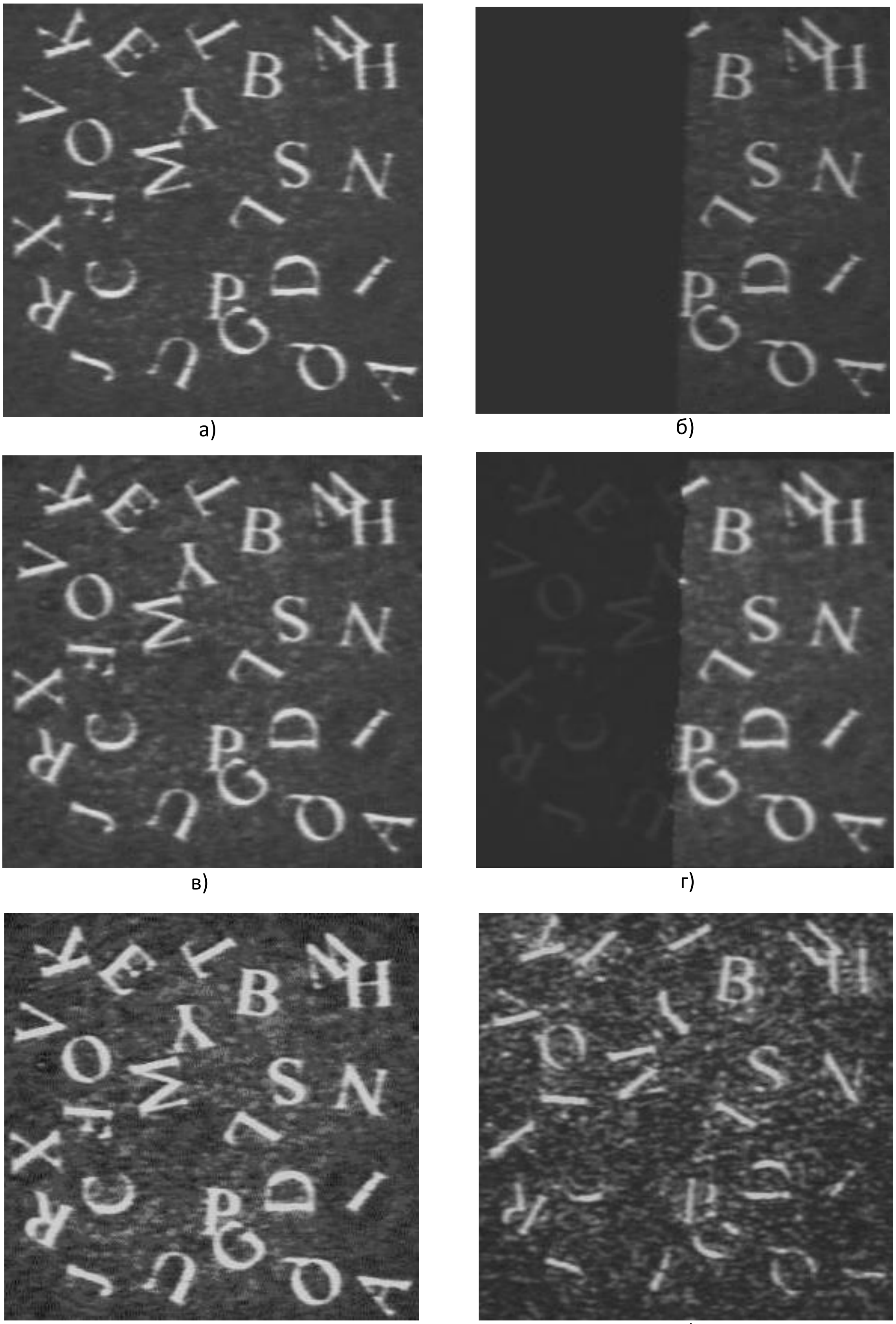


а) б)

Рис2.10. Спостереження при юстуванні схеми.

а) зведені пучки (немає зсуву спектрів); б) розведені

На рис.2.11. приведені результати експериментів по отриманню фантомних та асоціативних зображень в схемі Фур'є-голограми з однаковими опорним та предметним джерелами. Як видно з одержаних результатів, асоціативне зображення рис.2.11.д,е спостерігається при відновленні голограми за наявності зсуву (рис.2.10.б) між опорним та предметним пучком при записі голограми. Фантомне відновлення зображення спостерігаємо рис.2.11г у випадку гарно з'юстованих опорного та предметного пучків (рис.2.10а). Експериментальні дослідження повністю підтверджують всі теоретичні висновки отримані в даному розділі.



а) б) в) г) д) е)

Рис.2.11. Результати експерименту по отриманню фантомних та асоціативних зображень в самоасоціативній схемі Фур’є-голографії
а),б) – відновлюючі зображення; в),г) – відновлені зображення при записі зі зведеними пучками;
д),е) — відновлені зображення при записі з розведеними пучками.

2.6. Висновки розділу 2

1. Побудовано узагальнений опис схеми Фур'є-голографії з довільними опорним, предметним і відновлюючим джерелами, а також відновленням в будь-якому порядку дифракції.

2. Досліджено і описано роботу оригінальної самоасоціативної схеми з однаковими опорними та предметними пучками, як частинний випадок узагальненої схеми Фур'є-голографії.

3. Встановлено зв'язок структури зображення з середнім контрастом відновленого зображення та якості асоціативно відновленого зображення від розміру відновлюючого фрагмента. Показано, що при меншому заповненні зображення зменшуються середнє значення шуму при незмінному середньому рівні сигналу. Отже, в залежності від вибору об'єкта дослідження можемо отримати зростання контрасту відновленого зображення без збільшення рівня сигналу.

4. Теоретично та експериментально показано зв'язок параметрів юстування схеми з вибором режиму роботи самоасоціативної схеми. Показана можливість роботи самоасоціативної схеми в двох режимах: отримання фантомних зображень або ж отримання асоціативних зображень.

РОЗДІЛ. 3

ОПТИЧНЕ ШИФРУВАННЯ ТА ВІРТУАЛЬНА ОПТИКА НА БАЗІ САМОАСОЦІАТИВНОЇ СХЕМИ ФУР'Є-ГОЛОГРАФІЇ

Шифрування зображення принципово відрізняється від шифрування тексту, тому що при шифруванні зображення потрібно проводити одночасно шифрування великого обсягу даних. Також зображення має високу кореляцію між суміжними пікселями, які досить важко обробляти стандартними алгоритмами шифрування. Інформація у вигляді текстових файлів вимагає високоточного відтворення при дешифруванні. Якщо ж розглядати зображення, то при дешифрування такого типу інформації не потрібна висока точності відтворення. Основною вимогою для дешифрованого зображення є його впізнаваність. В таких випадках для захисту інформації є обґрунтованим використання саме оптичних схем. Оптичне шифрування – це перетворення зображення, чи будь-якої інформації представленої у вигляді зображення, на шумоподібну форму шляхом маніпуляцій з амплітудою, фазою, поляризацією світла та його проходження через оптичну систему. Оптичні схеми, які застосовуються для шифрування, зазвичай детально проаналізовані під час реальних експериментів. Також у багатьох випадках використання оптичних схем концептуально не потребує переходу від моделювання до реального експерименту, а для їх опису використовується зручний математичний апарат. В цьому місці працює так звана концепція віртуальної оптики (ВО) [109, 110].

Основною проблемою при застосування оптичних схем в процесі шифрування є їх лінійність, а шифрування за використанням лінійних схем вразливе до різного роду атак. Захист систем оптичних систем шифрування підвищується за умови використання випадкового фазового. На сьогодні продовжується пошук нових оптичних схем шифрування [111, 112], які б змогли дати кращі результати при шифруванні та більшу стійкість системи. Тож використання оригінальної оптичної схеми при шифруванні зображень – самоасоціативної схеми Фур'є-голографії є науково цікавою і затребуваною задачею сьогодення. Варто відмітити, що дана робота є, в першу чергу, роботою з оптики і описи теми шифрування акцентуватиметься саме для цієї області, тому поглиблених розрахунків в побудові криптографічної системи шифрування не проводилось в цій роботі.

3.1. Алгоритми оптичного шифрування та дешифрування за використання самоасоціативної схеми Фур'є-голографії

На рис. 3.1 приведена самоасоціативна схема Фур'є голографії з однаковими опорними та сигнальними записуючими пучками. Для зручності опису алгоритмів шифрування та дешифрування на рис. 3.1 приведені окремо етапи запису та відновлення.

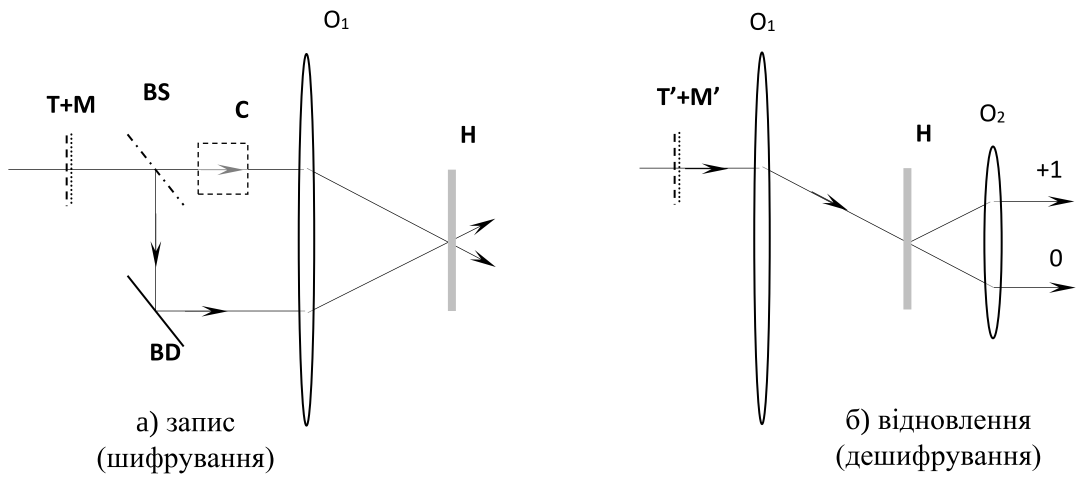


Рис.3.1 Етапи роботи самоасоціативної схеми:
а) запис та б) відновлення голограми
T+M – інформаційний транспарант із фазовою маскою; BS – світлоподільник; BD – дефлектор; C – компенсатор різниці ходу; O_1, O_2 – Фур'є об'єктиви; H – голограма.

Детально робота самоасоціативної схеми в контексті асоціативних властивостей були розглянуто в попередньому розділі. Для зручності аналізу схеми в контексті шифрування в цьому розділі приводиться короткий опис роботи схеми. Лазерний промінь проходить через транспарант із первинною інформацією, який спряжений з фазовим дифузором. Далі пучок розділяється світлоподільником на два однакових пучка. Утворені промені перетинаються у фокусній площині першого Фур'є-об'єктива, де й відбувається запис голограми. Для відновлення записаного зображення використовується один з променів, який проходить через частину первинного зображення також спряженого з випадковим фазовим модулятором. Відновлений транспарант, який містить первинну інформацію, ми будемо спостерігати і аналізувати в Фур'є-області другого об'єктива в +1 порядку дифракції.

Аналізуючи приведений опис роботи самоасоціативної схеми легко помітити всі ознаки системи оптичного шифрування інформації. Адже схему в режимах запису та відновлення голограми можна характеризувати алгоритмами: шифрування (запис голограми) та дешифрування (відновлення голограми).

Шифрування інформації відбувається за наступним алгоритмом (рис.1а):

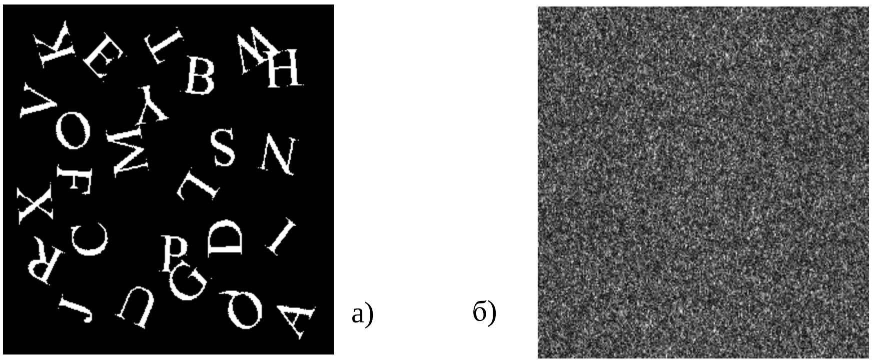
а) Оригінальний сигнал (відповідно до схеми інформаційною складовою є транспарант Т) перетворюється під дією певних оптичних операцій (спряження транспаранта з випадковим дифузором та зміна первинного сигналу під дією нашої схеми) в шумоподібний сигнал. Для проведення даних операцій використовується математичний апарат, який описує вплив даної схеми на первинний сигнал.

б) Шумоподібний сигнал фіксується як кінцевий зашифрований результат (в схемі це відповідає запису голограми). Зашифрована інформація в Фур'є-площині першого об'єктиву, (площині голограми) характеризується величиною пропускання, яка запишеться як:

$$t = \sum_{k=0}^{\infty}\left(\nu_k A_1^k A_2^{*k} e^{2k+} + \nu_{-k} A_1^{*k} A_2^k e^{2k-}\right) \qquad (3.1)$$

де A_1 , A_2 – Фур'є-образи, комплексних амплітуд хвиль в Фур'є-області першого об'єктивам, які утворені інформаційним зображенням. Для скорочення записів використовуються позначення $e^{n\pm} = exp(\pm in\frac{2\pi\Delta}{\lambda f}\xi)$, цей вираз визначає напрямки розповсюдження хвиль по дифракційних порядкам, де Δ – зміщення транспаранта від оптичної осі у вхідній площині Фур'є-об'єктива з фокусною відстанню f, при освітленні світлом з довжиною хвилі λ, а ξ – координата в площині голограми. Вираз, який описує пропускання є загальним для всіх випадків тонких голограм і відрізняється тільки коефіцієнтами $\nu_{\pm k}$, які визначають розподіл енергії по порядках і є функцією способу реєстрації.

На рис.3.2а приведено приклад транспаранта, а на рис.3.2б шумовий сигнал, який є кінцевим результатом алгоритму шифрування.



а) б)

Рис.3.2. Ілюстрація роботи самоасоціативної схеми в алгоритмі шифрування
а) оригінальне зображення, б) зашифроване зображення

Щоб відновити оригінальний сигнал до впізнаваного вигляду із шумоподібного стану потрібно провести алгоритм дешифрування (рис.3.1б)

а) Зашифрований результат (голограма H) в Фур'є-області першого об'єктива освітлюється пучком світла, який пройшов через транспарант, що містить частину первинної інформації та відповідну частину спряженого з ним випадкового фазового дифузора. Тобто в даній схемі ключем для дешифрування є спряжений з дифузором транспарант, який містить частину первинної інформації.

б) Для коректного дешифрування первинної інформації самоасоціативна схема вимагає проводити аналіз відновленої (дешифрованої) інформації в площині другого Фур'є-об'єктива в +1 порядку дифракції.

Складова відновленого світлового поля в площини голограми (в Фур'є-області першого об'єктива), яке відповідає відновленню в +1 порядку дифракції (в Фур'є-області другого об'єктива) відповідно до наведених викладок в другому розділі запишеться як:

$$R_{+1} = A_1^* A_2 B \tag{3.2}$$

де $\boldsymbol{B}$ – Фур'є-образ, комплексна амплітуда хвилі в Фур'є-області першого об'єктива, утворена ключем при дешифруванні зображення. На рис.3а приведено приклад ключа дешифрування.

Відновлене світлове поле, яке ми фіксуємо, в площині другого Фур'є-об'єктива в +1 порядку дифракції описується виразом, який також був отриманий в попередньому розділі:

$$r_{+1} = F^{-1}\{R_{+1}\} = (a_2 \otimes a_1) * b \equiv (b \otimes a_1) * a_2 \qquad (3.3)$$

де $\boldsymbol{a_1}$, $\boldsymbol{a_2}$ – комплексні амплітуди пучків, які використовується при шифруванні інформації (запису голограми); $\boldsymbol{b}$ – комплексна амплітуда дешифруючого пучка (відновлення голограми); $\boldsymbol{F^{-1}\{\dots\}}$ – оператор перетворення Фур'є; $\otimes, *$ – оператори кореляції та згортки.

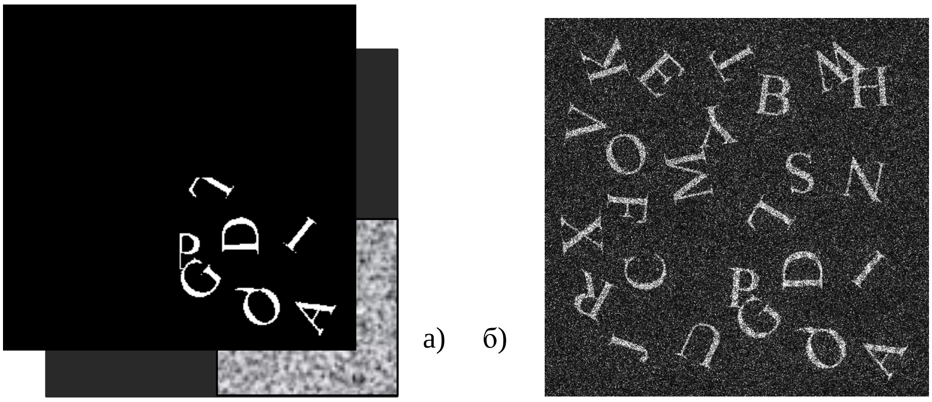


Рис.3.3. Ілюстрація роботи самоасоціативної схеми в алгоритмі шифрування.
а) ключ (амплітудна та фазова частини), б) дешифроване зображення

На рис 3б представлено результат дешифрування зображення із застосуванням цілого (не пошкодженого, який містить амплітудну і фазову частини) та рис3а - повний ключ, який дозволяє отримати первинне зображення при застосуванні алгоритму дешифрування самоасоціативної схеми.

3.2 Основні властивості та переваги самоасоціативної схеми Фур'є-голографії при оптичному шифруванні та дешифруванні

Особливість роботи самоасоціативної схеми – це можливість одночасно проводити оптичне шифрування та асоціативне відновлення (пошук) інформації. Схеми оптичного шифрування, які засновані на ПВФШ такої можливості не мають. Тож дана властивість схеми є надзвичайно важливо. Вона дозволяє вести асоціативний пошук в масиві зашифрованих даних, або ж навпаки, в системі з асоціативним відгуком проводити шифрування даних. Такий розгляд відкриває принципово нові властивості, що виникають від поєднання властивостей шифрування і асоціативного відновлення зображень.

3.2.1 Обґрунтування двохкомпонентності ключа

Як уже було відмічено вище, ключем дешифрування в самоасоціативній схемі є певна кількість первинної інформації спряженої з випадковим фазовим дифузором. У відновлене зображення входить комплексна амплітуда пучка, яка використовується при дешифруванні інформації, вираз для нього приведено нижче:

$$b = |b|e^{-i\varphi d} \tag{3.4}$$

де $|b|$ – це амплітудна компонента, яка несе інформацію про первинне зображення, а φd – це фазова компонента, шумова, яку вносить у вираз випадковий фазовий модулятор. Двохкомпонентність ключа забезпечує більшу стійкість системи дешифрування, тому що за відсутності хоча б одної з частин ключа (фазової чи амплітудної) процес дешифрування не відбудеться. На рис.3.4 приведені результати роботи дешифрування за самоасоціативною схемою при неповному ключі (не успішні), та при цілісному ключі (успішний)

.

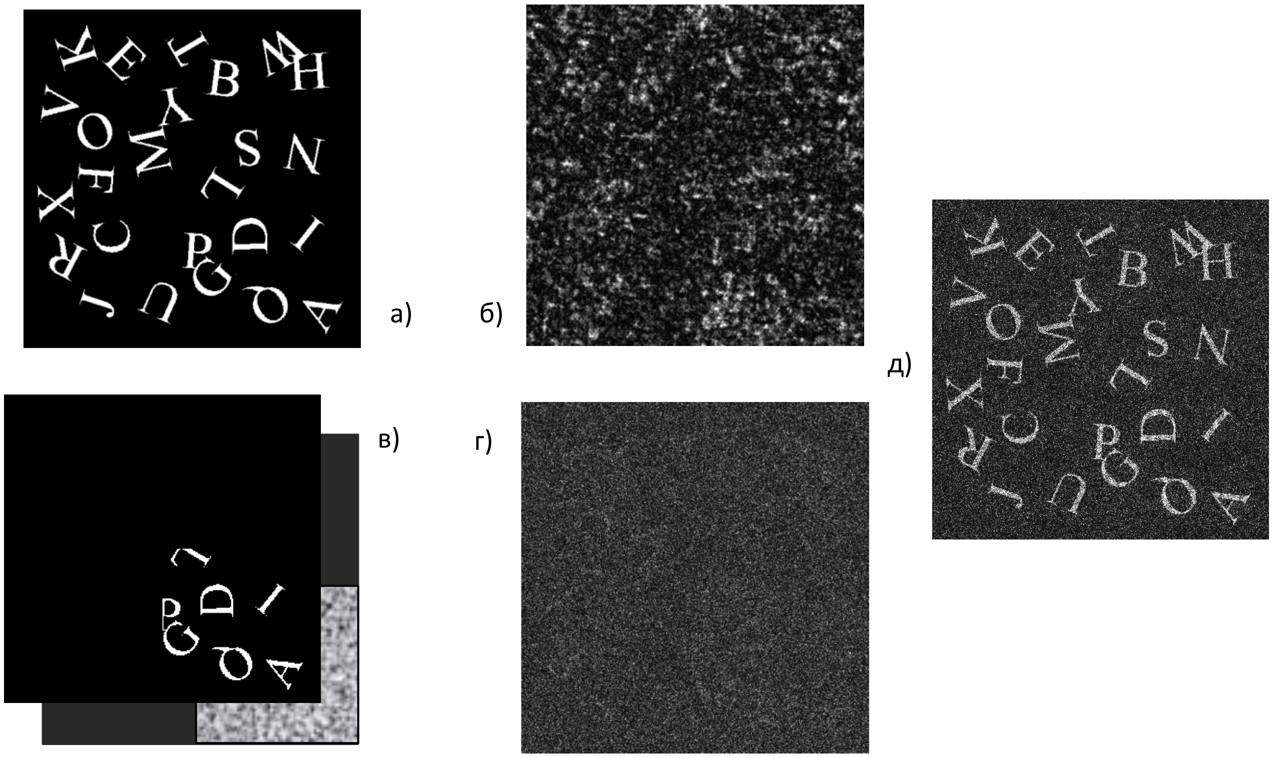


Рис.3.4. Ілюстрація роботи самоасоціативної схеми з різними ключами.
а) оригінальне зображення; б) цілий ключ (амплітудна і фазова частини);
в) дешифроване зображення за використання тільки фазової частини ключа;
г) дешифроване зображення за використання тільки амплітудної частини ключа;
д) дешифроване зображення цілим ключем.

3.2.2. Аналіз надлишковість ключа

В другому розділі роботи аналізувалось співвідношення сигнал/шуму для самоасоціативної схеми і в ході проведених досліджень був записаний вираз, який характеризував якість відновленого зображення. Отож загальна якість відновленого зображення розглядалась як середній контраст, який визначався двома параметрами: величиною ключа (відносна площа поточної частини зображення на етапі відновлення) і щільністю оригінального зображення (середня інтенсивність зображення).

$$\overline{V} = \frac{\bar{I}_{\max} - \bar{I}_{\min}}{\bar{I}_{\max} + \bar{I}_{\min}} \tag{3.5}$$

де I_{max} та I_{min} – середні значення інтенсивності яскравих та темних ділянок зображення відповідно.

Згаданий критерій якості зображення, важливий переважно для візуального сприйняття. Для зчитування і обробки цифрових даних, ймовірно, більш корисним буде інший критерій, що базується на ймовірності правильного детектування бітів даних. Такий критерій буде сформульовано і розглянуто д. Окрім того, доречним буде розглянути якість відновлення інформації в термінах співвідношення сигнал/шум. Для бінарного відновленого зображення інтенсивність світлих ділянок складається з сигналу і шуму, а темних – тільки з шуму, оскільки сигналу там в оригінальному зображенні немає. Отже:

$$\bar{I}_{\max} = S + N, \quad \bar{I}_{\min} = N, \quad SNR = \frac{S}{N} \tag{3.6}$$

де *S, N* і *SNR* – відповідно сигнал, шум і співвідношення сигнал/шум. Тоді, із формул (3.5) і (3.6) можна вивести наступні співвідношення між контрастом і співвідношенням сигнал/шум:

$$\bar{V} = \frac{SNR}{SNR + 2}, \qquad SNR = \frac{2\bar{V}}{1 - \bar{V}} \tag{3.7}$$

Або ж, з урахуванням формули (3.6):

$$SNR = 2(p/\sigma + 0{,}21) \tag{3.8}$$

З формули (3.8) видно, що співвідношення сигнал/шум очікувано зменшується при зменшенні розміру ключа p, а також при збільшенні щільності зашифрованого зображення σ.

На рис 3.5. приведено графіки, які демонструють залежності якості зображення від розміру ключа дешифрування для різної величини щільності зображення.

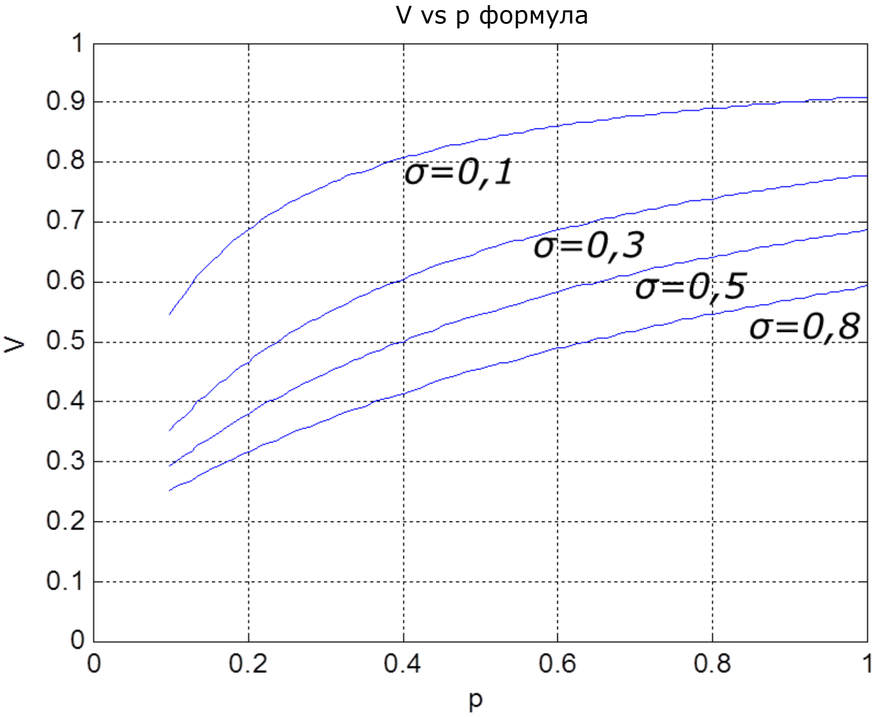


Рис.3.5. Залежності якості зображення від розміру ключа p для різної щільності зображення σ

Із рис. 3.5 видно, що найкраща якість відновленого зображення отримується для розріджених зображень (низької щільності). Для зображень високої щільності краще працювати з їх інвертованими версіями. Наприклад, якщо мова йде про шифрування сторінки тексту, то краще обрати білі символи на чорному фоні, аніж чорні на білому.

Ще один важливий наслідок поєднання оптичного з асоціативним відновленням даних і розглянутих вище властивостей – це гнучкість системи в певних межах відносно вибору розміру і конкретного вигляду ключа. Тобто для дешифрування можна використати ту чи іншу частину зображення, більшого чи меншого розміру. Головне, щоб це була частина саме цього зображення, спряжена з відповідною частиною дифузора. З іншого боку, це означає стійкість системи до пошкодження ключа. Якщо частину ключа буде втрачено або пошкоджено, то непошкодженої частини все ще може бути достатньо для успішного дешифрування. І чим більший ключ, тим більш стійким він буде до пошкоджень. На підставі відомої залежності якості відновленого зображення від розміру ключа (3.5) або (3.8) можна обирати ключ з передбачуваною стійкістю до пошкоджень. Задамо критерій гарантованого дешифрування даних з контрастом не гірше певного рівня V_{min}, якому відповідатиме певний мінімальний розмір ключа p_{min}. При втраті частини такого ключа все ще можливо виконати дешифрування, але якість відновленого зображення буде менше гранично допустимої V_{min}. Якщо ж обрати розмір ключа, наприклад, вдвічі більше за p_{min}, то якість відновленого зображення буде очевидно більше за V_{min}. Але тепер, при пошкодженні чи втраті довільної частини ключа розміром до 50% матимемо гарантоване відновлення даних з якістю не гірше, ніж V_{min}. Таким чином, в розглянутому прикладі 50% інформації ключа є надлишковою і призначені для убезпечення ключа від можливих пошкоджень. З огляду на це, доречно ввести параметр надлишковості ключа R(V_{min}) (redundancy), який виражатиметься у відсотках і означає кількість надлишкової інформації в ключі. Ключ із втратою такої кількості інформації (довільної) все ще гарантує відновлення зображення із заданою якістю V_{min}.

3.2.3. Вибір режимів роботи схеми

Поки що мова йшла про шифрування і відновлення окремої сторінки даних, одиничного документа чи зображення. Та в повній мірі переваги поєднання оптичного шифрування і асоціативного відновлення даних стають зрозумілі при розгляді роботи схеми на великому масиві даних. Всі сторінки даних із масиву можуть містити кілька спеціально доданих ключових блоків-міток. Кожен із таких блоків є одночасно і ключем для дешифрування і міткою для пошуку. Завдяки наявності кількох міток-ключів можна одночасно і дуже гнучко групувати сторінки даних за тематичними мітками для пошуку і за допомогою ключів розмежовувати за рівнем доступу і групами користувачів. Окрім таких спеціально доданих міток-ключів, можливо вести пошук в масиві і розшифрування даних за інформативними частинами: ключові слова, фрази, частини зображень, послідовності символів тощо.

Властивість підсвічення міток визначається режимом роботи схеми при шифруванні інформації (рис.1а). В попередньому розділи роботи було показано, що в самоасоціативній схемі Фур'є-голографії з однаковими опорним і предметним пучками в залежності від юстування схеми (зведення пучків в площині голограми) можливе формування відгуку як у вигляді фантомного зображення так і у вигляді асоціативно відновленого зображення. А параметром юстування, який визначає перехід від фантомного зображення до асоціативного, є відносний зсув Фур'є-спектрів предметного та опорного пучків в площині голограми. Якщо перевести цей результат на терміни оптичного шифрування, то спостереження фантомного зображення відповідає випадку, коли при дешифруванні у відновленому зображені ми можемо спостерігати підсвічений ключ дешифрування. При асоціативному відновленні маємо рівномірну засвітку всього первинного зображення при дешифруванні інформації. Отже, частина первинної інформації разом є і ключем для дешифрування і міткою по якій можливо проводити асоціативний пошук в масиві даних, який шифрується.

Для опису цього ефекту в попередньому розділі роботі булу виведено вираз:

$$r_{+1} = ma_1 + na_2 + N \tag{3.9}$$

де m – середня інтенсивність ключа, а n – Фур'є-образ інтенсивності зображення в точці юстування. Також в цей вираз входить доданок N це – шум, який загалом впливає на якість зображення. Його вплив був описаний вище при аналізі співвідношення сигнал-шум, проте, в контексті визначення фантомного чи асоціативного зображення, тобто мовою шифрування – додавання мітки в зашифрований текст, він не вносить змін.

Відзначимо, що n та m – це коефіцієнти, які визначають структуру відновленого зображення, а співвідношення n/m дозволяє визначити чи отримуємо ми при дешифровці інформації підсвітку мітки-ключа (фантомне зображення), чи матимемо рівномірну засвітку по всьому дешифрованому зображенню.

Вирази для коефіцієнтів n та m запишуться як:

$$m \sim \int \left|a_p\right|^2 dxdy = \left\langle a_p \right\rangle^2; \; n \sim \int |a|^2 e^{-i(xs_x+ys_y)} dxdy = F_{\vec{s}}\{|a|^2\} \qquad (3.10)$$

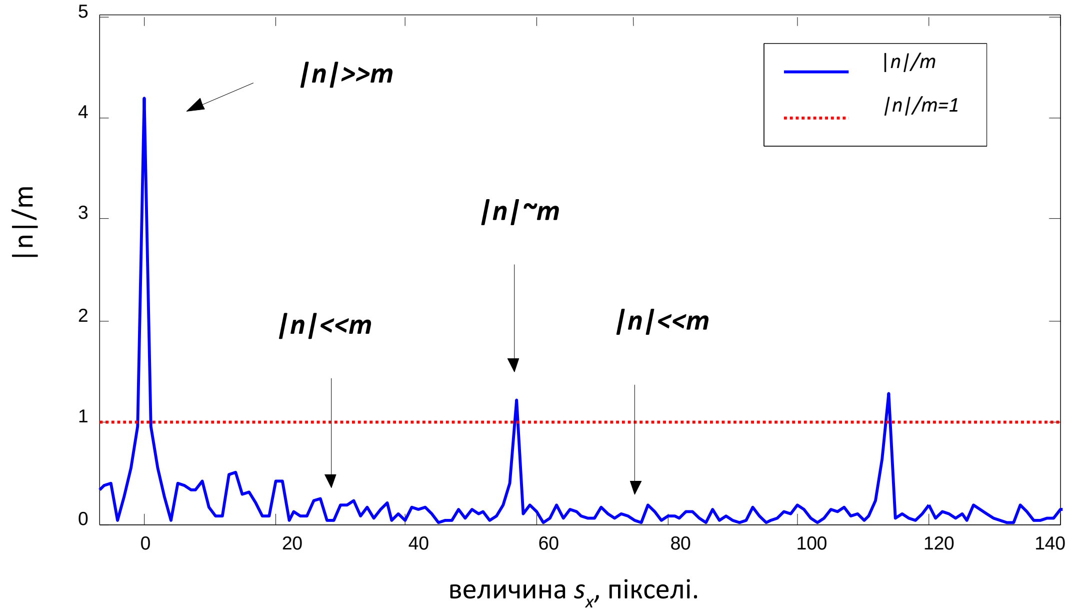


Рис3.6. Графік залежності співвідношення **|*n*|/*m*** від компоненти s_x вектора зсуву

На рис. 3.6 представлений графік залежності співвідношення |n|/m від значень вектору зсуву $\vec{S} = (s_x, s_y)$, за умови, що $s_y=0$, а зміни відбуваються тільки в напрямку s_x .Варто також відзначити, що розрахований даний графік для спеціального зображення (рис. 3.7а). Особливість цього зображення в тому, що воно містить періодичні компоненти (тобто Фур'є-спектр енергетичного пропускання транспаранта повинен містити побічні максимуми окрім центрального), а також інформаційна складова зображення не повинна бути пов'язана з періодичністю в його структурі. Як видно з рис. 3.7а то інформаційне зображення - це текст прописаний періодичною текстурою із символу "Е".

З рис. 3.6 отримуємо три умови, які описують роботу самоасоціативної схеми: перша умова - **|n|>>m** при дешифруванні відновлюється тільки ключ-мітка (фантомне зображення), друга умова - **|n|~m** при дешифруванні маємо підсвітку ключа-мітки (зображення із неповною фантомністю і неповною асоціативністю), та при виконанні третьої умови - **|n|<<m** маємо при дешифруванні рівномірну

освітленість відновленого зображення (асоціативне зображення). Останні два режими роботи схеми в залежності від умов юстування наведені на рис.3.7

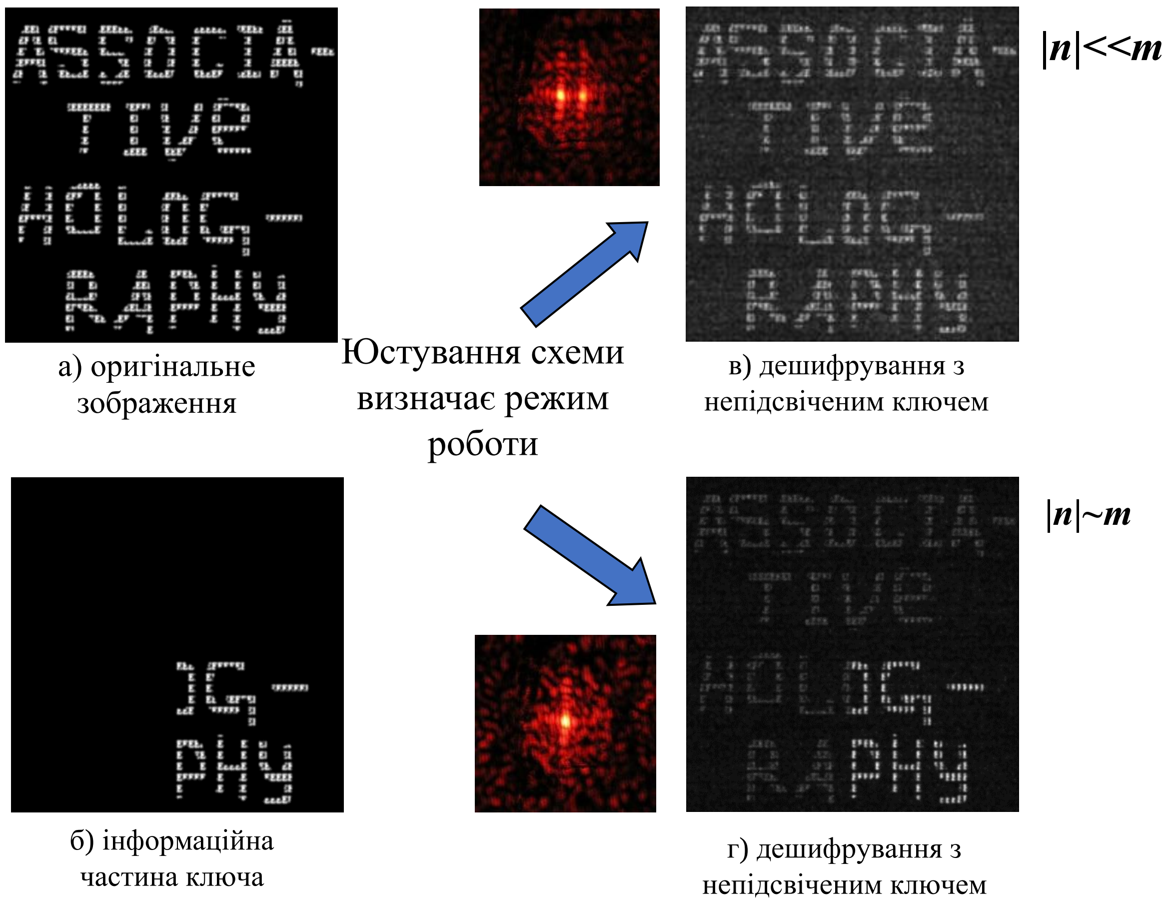


Рис.3.7. Режими роботи самоасоціативної схеми за різних умов юстування

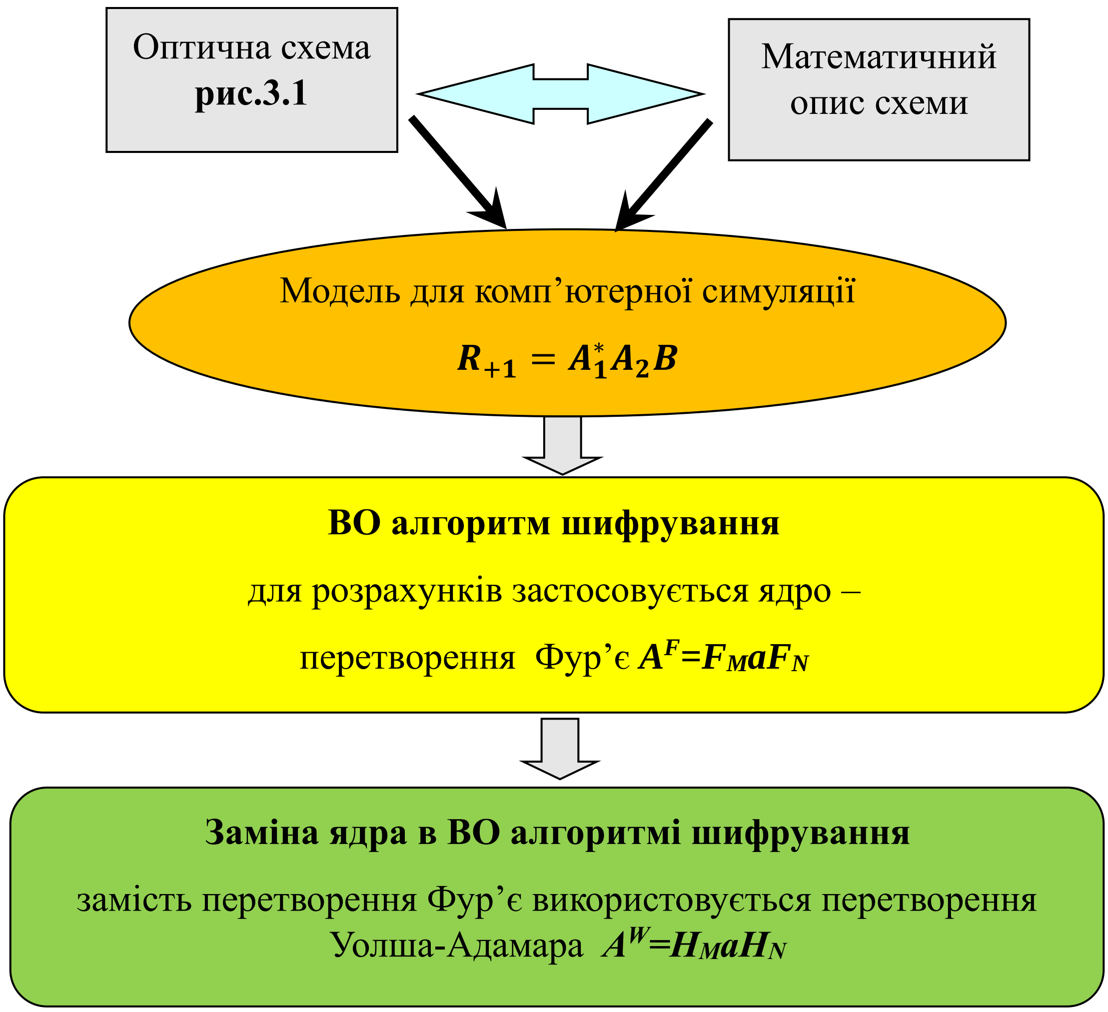
Тож аналізуючи отримані результати для алгоритмів шифрування та дешифрування проведені по самоасоціативній схемі Фур'є голографії, маємо наступні перевагами при їх використання:

- підвищена надійність завдяки двокомпонентному ключу;
- гнучкість вибору ключа (довільна частина зображення);
- передбачувана стійкість до пошкодження ключа завдяки надлишковості;
- вибір режиму роботи (з/без підсвічування ключа);
- можливість асоціативного пошуку в масиві даних за ключем;
- можливість додавання в зображення спеціальних міток-ключів для пошуку та розмежування рівнів доступу.

3.3. Самоасоціативна схема в домені віртуальної оптики

Останнім часом в дослідженнях по голографії, що стосуються кореляторів, обробки інформації, шифрування та ін. спостерігається все більше помітний перехід від експерименту до моделювання. Таке перетворення методів досліджень відбувається, з одного боку, завдяки розвитку аналітичного та обчислювального апаратів Фур'є-голографії, а з іншого боку – завдяки добре вивченим і добре передбачуваними властивостям Фур'є-голограм. В багатьох випадках не виникає навіть потреби переходу від моделювання до експерименту. Так виникає концепція віртуальної оптики (ВО) [109, 110]. Під ВО розуміємо впровадження алгоритмів обробки або шифрування інформації ґрунтуючись на певній оптичній схемі із залученням відповідних перетворень даних. Майже завжди ядром згаданих перетворень є перетворення Фур'є або дробове перетворення Фур'є [113-116]. Проте, якщо відволіктись від фундаментально оптичної природи ВО, можна побачити, що в якості ядра можна взяти будь-яке інше інтегральне перетворення, якщо воно задовольняє певним вимогам подібності до перетворення Фур'є. Таким чином, можна побудувати іншу, більш абстрактну і самостійну ВО. Можливо навіть, що ВО-алгоритми, побудовані на іншому ядрі виявляться більш ефективними.

Для того щоб краще зрозуміти, як відбувається перехід від класичної оптики до віртуальної на схема. 3.1 схематично зображено етапи, які застосовуються для переходу алгоритмів шифрування та дешифрування. Математичний опис, який приведено в схемі схема. 3.1 відповідає самоасоціативній схемі Фур'є голографії.



Таблиця.3.1. Перехід від класичної оптики до віртуальної оптики

Тож далі в роботі в домені віртуальної оптики буде проаналізовано алгоритми шифрування та дешифрування самоасоціативної схеми [117]. Також в домені віртуальної оптики проведемо заміну ядра алгоритму: в комп'ютерній симуляції зробимо перехід від перетворення Фур'є до перетворення Волша-Адамара.

В [118] було показано, що в просторі дискретних функцій можна побудувати логічну голографію на базисі перетворення Волша-Адамара. Воно є фундаментально дискретним, хоча, звичайно, існує і його неперервний варіант у відповідному функціональному просторі. В той час як перетворення Фур'є є фундаментально неперервним, хоча існує його дискретна версія. Такий перехід дозволяє підвищити обчислювальну швидкість, адже перетворення Волша-

Адамара не має комплексних та тригонометричних функцій та не містить операції множення, лише додавання та віднімання, що значно зменшує математичну складність апарату для застосунку ВО-алгоритму. Також перетворення Волша-Адамара використовується в цифровій обробці сигналів, при стисненні даних, при квантових обчисленнях і т.д. [119].

3.3.1. Заміна інтегрального ядра для самоасоціативної віртуально оптичної схеми.

Розглянемо тепер деякі деталі розрахунку, а також основні властивості дискретних перетворень Фур'є та Волша-Адамара, важливі для розуміння способу заміни інтегрального ядра розрахункового алгоритму. Завжди розглядатимемо двовимірні випадки. Розрахунок проводиться за формулами (3.2) і містить операції прямого і оберненого інтегрального перетворення, комплексного спряження і зсуву компонент дискретної функції. Було проаналізовано роботу наступних інтегральних ядер: дискретного перетворення Фур'є (ДПФ) та функцій Волша.

Дискретне перетворення Фур'є

За означенням, ДПФ дискретної функції a_{mn}, заданої на сітці $n=0..N-1$, $m=0..M-1$ є функція A_{kl}, задана на тій же сітці:

$$A_{kl} = \sum_{m,n} a_{mn} \omega_M^{mk} \omega_N^{nl} \tag{3.11}$$

$$\omega_M = \sqrt[M]{-1} = e^{-2\pi i/M}, \quad k = 0..M-1, l = 0..N-1,$$

або в матричній формі:

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{F_M a F_N} \tag{3.12}$$

де $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{F_M}$, $\boldsymbol{F_N}$ – матриці розміром MxN, MxN, MxM та NxN з елементами A_{kl}, a_{mn}, ω_M^{mk} та ω_N^{nl} відповідно. Рядки і стовпчики матриць перетворення Фур'є $\boldsymbol{F_M}$ та $\boldsymbol{F_N}$ – дискретні комплексні експоненти (гармонічні функції).

При розрахунках, що містять множення функцій в Фур'є-області (відповідно, кореляції або згортки в області оригіналів) треба застосовувати матриці як мінімум вдвічі більші за оброблювані зображення (оригінали) для отримання коректного результату. Справа в тому, що результат операції згортки (кореляції) має розміри, більші за розміри функцій-операндів завдяки частковому перекриванню останніх. У випадку ДПФ, коли таке розширення трапляється більшим за розміри матриці, воно “складається” всередину на краях, вносячи таким чином додатковий шум. Взагалі, матриця має бути тим більша, чим більше множень відбувається в Фур’є-області. На практиці ж цілком достатньо, щоб матриці були лише вдвічі більшими за оригінали.

Взаємний зсув Фур’є-образів, що присутній в A_s, в даному випадку звичайно дискретний і виконується як поелементний циклічний зсув відповідної матриці.

Дискретне перетворення Волша-Адамара

Перетворення Волша-Адамара A_{kl} дискретної функції a_{mn}, визначеної на сітці $n=0..N\text{-}1,\ m=0..M\text{-}1$ в матричному вигляді визначається як:

$$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{H_M a H_N} \qquad (3.13),$$

де $\boldsymbol{H_M}$ та $\boldsymbol{H_N}$ матриці Адамара розміром MxM та NxN відповідно. Рядками і стовпчиками матриць Адамара є функції Волша. Базове визначення матриць Адамара має вигляд:

$$H_1=[1] \quad H_{2N}=\begin{bmatrix} H_N & H_N \\ H_N & -H_N \end{bmatrix}, \quad N=2^n \qquad (3.14).$$

Існує також інше визначення з N, що вдірізняється від степені двійки, але вони не є широко вживаними.

По аналогії з перетворенням Фур’є множенню Волш-образів відповідає згортка оригіналів. Однак, в цьому випадку згортка має зовсім інший вигляд, ніж для перетворення Фур’є. Така згортка називається логічною, вона має таке ж визначення, як і звичайна згортка з точністю до визначення зсуву. Найбільш важлива властивість логічної згортки в контексті даного розгляду витікає із властивості логічного зсуву і полягає в тому, що результат операції логічної згортки залишається в тих же межах, що і операнди на відміну від звичайної згортки, де має місце уширення. Таким чином розміри матриць при розрахунку залишаються однаковими і рівними розмірам оригінальних зображень.

Інша важлива особливість перетворення Волша-Адамара у порівнянні з перетворення Фур’є – це дійсність матриць Адамара на відміну від комплексності матриць ПФ. Це означає, що для дійсних функцій, чиї Волш-образи таким чином теж є дійсними, логічна згортка і логічна кореляція, які відрізняються комплексним спряженням в просторі Волш-образів, є нерозрізненними. Тому функція, що описує в розрахунках дифузор, спряжений з транспарантом (див. Рис.3.3а), має бути тільки комплексною. В той час як при розрахунках з перетворенням Фур'є часто застосовується бінарний дифузор з пропусканням +1 та –1.

Остання особливість розрахунків з перетворенням Фур'є полягає в реалізації зсуву функції A_s. В даному випадку це логічний зсув відповідної матриці.

3.3.2 **Експериментальні дослідження зображення при використанні самоасоціативної віртуально оптичної схеми**

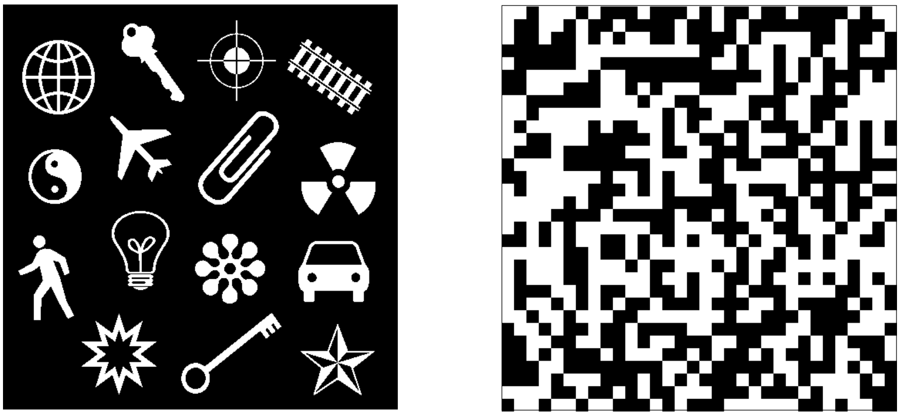
Віртуально-оптичні розрахунки для перетворень Фур'є та Волша-Адамара проводились в математичному програмному середовищі MatLab із використанням зображень розміром 512x512 пікселів. Дифузор представлявся у вигляді матриці випадкових комплексних чисел $e^{i\varphi}$, де φ – випадкові числа з рівномірним розподілом в діапазоні $[0:2\pi]$. Перетворення Фур'є виконувалось вбудованою в MatLab функцією *fft2* з доповненням матриці нулями до розміру 1024x1024. Перетворення Волша-Адамара виконувалось за означенням формулою (3.13) з матрицями Адамара розміром 512x512, розрахованими за означенням (3.14). Зсув функції A_s робився по одному з індексів матриці і мав величину 32 точки.

Проводились досліди двох типів з двома різними зображеннями. В обох випадках досліджувалась якість зображення відновленого ВО-алгоритмом при різній степені маскування відновлюючого зображення.

<u>Перший дослід.</u>

Проводився з чорно-білим зображенням, що містить кілька різних об'єктів (Рис.3.8а) і представляє візуальну інформацію. Для такого типу зображення вимірюваним параметром якості обраний середній контраст відновленого зображення відповідно до формули (3.5).

В формулі (3.5) приймалось, що $\overline{I}_{\max}$ та $\overline{I}_{\min}$ – усереднені інтенсивності ділянок відновленого зображення, що відповідають відповідно білим та чорним ділянкам оригінального зображення, для якого $\overline{V_O} = 1$, оскільки $\overline{I}_{\max} = 1$ та $\overline{I}_{\min} = 0$; $\overline{V} = 0$ для зображення з рівномірним фоном без градієнтів, тобто для такого, що не містить ніякої візуальної інформації або для рівномірного однорідного шуму.



а) б)

Рис.3.8. Зображення, які використовуються в (а) експериментах із аналізом середнього контрастну та (б) в експериментах по виявленню бітів

Для відновлюваних ВО-алгоритмом зображень цей параметр зменшується із зростанням степені маскування відновлюючого зображення.

Другий дослід.

Проводився із зображенням, складеним із чорних і білих квадратів, розміщених у випадковому порядку в фіксованих позиціях (Рис.3.8б). Це зображення представляє набір із 1024 біт цифрових даних. Вимірюваним параметром в цьому випадку було обрано точність детектування бітів у відновленому зображенні:

$$D = \frac{T - F}{T + F} \tag{3.15}$$

де T (true) – кількість бітів, зчитаних правильно, F (false) – кількість помилок. Зрозуміло, що $T+F$ дорівнює повній кількості бітів в зображенні, в даному випаду 1024.

Процедура зчитування бітів наступна:

1) обрахувати середню інтенсивність зображення I_A;

2) усереднити інтенсивність у кожній із ділянок, що відповідають чорним та білим квадратам в оригінальному зображенні;

3) виконати порогове детектування кожної ділянки за порогом I_A;

4) зчитати бітові стани.

Якщо усі біти зчитані правильно і не трапилось жодної помилки, то $D=1$. Коли ж кількість помилок дорівнює кількості правильно зчитаних бітів, то $D=0$. Останній випадок відповідає випадковому детектуванню, інакше кажучи “вгадуванню”, і не несе корисної інформації. Для відновлених зображень в досліді цей параметр зменшується із збільшенням степені маскування відновлюючого зображення.

Результати дослідів представлено у вигляді графіків залежності середнього контрасту та детектування бітів ($\overline{V}$ та D) від незамаскованої площі відновлюючого зображення S, вираженої у відсотках. Графіки приведено на Рис.3.9.

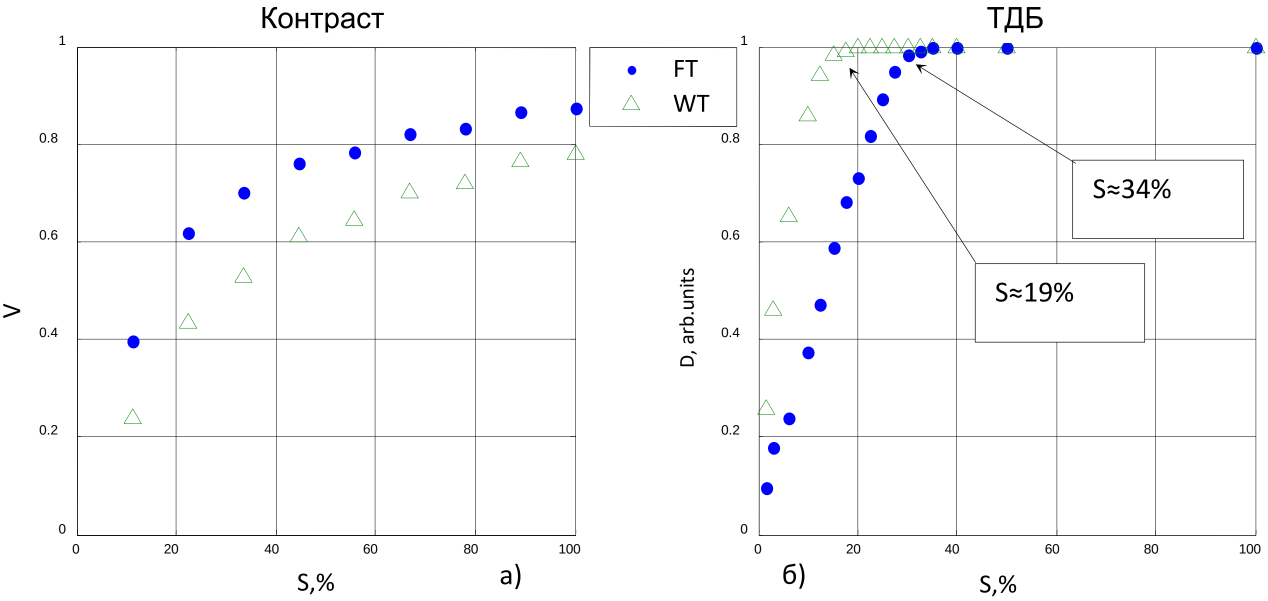


Рис.3.9. Результати експериментів: (а) по аналізу середньої контрастності та (б) точності детектування бітів

На (Рис.3.10 а, б) для ілюстрації приведено кілька вихідних зображень для обох ВО-алгоритмів. Як видно з приведених графіків:

в дослідах з асоціативного відновлення візуальної інформації (Рис.3.10а,б) ВО-алгоритм, що базується на перетворенні Фур'є, дає кращий результат, що виражається у більшому значенні середнього контрасту»

в дослідах з відновлення цифрової інформації (Рис.3.10 в,г) кращим виявився ВО-алгоритм, що базується на перетворенні Волша-Адамара. Це виражається у більшій ділянці безпомилкового зчитування. Перетворення Волша-Адамара показало майже вдвічі кращий результат ніж перетворення Фур'є (до S≈19% для перетворення Волша-Адамара, та S≈34% для перетворення Фур'є).

В роботі використовувався ключ з розмірами S=100, 50 30% (від первинного об'єкта) для етапів а),б) та S=100, 34, 19% для етапів в),г). В двох останніх етапах розмір ключа визначався з умови мінімального розміру для безпомилкового зчитування бітів. Проте, як видно з останнього етапу рис3.10 г) спостерігається помітно більша стійкість до маскування при відновленні цифрової інформації Це зумовлено тим, що ВО алгоритм з перетворенням Уолша - Адамара дає при відновленні більший шум, але, як видно з приведених ілюстрацій, більш однорідний в порівнянні зі схемою на перетворенні Фур'є.

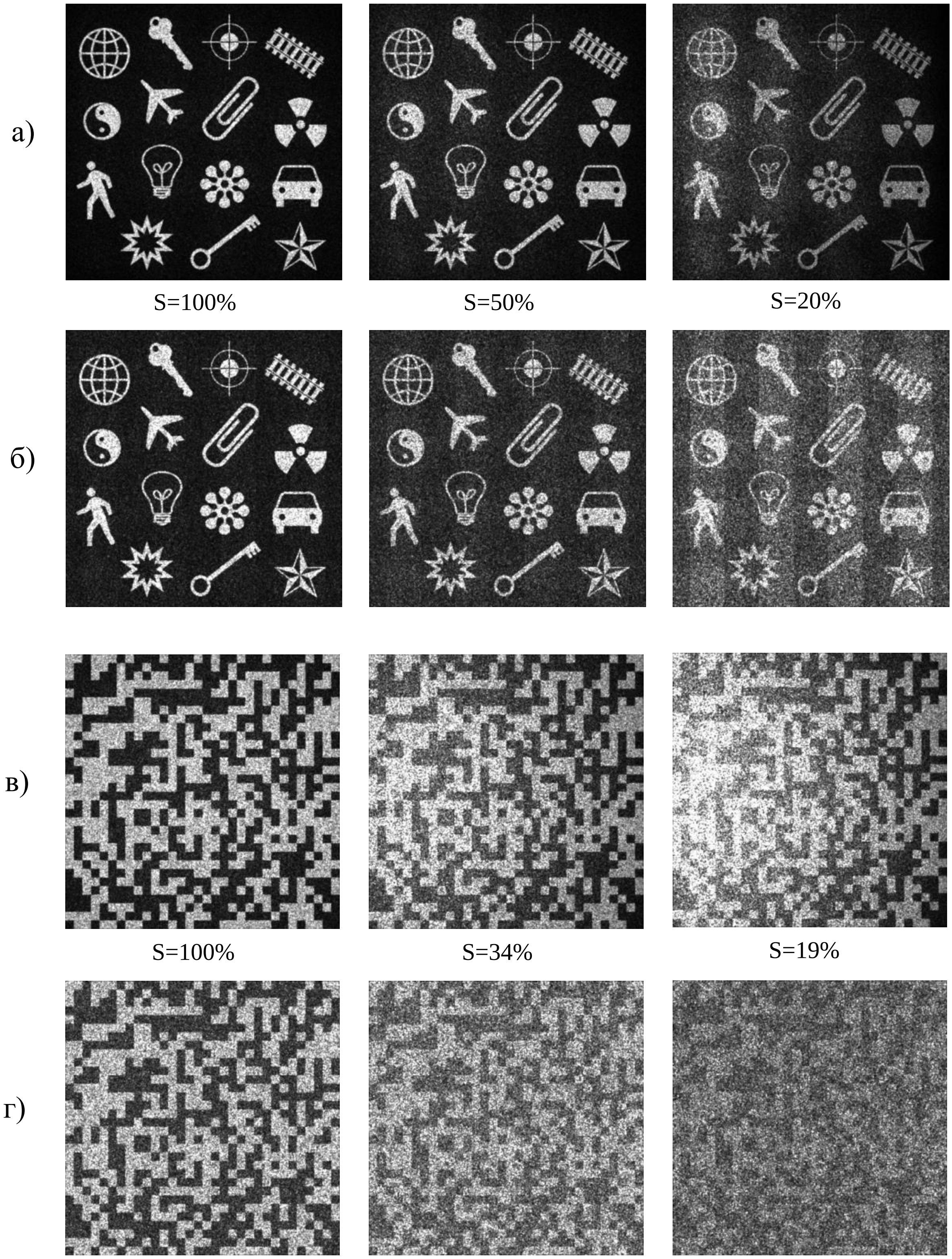


Рис.3.10. Зразки зображень, відновлених ВО-алгоритмами
з а),в) перетворенням Фур'є та б),г) перетворенням Уолша - Адамара.

3.4 Висновки розділу 3

1. Сформульовано та проаналізовано концепцію оптичного шифрування на базі оригінальної самоасоціативної схеми Фур’є-голографії.

2. Отримано наступні переваги оптичного шифрування при використанні самоасоціативної схеми в порівнянні з відомими аналогами:

- підвищена надійність завдяки двокомпонентному ключу;
- гнучкість вибору ключа (довільна частина зображення);
- передбачувана стійкість до пошкодження ключа завдяки надлишковості;
- вибір режиму роботи (з/без підсвічування ключа);
- можливість асоціативного пошуку в масиві даних за ключем;
- можливість додавання в зображення спеціальних міток-ключів для пошуку та розмежування рівнів доступу.

3. Запропоновано віртуально-оптичну версію системи шифрування з асоціативним ключем на базі самоасоціативної схеми із можливістю заміни інтегрального ядра шифрування – перетворення Фур’є на перетворення Волша-Адамара.

4. Показано, що ВО-система на базі самоасоціативній схеми, при застосуванні інтегрального ядра - перетворення Волша-Адамара, ефективніша при роботі з бінарними даними. Ефективність безпомилкового детектування цифрових даних в такому випадку складає 19%, тоді як при застосуванні ядра – перетворення Фур’є маємо майже вдвічі менше значення 34%. В той час, використання перетворенні Фур’є для відновлення візуальної інформації дає кращий результат ніж ВО-система на перетворенні Волша-Адамара.

РОЗДІЛ 4

ФОРМУВАННЯ ТА СТАБІЛІЗАЦІЯ ПРОСТОРОВОГО РОЗПОДІЛУ ІНТЕНСИВНОСТІ В САМОАСОЦІАТИВНІЙ СХЕМІ ФУР’Є-ГОЛОГРАФІЇ

Отримання заданого розподілу енергії на технологічній мішені на сьогодні залишається актуальною задачею для багатьох новітніх напрямків досліджень таких як нанофізика чи біологія, медицина та колоїдна хімія і інші. Застосування до даної задачі голографічних методів дозволяє формувати пучки з оптичними вихорами чи утримувати поглинаючою частинки в оптичному пінцеті. Проте, коли виникає потреба формувати поле складної форми, наприклад поле для створення 3D оптичних пасток, тобто з можливістю локалізувати у заданих місцях в просторі та утримувати одночасно багато частинок, тому для таких структур потрібні отримувати пучки з високою якістю, які мають мінімум неоднорідностей (аберацій). Відповідно методи, які ґрунтуються на використанні стаціонарного лазерного пучка, зазвичай це основна мода генерації лазера з Гаусовим контуром амплітуди і плоским хвильовим фронтом та не враховують аберації пучка, не задовольняють дану задачу.

Тому, в даній роботі, розглядається можливість створення універсальної когерентнооптичної схеми формування заданого розподілу енергії випромінювання на оптичній мішені незалежно від наявності амплітудно-фазових спотворень в лазерному пучку (аберацій). Часткове маскування зчитуючого пучка, яке було введене в попередніх розділах, в підході корекції пучків розглядається як певний тип спотворення. Це, в свою чергу, дозволяє використовувати асоціативне відновлення зображень як стабілізацію або ж корекцію контрольованого пучка. Тому, в даному розділі роботи, розглядаємо застосування самоасоціативної схеми не для маскування (аналіз спотворення по інтенсивності), як було зроблено в попередніх розділах дисертації, а з внесеними абераціями хвильового фронту (аналіз контрольованих спотворень по фазі) у відновлюючому пучку, що забезпечує стабілізацію розподілу інтенсивності на оптичній мішені. Таким чином, переходячи від асоціативного відновлення зображень до стабілізації розподілу інтенсивності, ми переходимо від аналізу інформаційно-орієнтованої до енергетично-орієнтованої проблематики.

4.1. Самоасоціативна схема як кореляційний стабілізатор розподілу енергії на мішені

Щоб отримати із стаціонарних Гаусових пучків такі пучку, які мають заданий розподіл поля, застосовуються схеми із синтезованими голограми [xx]. Як уже відзначалось в огляді літератури то такі голограми по суті є дифракційними оптичними елементами, які використовуються для формування лазерних пучків із заданим розподілом амплітуди і фази. Також звerталась окрема увага, що ефективним та зручним інструментом для проведення експериментів по точному відтворенню синтезованих голограм є пристрій просторової модуляції світла (SLM), прилад, який є керованим амплітудним або фазовим транспарантом на базі рідкокристалічних елементів. Такий пристрій дозволяє вносити зміни в роботу схеми без будь-яких додаткових механічних рухів, тобто простим завантаженням нового дифузора на SLM.

Тож з урахуванням відміченого вище для впровадження асоціативного відновлення - стабілізації в контексті формування зображення без фазових спотворень розглянемо описану в попередніх розділах оригінальну самоасоціативну схему Фур’є-голографії і винесемо деякі модифікації в неї для зручності використання, а саме:

1. Замість запису голограми в певному середовищі застосуємо синтезовані голограми, що відтворюватимуться на пристрої SLM.
2. Синтезовану голограму розрахуємо для відновлення поля, що відповідає +1 порядку оригінальної схеми (Рис.2.3) .
3. Для більш ефективного використання лазерного пучка, а також для подальшого динамічного керування схемою через SLM, розрахуємо голограму для відновлення зчитуючим транспарантом без амплітудної модуляції (тільки фазовий дифузор).

Оновлена конфігурація схеми приведена на Рис. 4.1 та аналіз наведений в роботах [120-122]. На пристрої SLM, що контролюється комп'ютером відтворюється квазі-голограма поля $B^{*}A$, а дифузор D через Фур'є-об'єктив O_1 створює в площині матриці SLM поле $C \equiv B$ Позначення ті ж, що і в формулах (2.12-2.22), a – зображення оптичного пінцета разом з дифузором, b – дифузор окремо. Зрештою, Фур'є-об'єктив O_2 формує поле r_{+1} (2.14) на фоточутливій матриці камери C, під'єднаної до комп'ютера PC для спостереження або ж в області маніпулювання оптичним пінцетом. Зображення, утворене полем r_{+1} представляє собою складний оптичний пінцет для конкретної задачі.

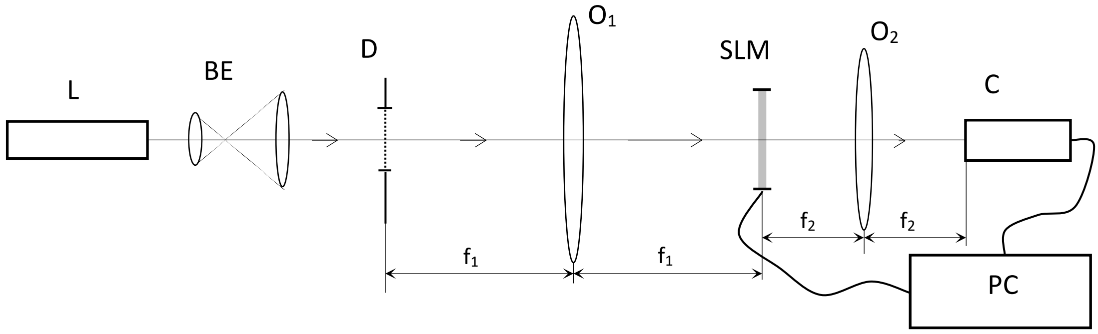


Рис.4.1. Модифікована схема асоціативного процесора

L – лазер; BE – розширювач пучка; D – дифузор; SLM – просторовий модулятор світла; O_1,O_2 – Фур'є - об'єктиви; C – CCD-камера; PC – робочий комп'ютер.

Для аналізу роботи самоасоціативної схеми для створення заданого розподілу проводився модельний експериментах за наявності під час роботи схеми аберацій різної величини в лазерному почку. Розрахунки проводились в математичному середовищі MatLab [123] із зображеннями розміром 512x512 точок. На Рис.4.2 зображено бажану форму оптичного пінцета. Конфігурація пінцету обиралась із міркувань, що такий пінцет обертаючись за годинниковою стрілкою захоплює поглинаючу частинку, що опиняється в певному наближенні до нього, і утримує її надалі поблизу центру спіралі.

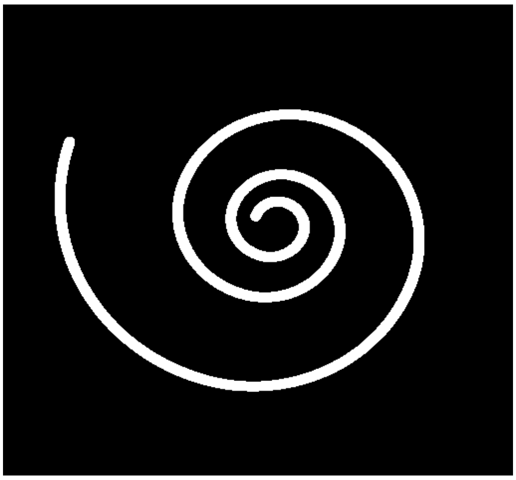
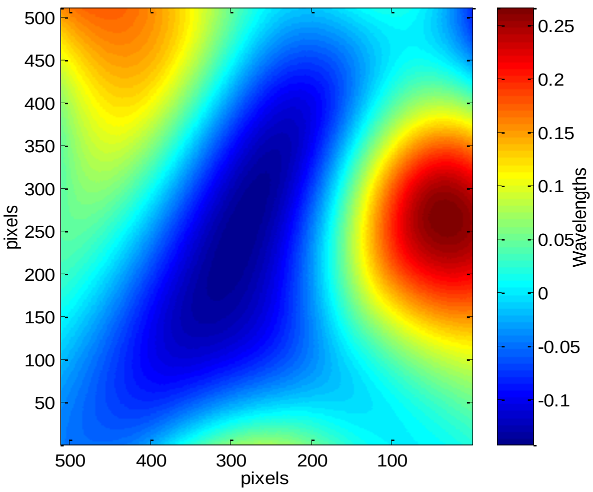


Рис.4.2 Необхідна форма спіралі для оптичних пінцетів.

Форму базового збурення хвильового фронту, що застосовувалась для моделювання, приведено на Рис.4.3



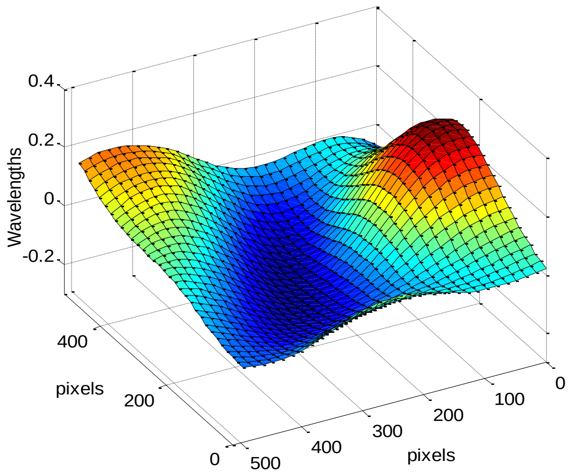


Рис.4.3. Форма спотворення хвильового фронту в лазерному промені

Під величиною збурення мається на увазі його масштаб по осі Z (вісь пучка). Наприклад, при сталій формі збурення, різниця фази між точками хвильового фронту з максимальним відхиленням (додатнім і від'ємним). В якості параметру якості отримуваного зображення оптичного пінцету було обрано величину, що можна назвати середнім контрастом:

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \tag{4.1}$$

де I_{max} та I_{min} – усереднені по площі інтенсивності ділянок отриманого зображення, що відповідають білим (I_{max}) і чорним (I_{min}) ділянкам оригінального зображення, для якого $V_0=1$, оскільки $I_{max}=1$ та $I_{min}=0$.

Результати роботи представлено на Рис.4.4 у вигляді графіку залежності V(k), де V – середній контраст, визначений за формулою (4.1), а k – фактор величини аберації. Фактор k дорівнює 0 за відсутності аберацій, для базової аберації (Рис.4.3) він дорівнює 1. Збурення у випадку k відмінного від 1 отримується розтягування базового збурення по осі z в k разів. Представлено графіки для трьох випадків:

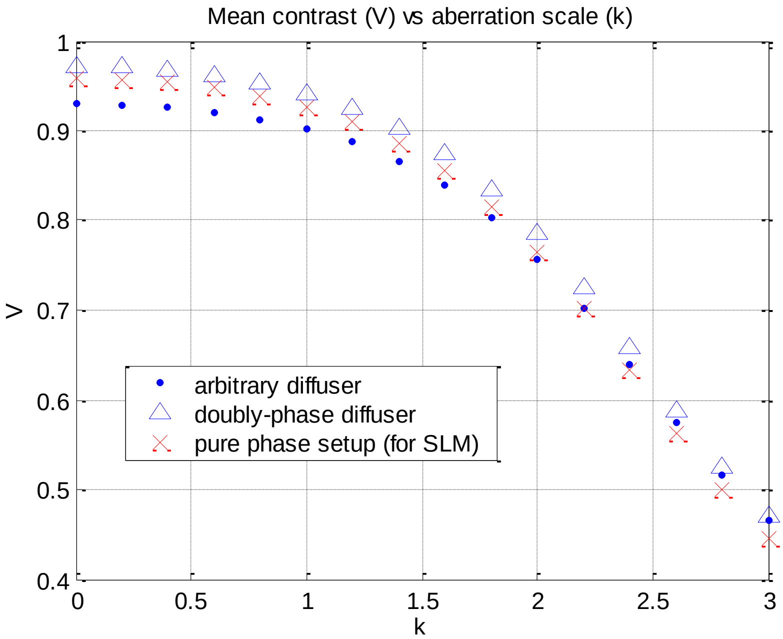


Рис.4.4. Залежність середнього контрасту розподілу вихідної енергії від шкали фазових спотворень у відновлювальному пучку

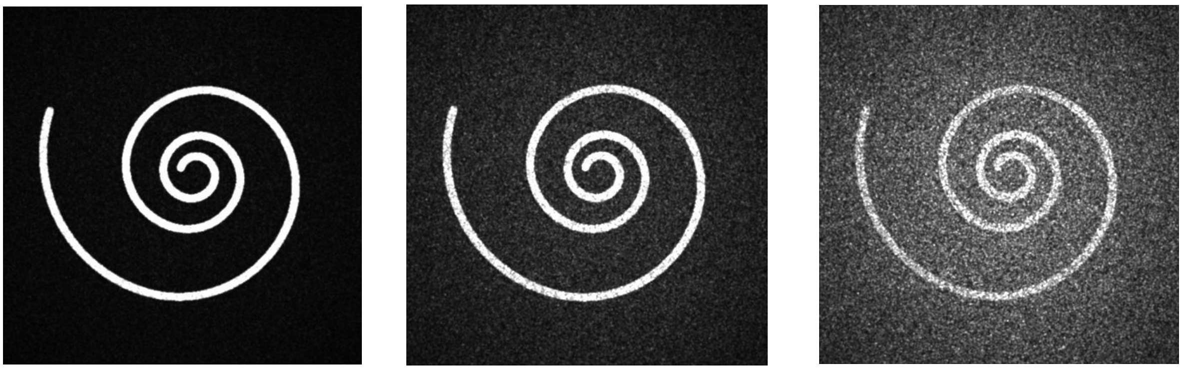
1) графік з точковими мітками – моделювання схеми з довільно обраним дифузором D;

2) графік з трикутними мітками – моделювання схеми зі спеціально створеним за допомогою ітераційної процедури дифузором D, що має чисто фазовий Фур'є-образ;

3) графік з Х-мітками – додатково до попередньої умови дифузор, суміщений із зображенням на стадії створення голограми, також спеціально підбирається таким чином, щоб голограма була чисто фазовою.

В останньому випадку модельована схема задовольняє усім вимогам для роботи з пристроєм SLM (фазовий модулятор світла), в тому числі і в динамічному режимі

Моделювання проводилось для аберацій величиною до k=3. При цьому середній контраст падає до величини менше ніж 0,5. Для візуальної ілюстрації впливу аберацій на якість отриманого зображення на Рис.4.5 приведено кілька зображень для k=1, k=2 та k=3.



k=1 k=2 k=3

Рис.4.5. Залежність візуальної якості зображення від шкали аберації

Як видно з отриманих в ході роботи результатів стабілізуючі показники схеми дещо покращуються при переході з амплітудно-фазової на фазову модуляцію. Запропонована схема може створювати задовільну якість зображення для спотворень з діапазоном фаз до 1,2λ, при цьому середній контраст вихідного зображення падає нижче 0,5. Тож, щоб отримати кращу якість зображення для формування заданого поля в оптичних пінцетів, варто проаналізувати вплив окремих складових самоасоціативної схеми на формування кінцевого поля та запропонувати методи, які дозволять покращити фінальний результат.

4.2. Випадковий фазовий модулятор як елемент стабілізації

Роль випадкового фазового модулятора або ж дифузора при записі Фур'є-голограми зводиться до розподілу інформації про записуване зображення і енергії лазерного випромінювання по спектру просторових частот [119]. Завдяки чому голограма стає менш чутливою до пошкоджень (зокрема, втрат її частин) при відновлені зображення, а також значно зменшується динамічний діапазон записуваних в реєструючому середовищі інтенсивностей. В голографічних кореляторах значно загострюється кореляційний пік. Значно покращуються властивості схем оптичного шифрування. Однак, зазвичай розглядаються лише випадки, коли відновлення зображення з голограми відбувається пучком можливо навіть діафрагмованим, при цьому безабераційним плоским чи сферичним хвильовим фронтом (точкове опорне джерело). Якщо ж Фур'є-голограму відновити пучком з абераціями, то відновлене зображення неодмінно спотворюється. Але якщо голограма записана чи синтезована з випадковим фазовим модулятором, то спостерігається значна стійкість відновленого зображення до наявності аберацій, навіть досить великих [124, 125]. Проведемо детально аналіз даної властивості.

Феноменологічне пояснення стабілізуючого ефекту дифузора полягає в наступному. Відновлюване зображення, в силу властивостей Фур'є-голограми, є результатом згортки функції амплітудного пропускання записуючого транспаранта і апаратної функції системи "відновлююча хвиля + голограма + оптична система". При відсутності фазового дифузора транспарант, що формує записуване зображення є просторово когерентним джерелом. Завдяки інтерференції при згортці останнього з апаратною функцією може відбуватись значний перерозподіл енергії в полі відновленого зображення у порівнянні з записаним (цікавим є розподіл енергії, тобто інтенсивності). При спряженні з фазовим дифузором записуючий транспарант стає певною мірою просторово некогерентним джерелом, чи точніше сформулювати – квазінекогерентним. Представимо дифузор (**D**) як сукупність великої кількості квазіточкових розсіюючих елементів з випадковим набігом фази ($\mathbf{d}^{\mathbf{i}}$). Під квазіточковим маємо на увазі елемент достатньо малий, щоб його можна було охарактеризувати лише середнім значенням набігу фази. Тобто варіації набігу фази в межах такого елемента відсутні або значно менші за $\boldsymbol{\pi}$. Будь-яка елементарна ділянка скінченного розміру $\mathbf{t_i}$ транспаранта **T** містить певну кількість ($\mathbf{N_i}$) розсіюючих елементів дифузора з випадковим набігом фази $\mathbf{d_n^i}$. При додаванні хвиль від різних ділянок $\mathbf{t_i}$ і $\mathbf{t_j}$, розташованих на відстані більшій за радіус кореляції дифузора, набори фазових елементів $\mathbf{d_n^i}$ і $\mathbf{d_n^j}$ будуть статистично незалежними, а відповідні хвилі – некогерентними. Те саме справедливо і при розгляді згортки чи будь-якої іншої інтегральної операції над таким транспарантом. Тому його згортка з апаратною функцією також стає певною мірою некогерентною, тобто без інтерференції. Це спричинить значно менший перерозподіл енергії (саме завдяки відсутності інтерференції), а отже структуру зображення буде збережено. Таки чином досягається стабілізуючий ефект фазового дифузора. Приведене пояснення спирається на ключові поняття когерентної і некогерентної згортки, які є предметом подальшого розгляду. Згадувана апаратна функція визначається зокрема і відновлюючою хвилею: при наявності аберацій хвильового фронту відновлюючої хвилі, вони є найбільш вагомим фактором деградації апаратної функції. Однак, слід зауважити, що для подальшого розгляду не має значення які саме фактори її формують, оскільки розгляд стосуватиметься апаратної функції як такої (тобто результату сумарної дії всіх можливих факторів).

4.2.1. Теоретичний опис впливу випадкового фазового модулятора в задачах по стабілізації

Для початку розгляду введемо деякі позначення. В записах використовуватимуться для скорочення одновимірні аналоги всіх функцій. Кінцевий результат легко узагальнюється на двовимірний випадок:

a=a(x) – функція амплітудного пропускання записуючого транспаранта;

d=d(x)=e$^{i\varphi(x)}$ – функція амплітудного пропускання фазового дифузора (**φ(x)**– випадкова функція координати);

h=h(x) – апаратна функція системи, що відновлює зображення;

c=c(x) – амплітуда оптичного поля відновленого зображення;

I_c=I_c(x) – інтенсивність оптичного поля відновленого зображення;

***** – операція згортки.

Надалі фазовим дифузором будемо називати будь-яку комплексну функцію з модулем, що дорівнює 1 і фазою, що є випадковою функцією своїх аргументів.. Отже:

- при відсутності дифузора

$$c(x) = a * h = \int a(\xi)h(x-\xi)d\xi \tag{4.2}$$

$$I_c(x) = |c(x)|^2 = \left|\int a(\xi)h(x-\xi)d\xi\right|^2 \tag{4.3}$$

інтенсивність відновленого зображення (4.3) визначається когерентною згорткою;

- при наявності дифузора

$$c(x) = (ad) * h = \int a(\xi)d(\xi)h(x-\xi)d\xi \tag{4.4}$$

$$\begin{aligned} I_c(x) &= |c(x)|^2 = c(x)c^*(x) = \int a(\xi)d(\xi)h(x-\xi)d\xi \int a^*(\eta)d^*(\eta)h^*(x-\eta)d\eta = \\ &= \iint a(\xi)a^*(\eta)h(x-\xi)h^*(x-\eta)d(\xi)d^*(\eta)d\eta d\xi = \\ &= \left| \begin{matrix} a(\xi)a^*(\eta)h(x-\xi)h^*(x-\eta) = f(x,\xi,\eta) \\ d(\xi)d^*(\eta) = g(\xi,\eta) \end{matrix} \right| = \\ &= \iint f(x,\xi,\eta)g(\xi,\eta)d\eta d\xi \end{aligned} \tag{4.5}$$

Для осмислення цього інтегралу і приведення його до більш природного вигляду, розглянемо, що являє собою функція **g(ξ,η)**. Згідно введених позначень:

$$g(\xi,\eta) = d(\xi)d^*(\eta) = e^{i\varphi(\xi)}\left(e^{i\varphi(\eta)}\right)^* = e^{i(\varphi(\xi)-\varphi(\eta))} = \begin{cases} 1, & \xi = \eta \\ e^{i\varphi'(\xi,\eta)}, & \xi \neq \eta \end{cases} \tag{4.6}$$

Тобто функція **g(ξ,η)** дорівнює 1 вздовж лінії **ξ=η** і є фазовим дифузором в області, де **ξ≠η**, оскільки, як неважко переконатись, модуль її дорівнє одиниці, а фаза є випадковою функцією аргументів. Тоді інтеграл (4.5) можна розписати наступним чином:

$$\begin{aligned} I_c(x) &= \iint f(x,\xi,\eta)g(\xi,\eta)d\eta d\xi = \\ &= \iint\limits_{\xi=\eta} f(x,\xi,\eta)g(\xi,\eta)d\eta d\xi + \iint\limits_{\xi\neq\eta} f(x,\xi,\eta)g(\xi,\eta)d\eta d\xi = \\ &= \int f(x,\xi,\xi)d\xi + \iint\limits_{\xi\neq\eta} f(x,\xi,\eta)g(\xi,\eta)d\eta d\xi \end{aligned} \tag{4.7}$$

Перший доданок являє собою ні що інше, як **некогерентну згортку** записаного зображення і апаратної функції відновлюючої системи:

$$\begin{aligned} \int f(x,\xi,\xi)d\xi &= \int a(\xi)a^*(\xi)h(x-\xi)h^*(x-\xi)d\xi = \\ &= \int |a(\xi)|^2 |h(x-\xi)|^2 d\xi \end{aligned} \tag{4.8}$$

Другий же доданок може бути як завгодно малим, якщо радіус кореляції функції **φ(x)** прямує до нуля. Однак будь-який реальний фазовий дифузор має скінченний радіус кореляції, що призводить до появи у відновленому зображенні спеклів з характерним розміром порядку радіуса кореляції фазового дифузора.

Таким чином підсумкові результати приведеного вище розгляду представимо в наступному вигляді:

- розподіл інтенсивності у відновленому зображенні при відсутності дифузора

$$I_c = |a * h|^2 \tag{4.9}$$

описується когерентною згорткою, зі значним перерозподілом інтенсивності за рахунок інтерференції;

- розподіл інтенсивності у відновленому зображенні при наявності дифузора

$$I_c = |a|^2 * |h|^2 \tag{4.10}$$

описується некогерентною згорткою, з незначним перерозподілом інтенсивності через відсутність інтерференції.

4.2.2. Експериментальні підтвердження ефективності випадкового фазового модулятора в задачах по стабілізації

Для перевірки теоретичних висновків і спостереження стабілізуючого ефекту фазового дифузора було зроблено серію комп'ютерних та реальних експериментів по відновленню зображення з Фур'є-голограми при абераціях у хвильовому фронті відновлюючої хвилі.

На Рис.4.6 зображено традиційну позаосьову схему запису Фур'є-голограми, як більш наочну, хоча в усіх експериментах для простоти застосовувалась осьова схема.

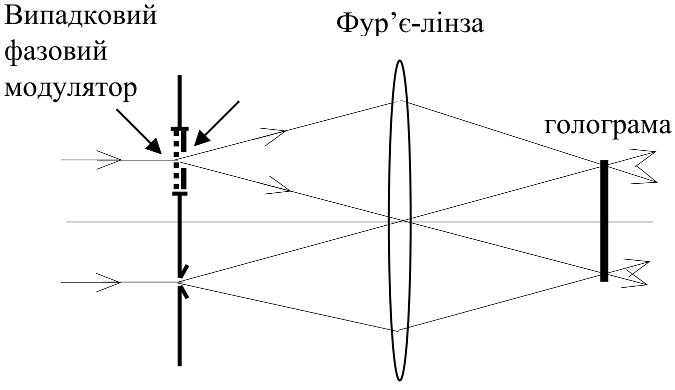


Рис.4.6. Позаосьова схема запису

На Рис.4.7 проілюстровано відновлення Фур'є-голограми за осьовою схемою за наявності аберацій та без них.

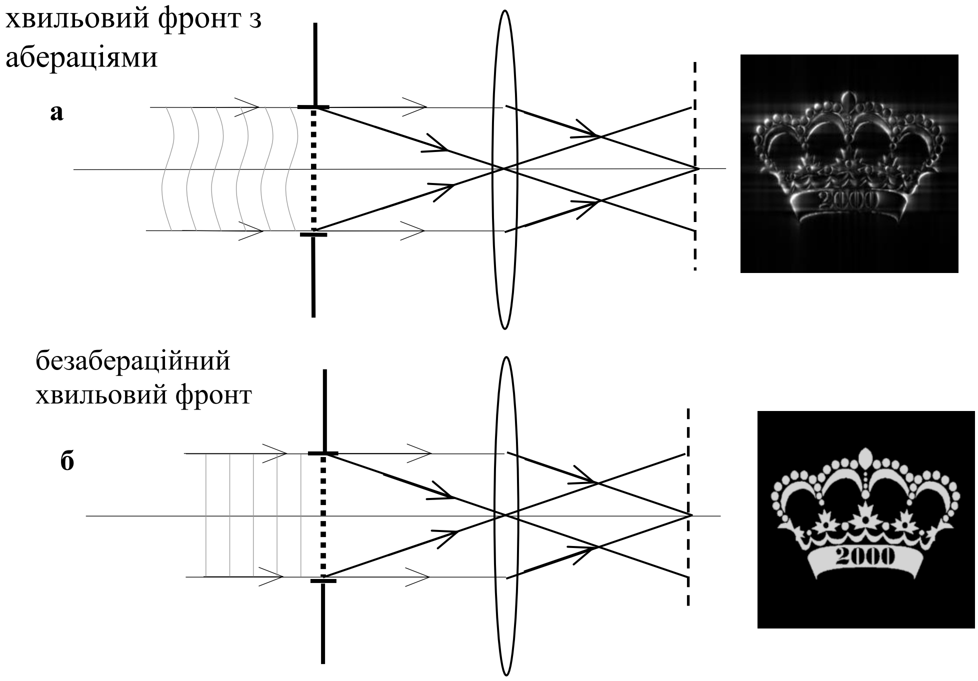
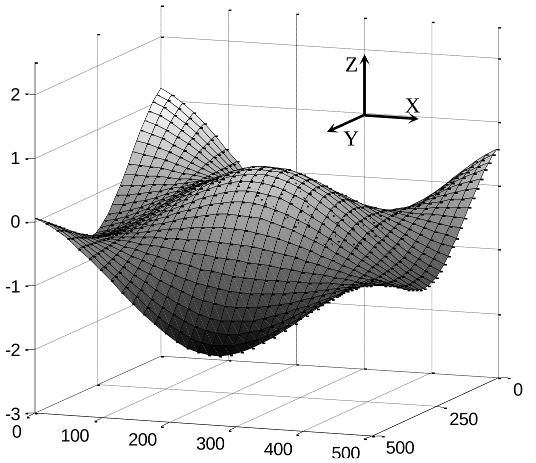


Рис.4.7. Відновлення Фур'є-голограми за осьовою схемою **а)** за наявності аберацій та **б)** без них.

На Рис.4.8 зображено форму хвильового фронту відновлюючої хвилі, застосовуваної в експериментах. Величина аберації задавалась через масштаб по осі Z (див. Рис.3). Експерименти було зроблено для масштабів 1, 2, 5, 10 та 20. Зміст масштабу наступний: якщо при масштабі 1 розмах зміни фази в межах робочої ділянки хвильового фронту відповідає приблизно $\lambda/2$ (на Рис.4.8 числа на шкалі праворуч), то при масштабі 5 він становить приблизно $\lambda/2*5 = 2.5\lambda$ і т.д.

Комп'ютерне моделювання виконувалось в математичному середовищі MatLab [1273] із зображеннями розміром 512x512 точок. Реальні експерименти проводились з синтезованими фазовими голограмами розміром 512x512 точок, що виводились на пристрій просторової модуляції світла (SLM). Аберації відтворювались також за допомогою SLM шляхом накладання функції фази спотворення хвильового фронту на функцію голограми [126].



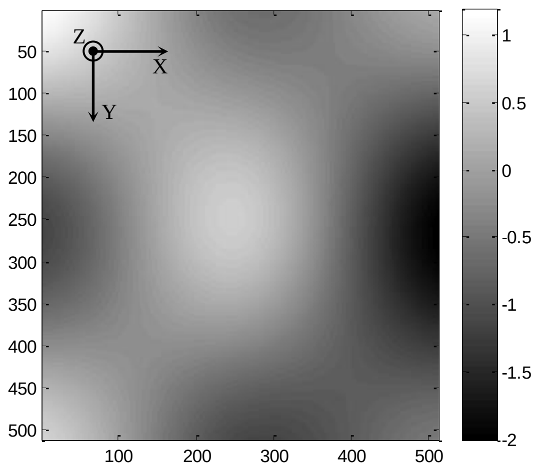


Рис.4.8. Форма хвильового фронту відновлюючої хвилі з абераціями.

Результати моделювання і реальних експериментів приведено на Рис.4.9

Верхня серія зображень на Рис.4.9 представляє результати комп'ютерного моделювання відновлення Фур'є-голограми без дифузора з абераціями різної величини (зростає зліва направо). Середня серія представляє результати моделювання з дифузором. І, нарешті, нижня серія зображень представляє результати реального експерименту з синтезованими голограмами на просторовому модуляторі світла (SLM).

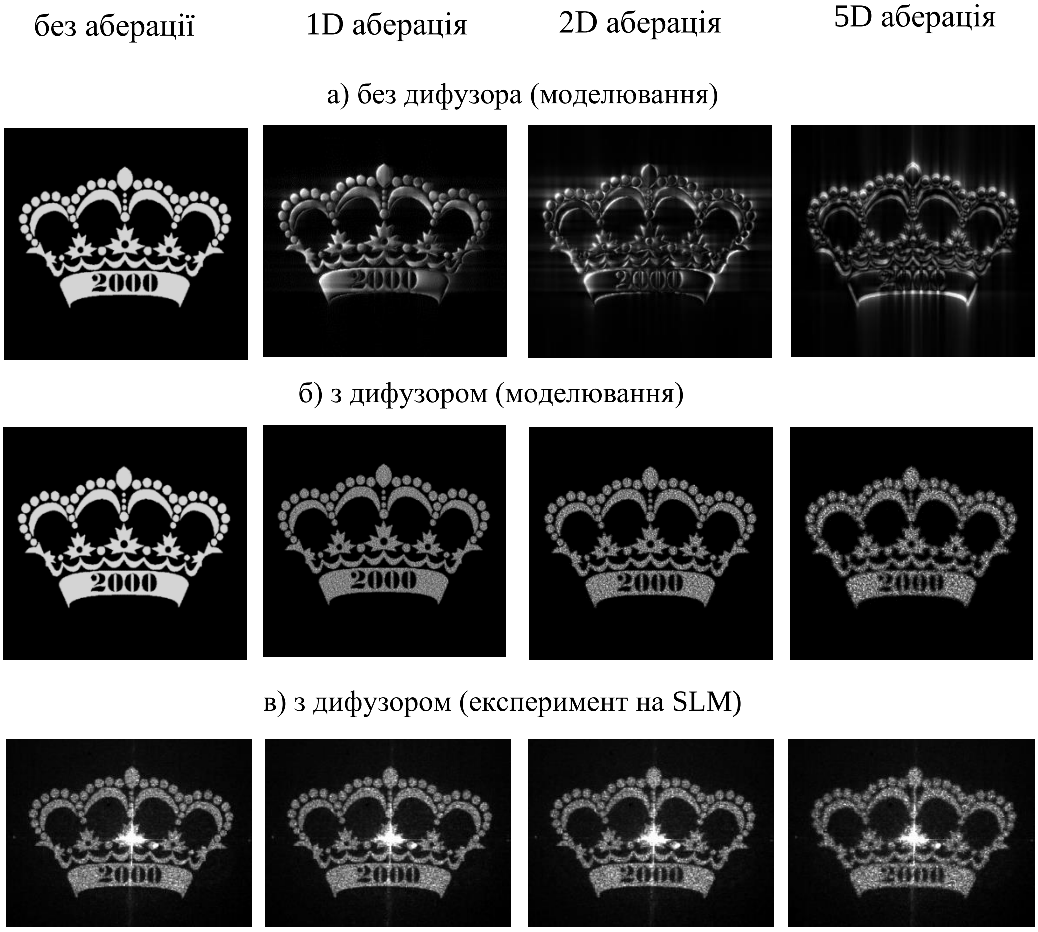


Рис.4.9 а) та б) результати комп'ютерного моделювання відновлення Фур'є-голограми без та з ВФМ з абераціями різної величини (зростає зліва направо) відповідно, в)експериментальний результат.

На ілюстраціях видно, що зображення, відновлене з голограми без дифузора помітно спотворене навіть при масштабі 1, в той час як голограма з дифузором зберігає структуру зображення навіть при аберації масштабу 5D як у модельованому, так і в реальному експериментах. Однак, приведені на Рис.4.9 зображення дозволяють лише візуально оцінити дію дифузора. Для кількісної ж характеризації деградації зображення і стабілізуючого ефекту дифузора із збільшенням масштабу аберації, рахувалась кореляція між розподілами інтенсивності відновленого і оригінального зображень за формулою:

$$c_{ab} = \frac{\sum a_{ij} b_{ij}}{\sqrt{\sum a_{ij}^2 \sum b_{ij}^2}} \tag{4.11}$$

де a_{ij} та b_{ij} – елементи матриць, що відповідають двом зображенням, суми беруться по всім індексам.

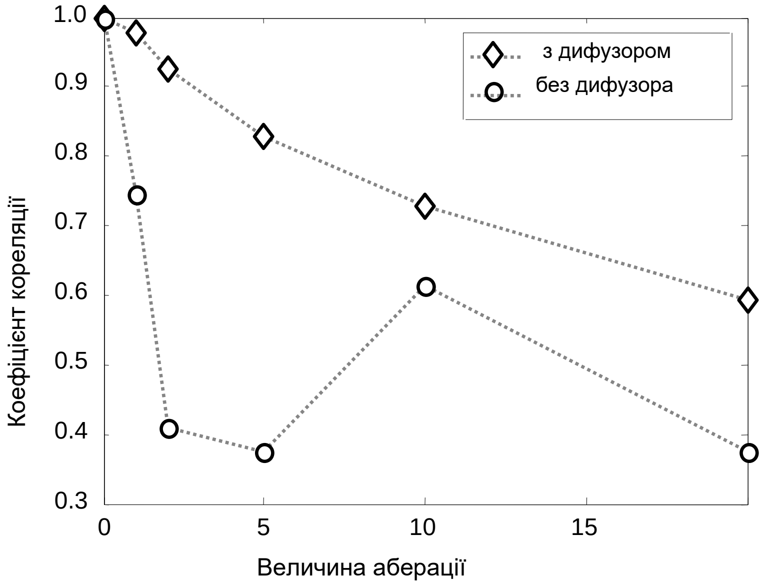


Рис.4.10. Графіки кореляції між відновленим і оригінальним зображеннями в залежності від масштабу аберації.

На Рис.4.10 приведені графіки кореляції в залежності від масштабу аберації для випадків голограм з дифузором (ромбічні маркери) та без нього (круглі маркери) за результатами комп'ютерного моделювання. Лінії, проведені між точками не мають фізичного змісту і нанесені лише для візуальної зв'язності графіків. Видно, що у випадку голограми без дифузора коефіцієнт кореляції змінюється із збільшенням масштабу аберації дещо несподівано, а саме, спадає немонотонно. Ймовірно, це пов'язано зі структурою конкретного зображення, однак, це не було предметом досліджень в даній роботі. Та навіть зважаючи на таку поведінку голограми без дифузора приведені графіки демонструють сильний стабілізуючий ефект від його застосування. Таким чином можна очікувати успішного використання синтезованих з дифузором Фур'є-голограм в різних задачах стабілізації розподілу енергії випромінювання на різного роду мішенях. Зокрема, можна говорити про такі задачі лазерної обробки матеріалів, де необхідно на технологічній мішені створювати певну структуру. Протягом тривалого часу роботи технологічного лазера (постійної дії або ж імпульсного) параметри його генерації можуть змінюватись, призводячи до появи аберацій у квазіплоскому хвильовому фронті вихідного випромінювання. Це спричинило би спотворення структури, створюваної лазером на мішені, однак Фур’є-голограма синтезована з дифузором здатна описаним вище способом зберігати потрібний розподіл лазерної енергії на мішені.

4.3 Зменшення спекл-шуму в стабілізованому зображенні методом не когерентного усереднення

В попередніх пунктах роботи детально було показано беззаперечну перевагу використання випадкового фазового екрану для стабілізації (корекції) лазерних пучків. Ці переваги можна викласти в наступних аспектах:

- простота і дешевизна методики (легко сформувати цифрову голограму, в яку можливо закласти бажаний розподіл поля);
- ефективна стабілізація розподілу інтенсивності пучка на мішені;
- гнучкість і динамічність методу (можливість швидко формувати нові цифрові голограми із заданими розподілами і спостерігати динамічні зміни під час експерименту)

Однак є одна важлива проблема даного методу. Незважаючи на те, що на виході отримує стабілізоване зображення, проте воно покрите плямами (розвиненою спекл-картиною), які з’являються від використання в схемі дифузора. На рис.1 показаний простий розподіл інтенсивності (прямокутна плоска сходинка інтенсивності), утворений просторовим модулятором світла (SLM) з бінарною голограмою Фур’є (значення фази в межах від 0 до π, які відповідають ± 1 значенню амплітудного пропускання) синтезована з випадковим фазовим дифузором.

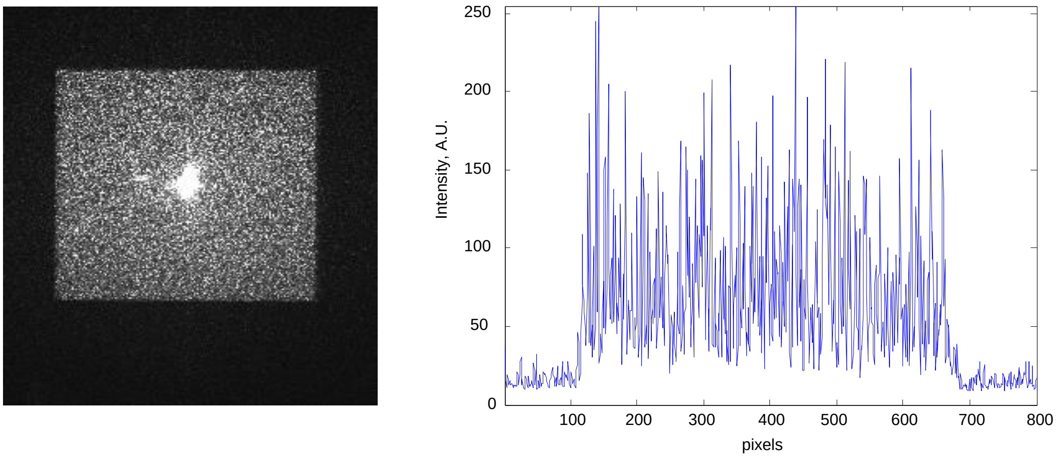


Рис.4.11. Реальне зображення (прямокутна плоска сходинка інтенсивності) утворенні пропусканням SLM синтезована бінарна Фурє-голограма з випадковим фазовим дифузором. (візуалізація зображення зліва та графік інтенсивності праворуч)

Як видно з Рис.4.11, що, навіть, при отриманні огинаючої розподілу потрібної форми маємо заповнення, яке спотворено спекл-шумом. Формування спекл-картини обумовлене лише властивостями випадкового фазового дифузору: його просторовою квазі-некогерентністю і скінченним радіусом кореляції. Когерентність хвиль, що формують вихідне зображення, викликає залишкову інтерференцію в межах радіусі кореляції, створюючи цим спекл-картину. Цей ефект особливо помітний у випадку синтезованих голограм, оскільки радіус кореляції цифрових дифузорів обмежений піксельним кроком. Такий недолік у вихідному зображення є небажаним, адже це суттєво пошкоджує відновлене зображення і в свою чергу унеможливлює використання даної методики, в первинному вигляді для корекції лазерного випромінювання. Проте варто зауважити, що контролюючи сам дифузор ми маємо змогу контролювати спекл-картину. Саме на цій властивості і побудована модифікація схеми по стабілізації зображення.

Спекл-картина – це шум у вихідному зображенні (сигналі). Основним і поширеним рішенням для зменшення шуму є усереднення значення декількох вибірок сигналу. У випадку незалежного та випадкового шуму у кожному відібраному сигналі очікуване зниження рівня шуму пропорційне квадратному кореню кількості вибірок. У цьому випадку шум (спекл-картина) в сигналі (зображенні) визначається за допомогою використовуваного випадкового фазового дифузору. Таким чином, щоб досягти зниження шуму від усереднення, ми повинні генерувати кожне нове зображення, створене за допомогою іншого незалежного дифузора [127]. Аналогічний підхід використання випадкового фазового дифузора разом із некогерентним усередненням успішно застосовується в [128] для отримання зображень через розсіюючe середовище, а також у [128-132] для поліпшення якості зображення від цифрових відновлених реальних голограм.

4.3.1. Експериментальні результати по стабілізації зображення при використанні методу некогерентного усереднення

Що б перевірки роботу запропонованого методу некогерентного усереднення проводились модельні та реальні експерименти. Для цього у середовищі MatLab за допомогою ітераційного алгоритму були синтезовані 100 бінарних Фур'є-голограм квадратної плоскої сходинки інтенсивності із незалежними випадковими дифузорами. Детальний аналіз та опис розрахунків синтезованих голограм для конкретних нам задач буде приведено в додатках. Зауважимо, що тип зображення, за яким синтезувалися голограми для перевірки даного методу був обраний бінарний. Це обумовлено тим що: 1) він найпростіший у виконанні тип, проте залишається достатнім для перевірки запропонованого методу та 2) даний тип голограм дозволяє провести реальні експерименти по відображенню на наявному обладнанні.

В подальшій роботі, під час проведення модельного експерименту, всі реальні процеси над синтезованими голограми були математично відтворені в середовищі MatLab і отримані вихідні зображення усереднені використовуючи метод описаний в попередньому параграфі. На рис.2 представлено результати обчислювального експерименту з усередненими 1, 10, 20, 50 та 100 зразками (синтезованими голограми). Значне зниження шуму видно як на картинках зображень, так і на графіках інтенсивності.

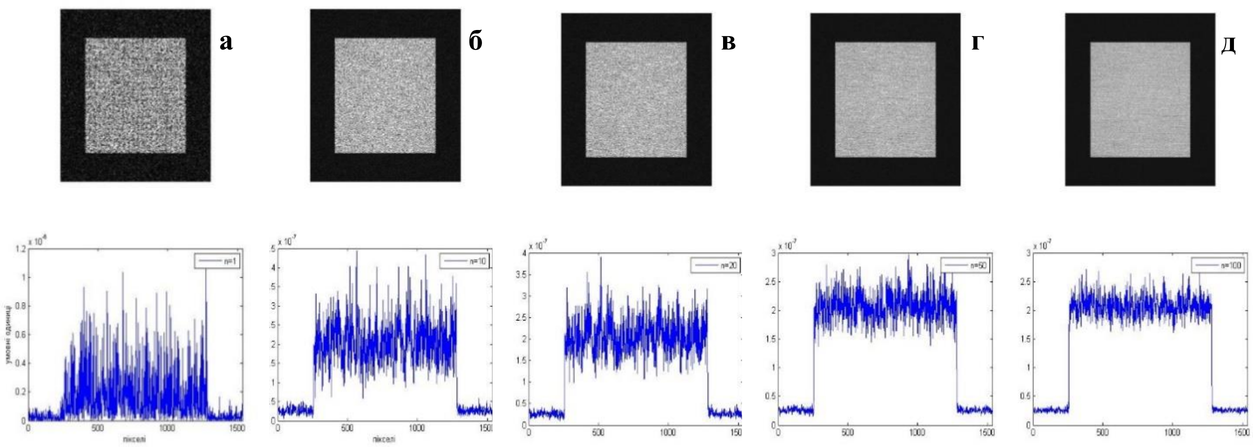


Рис 4.12. Заданий розподіл інтенсивності зображення в залежності від кількості накладених голограм відповідно: а)1; б)10; в)20; г)50 та д)100
Графік інтенсивності в перерізі в залежності від кількості накладених голограм.

Як видно з отриманих результатів під час модельного експерименту, всього при ста накладаннях можливо отримати заданий розподіл поля з достатньо однорідним графіком інтенсивності в перерізі по всьому відновленому зображенні.

Другим етапом роботи було проведення реального експерименту із застосуванням синтезованих голограмами, отримання яких було описане вище. Для експерименту використовувалась оптична схема, приведена на рис.4.13 (поляризатор і аналізатор, необхідні для використання SLM в режим фазової модуляції, а нейтральні фільтри опущені для візуального спрощення схеми).

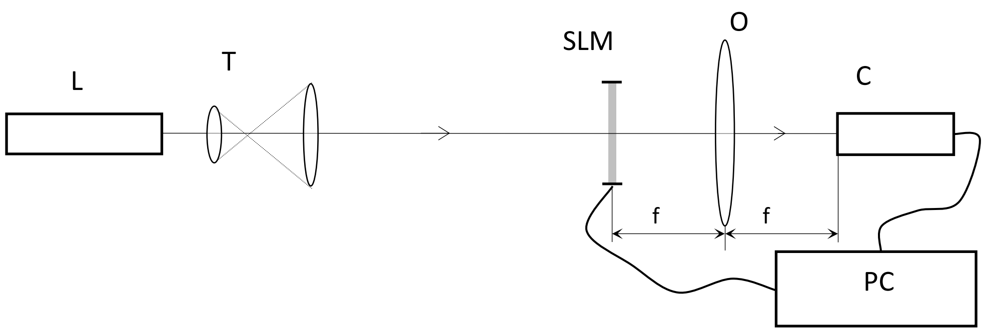


Рис.4.13. Експериментальна схема з SLM.
L – твердотільний лазер (532 nm); T – телескоп (розширювач пучка); SLM – фазовий модулятор світла; O – Фур'є - об'єктив; C – CCD-камера; PC – контролюючий комп'ютер.

100 синтезованих бінарних голограм з незалежними фазовими дифузорами послідовно відображалися на SLM (HoloEye HEO-0017, 1024x768 пікселів, режим роботи - пропускання) із середньою швидкістю 33 кадрів в секунду. Коефіцієнт усереднення налаштовувався за допомогою часу експозиції камери. Обчислений коефіцієнт усереднення n = (експозиція X частота кадрів). Експерименти були проведені з однією картиною (коефіцієнт усереднення n = 1), і час експозиції 200 мс (n = 6), 500 мс (n = 17), 1 с (n = 33) і 3 с (n = 100). Оцінка коефіцієнта усереднення не є точною, оскільки частота кадрів не контролювалася, а отже, не може бути гарантовано постійною.

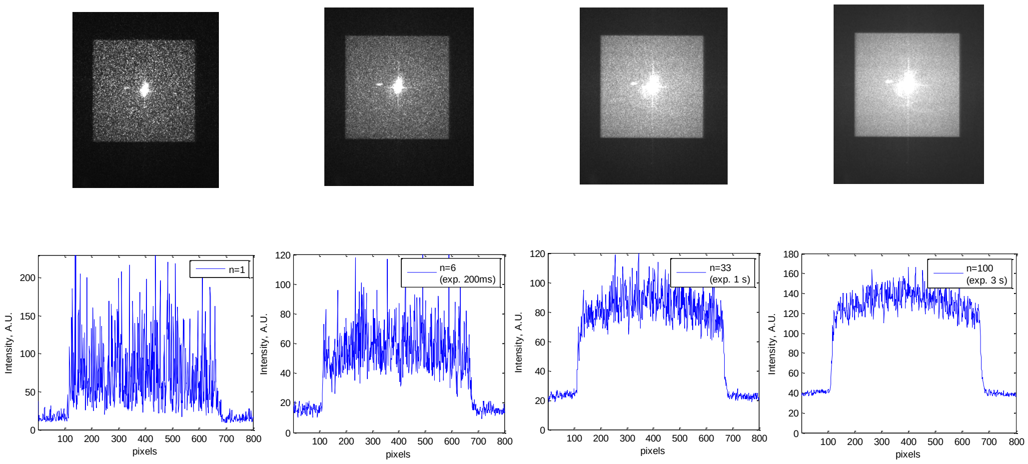


Рис 4.14. Зменшення спекл-шуму за кількістю усереднених проб.
Справжній експеримент із синтезованими голограмами та SLM.
(візуальне подання зверху та графіки інтенсивності внизу).

Результати разом з графіками інтенсивності показані на рис.4.14. Графіки інтенсивності обраховуються з периферійної області (не враховуючи центр) відповідного зображення, щоб уникнути піку центральної інтенсивності. Цей пік обумовлений використанням SLM. Він містить недефраговане світло, викликане здебільшого коефіцієнтом заповнення ПЗЗ. Вирішення цього дефекту можливе: 1. При використанні шаблонів, що використовують периферійну частину дифракційного поля та опускають центр; 2. Або використання оновленої технологія SLM, що має кращі характеристики і зменшує проблему з коефіцієнтом заповнення.

Видима кривизна лінії середньої інтенсивності виявляє незначне віньєтування на зображенні, викликане дифракцією світла на діафрагмі одиночних пікселів SLM. Це враховувалось при опрацювання результатів. Ефект віньєтування також може бути зменшений на етапі синтезу голограми за допомогою включення перевернутої однопіксельної дифракційної функції. Так само, як і в обчислювальному експерименті, покращення в спекл-шумі видно як на візуалізаціях зображення, так і на графіках інтенсивності.

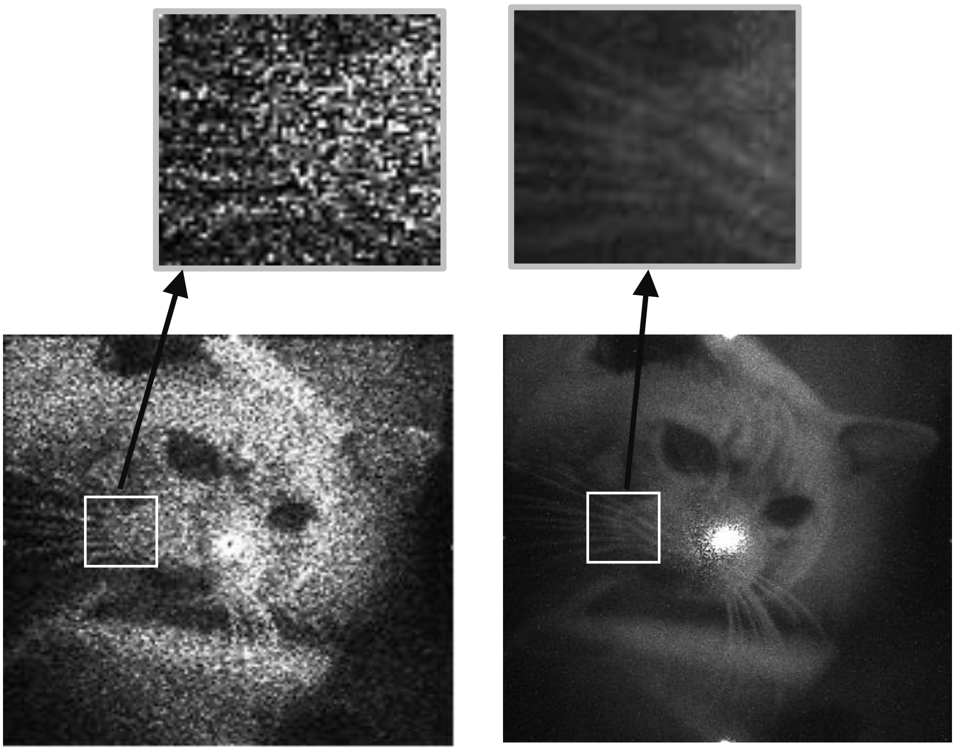


Рис.4.15. Візуальне покращення зображення, згенероване повною цифровою голограмою з фазовим дифузором, шляхом некогерентного усереднення. Коефіцієнт усереднення n = 1 (зліва) і n = 100 (праворуч)

Для ілюстрації візуального ефекту методу (див. рис.4.15) для генерації зображення було взято реалістичне зображення сірого масштабу та проведено реальний експеримент із максимальним коефіцієнтом усереднення 100. Через основні обмеження бінарної голограми він не може використовувати все поле дифракції для сформованого зображення якщо воно не є центрально-симетричним.

Таким чином, повнофазна голограма використовувалась для генерації. Однак, оскільки максимальне доступне значення фазової модуляції для обладнання, яке використовується, становить лише 1,4π, а не 2π, як потрібно відповідно до теоретичного опису моделі, загальна якість зображення погіршується.

Покращення деталей зображення також показано на збільшених ділянках Рис.5 разом із покращенням загальної картини.

Для чисельної характеристики отриманих результатів обчислювали співвідношення сигнал-шуму у кожному конкретному випадку (див.рис.4.16)

Сигнал визначається як середнє значення у верхній частині сходинки інтенсивності мінус фонове значення (підніжжя сходинки інтенсивності). Шум визначається як стандартне відхилення сигналу на вершині сходинки інтенсивності. У реальних експериментальних даних врахована додаткова корекція для однопіксельної дифракційної функції, застосовується після віднімання фону. На рис.4.16 відображені розрахункові результати отримані як для модельованих, так і для реальних експериментів разом із очікуваною теоретичною кривою.

Для модельованих результатів можна було обчислити співвідношення сигнал-шум після кожної нової усередненої ітерації. Отже відповідна крива

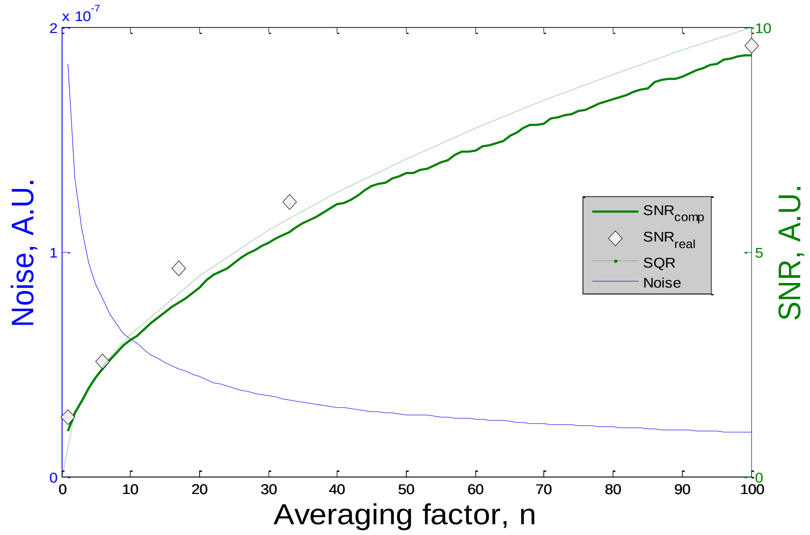


Рис 4.16. Співвідношення сигнал-шум покращення відповідно до кількості усереднених проб.

SNR_{comp} та SNR_{real} - відповідно обчислені співвідношення сигнал-шум з модельного та реальних експериментів; SQR - очікувана теоретична крива SNR; Шум - це шум, обчислений в результаті модельного експерименту суцільна. Тоді як для реального експерименту доступні лише певні моменти. Також, для ілюстрації, відображається крива шуму з модельного експерименту.

Як видно з рис.4.16, і модельні, і реальні дані досить близькі до очікуваної теоретичної кривої. Спостережуване систематичне відхилення кривої SNR_{comp} (співвідношення сигнал-шуму для модельних експериментів) від теоретичного, ймовірно, може бути викликане не повністю незалежними фазовим дифузором. Оскільки вони були створені генератором псевдовипадкових чисел і могли мати деяку залишкову кореляцію. Інша причина може полягати в не чітко встановленому зв'язку між сигналом і фоном. Тож рівень сигналу може бути заниженим. Для точок SNR_{real} (співвідношення сигнал-шуму для реальних експериментів) слід зазначити, що їх розташування на осі x не є точним. Оскільки розрахунок коефіцієнта усереднення базується на голограмах, що відображають частоту кадрів, яка відома лише як середня і може відхилятися під час експерименту. Проте тенденція дуже близька до теоретичних очікувань.

4.4. Висновки розділу 4

1. Досліджено теоретично і підтверджено експериментально роль фазового дифузора у стабілізації розподілу світлової енергії, сформованого синтезованим дифракційним оптичним елементом.

2. Введено і обґрунтовано поняття некогерентної згортки. Показано, що механізм стабілізації дифузора полягає у перетворенні згортки зображення, що формується системою, і апаратної функції системи, яка містить усі можливі впливи на зображення, з когерентної на некогерентну.

3. Розроблено методику зменшення спекл-шуму у сформованому розподілі, притаманному застосуванню фазового дифузора. Метод базується на некогерентному усередненні спекл-полів, отриманих від статистично незалежних дифузорів.

4. Запропоновано кореляційний метод формування стабілізованого розподілу світлової енергії на базі модифікованої самоасоціативної схеми Фур'є-голографії із застосуванням синтезованого дифракційного оптичного елемента. Показано, що адаптація схеми для можливості роботи з пристроями просторової модуляції світла (SLM) в динамічному режимі не впливає суттєво на показники стабілізації.

ВИСНОВКИ

В роботі проведено дослідження кореляційних перетворень світлових полів в оригінальній самоасоціативній схемі Фур'є-голографії. В ході досліджень були отримані нові важливі результати, які доповнюють та розширюють актуальні напрямки Фур'є-голографії, та стали основою для формулювання наступних висновків.

1. Вперше побудовано узагальнений опис схеми Фур'є-голографії з довільними опорним, предметним і відновлюючим пучками, а також відновленням в будь-якому порядку дифракції.
2. Запропоновано оригінальну самоасоціативну схему Фур'є-голографії та досліджено її роботу. Зокрема, встановлено зв'язок структури зображення і параметрів юстування схеми з вибором режиму роботи схеми, а також залежність якості асоціативно відновленого зображення від розміру відновлюючого фрагмента.
3. Сформульовано і проаналізовано концепцію оптичного шифрування на базі оригінальної самоасоціативної схеми. Отримано ряд принципових особливостей даної схеми в порівнянні з відомими аналогами, а саме: стійкість та надлишковість ключа, вибір режиму роботи схеми з підсвічування ключа, можливість асоціативного пошуку.
4. Запропоновано нову віртуально-оптичну систему шифрування з асоціативним ключем на базі самоасоціативної схеми Фур'є-голографії із заміною інтегрального ядра: заміна перетворення Фур'є на перетворення Волша-Адамара. Доведено вищу ефективність при роботі з цифровими даними ВО системи з ядром Волша-Адамара ніж з ядром перетворення Фур'є. Межа безпомилкового дешифрування, в першому випадку складає 19% проти 34% для другого випадку.
5. Запропоновано новий кореляційний метод формування розподілу світлової енергії на базі модифікованої самоасоціативної схеми із застосуванням синтезованого дифракційного оптичного елемента. Вперше розглянуто питання про стійкість сформованого розподілу до аберацій в системі і його стабілізації.

6. Досліджено роль фазового дифузора у стабілізації розподілу світлової енергії, сформованого синтезованим дифракційним оптичним елементом. Запропоновано оригінальну методику зменшення спекл-шуму у сформованому розподілі, притаманному застосуванням фазового дифузора.
7. Досліджено ряд важливих теоретичних і практичних питань розрахунку синтезованих Фур'є-голограм і дифракційних оптичних елементів. Розроблено методи оптимізації основних типів дифракційних оптичних елементів: амплітудних, фазових і бінарних.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. P. J. van Heerden. A new optical method of storing and retrieving information. Applied Optics. 1963. Vol.2. №4. pp. 387-392.
2. P. J. van Heerden. Theory of optical information storage in solids. Applied Optics. 1963. Vol.2. №4. pp. 393- 400.
3. K.S.Pennington, R.J.Collier Hologram-generated ghost image experiment. Applied physics letters. 1966. Vol.8. № 14. pp. 14-16.
4. R.J.Collier, K.S.Pennington Ghost imaging by holograms formed in near field. Applied physics letters. 1966. Vol.8. № 44. pp. 46-46.
5. П.В. Полянский. О формировании сопряженного изображения в схеме обобщенного голографического фильтра. Оптика и спектроскопия. 1988 т. 65, вып. 2. с. 435-438.
6. Polyanskii, P.V., Felde, C.V., Konovchuk, A.V. et al. On the role of higher-order nonlinearities in implementing second-order hologram-based associative memories. Opt. Mem. Neural Networks 2015. №24. pp. 230–234.
7. O. V. Angelsky, P. V. Polyanskii, Ch. V. Felde. The emerging field of correlation optics. Optics and Photonics News. 2012. Vol.23. №4. pp. 25-29. http://dx.doi.org/10.1364/OPN.23.4.000025
8. Г.В. Богатирьова, П.В. Полянський, К.В. Фельде, Є.В. Зілінський. Кореляційно-оптичний підхід до проблеми голографічної асоціативної пам’яті. Вісник КПІ. Серія приладобудування. 2018. Вип. 56, №2, ст.24-37
9. P.V. Polyanskii, Y.M. Husak. Volume quadric hologram-based associative memories. Opt. Mem. Neural Networks. 2014. №23. pp. 225–232.
10. Soffer B.H., Duuning G.J., Ovechko Y., Varon E. Associative holographic memory with feedback using phase-conjugate mirrors. Opt. Letters. 1986. v.11. №2 pp.118-120.
11. Ф. Уоссермен. Нейрокомпьютерная техника: теория и практика. 1992. 184 с. URL:http://www.immsp.kiev.ua/postgraduate/Biblioteka_trudy/NejpokomputernTechnikaUossermen1992.pdf

12. M.A. Neifeld, D. Psaltis. Programmable image associative memory using an optical disc and a photorefractive crystal. Appl. Opt. 1993. Vol. 32, № 23. pp.4398-4409.
13. Igor Aleksander. Digital neural networks, matched filters and optical implementations. In Neural Computing Architectures: The Design of Brain-Like Machines. MITP. 2003. pp.258-278.
14. Tin Maung Aye, Tomasz Jannson, Andrew Kostrzewski, Min-Yi Shih. Phase addressed holographic associative memory. Patents US8199387B1 United States G03H1/0005 Adaptation of holography to specific applications. 2012. URL:https://patents.google.com/patent/US8199387
15. A. Mita, A. Okamoto and H. Funakoshi. Effect of random phase mask on input plane in photorefractive authentic memory with two-wave encryption method. Advanced Optical and Quantum Memories and Computing. 2004. Proc. of SPIE. Vol. 5362. pp. 61-68. https://doi.org/10.1117/12.528717
16. Гнатовський О.В., Золочевська О.В., Шпак М.Т. Кореляційне відновлення голографічних зображень. УФЖ. 1994. т. 39. № 11,12. с.1075-1079
17. Гнатовский А.В., Медведь Н.В., Меленевский Д.А., Прядко Л.Д., Яровой Л.К. Ассоциативный кореллятор прямого действия. Специальная техника и вооружение. 2001. № 2. с. 26-29
18. Гнатовский А.В., Золочевская О.В., Медведь Н.В. Кросс-корелляционная голография с предварительной модуляцией волнового фронта. Вестник SPIE. Оптическая техника. 1995. Том. 6. № 2 с. 11-15
19. Золочевська О.В. Стійкість зображень у випадку кореляційного відновлення фур'є-голограм. УФЖ. 1997. т. 42. № 2. с.140-142
20. A.Gnatovsky, O.Zolochevska, N.Kukhtarev Associative holographical cross-correlator on photorefractive crystals.// Optical memory and neural networks – 1998, v.7, № 2, pp. 107-111.
21. Lambertus Hesselink, Sergei S. Orlov, and Matthew C. Bashaw. Holographic Data Storage Systems. Proceedings of the IEEE. 2004. Vol. 92, № 8. pp. 1231-1280.

22. A. Yu. Betin, V. I. Bobrinev, S. B. Odinokov, N. N. Evtikhiev, R. S. Starikov, S. N. Starikov, and E. Yu. Zlokazov. Holographic memory optical system based on computer-generated Fourier holograms. Applied Optics. 2013. Vol. 52, Issue 33, pp. 8142-8145
23. Duelli M., Montemezzani G., Zgonik M., Günter P. () Photorefractive Memories for Optical Processing. In: Günter P., Huignard JP. (eds) Photorefractive Materials and Their Applications. Springer Series in Optical Sciences. Springer, NY. 2007. Vol 115. hp 77-134. https://doi.org/10.1007/978-0-387-34728-8_4
24. ISO/IEC 15408-1: Information technology—Security techniques—Evaluation criteria for IT security. 1: Introduction and general model. 2009. URL: https://www.iso.org/standard/50341.html
25. J.J. Wu, W.X. Zhen, J.L. Zheng, W. Liu, Y. Zhang, S. Liu. Multiple-image encryption based on computational ghost imaging. Opt. Commun. 2016. Vol.359. pp. 38–43.
26. L. Sui, X. Zhao. An optical multiple-image authentication based on transport of intensity equation. Opt. Lasers Eng. 2019. Vol. 116, pp.116–124.
27. N. Zhou, X. Yan. Multi-image encryption scheme based on quantum 3D Arnold transform and scaled Zhongtang chaotic system. Q. Inf. Process. 2018. Vol.17. p.338.
28. B. Javidi and T. Nomura. Securing information by use of digital holography. Opt. Lett. 2000. № 25. pp. 28–30.
29. Bahram Javidi, Artur Carnicer, Masahiro Yamaguchi, and ed. Roadmap on optical security. Journal of Optics. 2016.Vol. 18. № 8. pp. 1-39.
30. P. Réfrégier and B. Javidi. Optical image encryption based on input plane Fourier plane random encoding. 1995. Opt. Lett. Vol. 20. pp.767–769.
31. M. Takeda, K. Nakano, H. Suzuki and M. Yamaguchi. Encrypted sensing based on digital holography for fingerprint images. Opt. Photon. J. 2015. Vol.5 pp.6-14.
32. E. Tajahuerce and B. Javidi. Encrypting three-dimensional information with digital holography. Appl. Opt. 2000. Vol.39. № 6. pp. 595–601.

33. Y. Rivenson, A. Stern and B. Javidi. Single exposure super-resolution compressive imaging by double phase encoding. Opt. Express. 2010. Vol.18. № 14. Pp.15094–15103.
34. H. Suzuki, M. Yamaguchi, M. Yachida, N. Ohyama, H. Haneishi and T. Obi. Experimental evaluation of fingerprint verification system based on double random phase encoding. Opt. Express. 2006. Vol.14. № 5. pp.1755–1766.
35. Y. Frauel, A. Castro, T. Naughton and B. Javidi. Resistance of the double random phase encryption against various attacks. Opt. Express. 2007. Vol.15. №4. pp.10253–10265.
36. K. Nakano, M. Takeda, H. Suzuki and M. Yamaguchi. Security analysis of phase-only DRPE based on knownplaintext attack using multiple known plaintext–ciphertext pairs. Appl. Opt. 2014. Vol. 53 pp. 6435–6443.
37. K. Nakano, M. Takeda, H. Suzuki and M. Yamaguchi. Encrypted imaging based on algebraic implementation of double random phase encoding. 2014. Appl. Opt. Vol.53. pp. 2956–2963.
38. X. Peng, Z. Cui, T. Tan, Information encryption with virtual-optics imaging system Opt. Commun. 2002. Vol. 212. № 4–6. pp. 235-245.
39. X. Wang, D. Zhao. Information synthesis (complex amplitude addition and subtraction) and encryption with digital holography and virtual optics. Opt. Express Vol. 2006. Vol.14. № 4. pp. 1476-1486.
40. C. Liu, X. Yu, and M. K. Kim. Simulation and Experiment of Fourier Transform Digital Holographic Adaptive Optics. In Digital Holography and Three-Dimensional Imaging, OSA Technical Digest. Optical Society of America. 2013. paper DW2A.18. URL: https://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=DH-2013-DW2A.18
41. B.M. Hennelly, J.T. Sheridan. Image encryption and the fractional Fourier transform. Optik. 2003. Vol.114. pp. 251-265.
42. Javier García, David Mas, and Rainer G. Dorsch. Fractional-Fourier-transform calculation through the fast-Fourier-transform algorithm. Appl. Opt. 1996. Vol.35. pp.7013-7018.
43. Л.М.Сороко. "Опыт" Юнга-Уолша и логическая голография. БШФФ. 2003. URL: http://bsfp.media-security.ru/school6/5.htm

44. María S. Millán, Elisabet Pérez-Cabré, and Bahram Javidi. Multifactor authentication reinforces optical security. Opt. Lett. 2006.Vol.31. pp.721-723.

45. E. Pérez-Cabré, E.A. Mohammed, M.S. Millán, H.L. Saadon. Photon-counting multifactor optical encryption and authentication. J. Opt. 2015. Vol 17. № 2. pp. 025706-025721.

46. B. Javidi and J.L. Horner. Optical pattern recognition for validation and security verification. Opt. Eng. 1994. Vol.33 pp.1752–1758.

47. J.Vilardy, M.S. Millán and E. Pérez-Cabré. Improved decryption quality and security of a joint-transform correlator-based encryption system J. Opt. 2013. Vol.15 pp.025401-025409.

48. J.Vilardy, M.S. Millán and E. Pérez-Cabré. Nonlinear optical security system based on a joint transform correlator in the Fresnel domain App. Opt. 2014. Vol.53. pp.1674–1682.

49. A. Carnicer, M. Montes-Usategui, S. Arcos and I.Juvells. Vulnerability to chosen-cyphertext attacks of optical encryption schemes based on double random phase keys. Opt. Lett. 2005. Vol.30. pp1644–1650.

50. Y. Frauel, A. Castro, T. J. Naughton and B.Javidi. Resistance of the double random phase encryption against various attacks Opt. Express. 2007. Vol.15 pp.10253–10265.

51. G.Situ, U.Gopinathan, D.S.Monaghan and J.T.Sheridan. Cryptanalysis of optical security systems with significant output images. Appl. Opt. 2007. Vol.46. pp.5257–5262.

52. G.Situ, D.S.Monaghan , T.J. Naughton, J.T. Sheridan, G.Pedrini and W.Osten. Collision in double random phase encoding Opt. Commun. 2008. Vol.281 pp.5122–5127.

53. Situ G, Pedrini G and Osten W 2010 Strategy for cryptanalysis of optical encryption in the Fresnel domain Appl. Opt. 49 457–62.

54. I. Younas, M. Khan. A New Efficient Digital Image Encryption Based on Inverse Left Almost Semi Group and Lorenz Chaotic System. Entropy 2018. Vol. 20. pp. 913-919.

55. Yong Zhang. The fast image encryption algorithm based on lifting scheme and chaos. Information Sciences. 2020. Vol. 520. pp. 177-194.
56. S.Dongfeng, H.Jian, W.Yingjian, et al. Simultaneous fusion, imaging and encryption of multiple objects using a single-pixel detector. Sci Rep. 2017. Vol.7. pp.13172-13180.
57. Z.Leihong, Z.Zhisheng, Y.Hualong, et al. Multi-image holographic encryption based on phase recovery algorithm and ghost imaging. Appl. Phys. 2020 Vol. 126. p.136-145.
58. M. Padgett and R. Di Leonardo. Holographic optical tweezers and their relevance to lab on chip devices. Lab Chip. 2011. Vol.11. №7.pp. 1196–1205.
59. Y. Liang, S. Yan, Z. Wang, R. Li, Y. Cai, M. He, B. Yao, and M. Lei. Simultaneous optical trapping and imaging in the axial plane: a review of current progress. Rep. Prog. Phys. 2020. Vol. 83. №3. pp.032401-032422.
60. D. B. Conkey, R. P. Trivedi, S. R. P. Pavani, I. I. Smalyukh, and R. Piestun. Three-dimensional parallel particle manipulation and tracking by integrating holographic optical tweezers and engineered point spread functions. Opt. Express. 2011. Vol.19. № 5. pp. 3835–3842.
61. M. Righini, A. S. Zelenina, C. Girard, and R. Quidant. Parallel and selective trapping in a patterned plasmonic landscape. Nat. Phys. 2007. Vol.3. №7. pp. 477–480.
62. R. L. Eriksen, V. R. Daria, and J. Gluckstad. Fully dynamic multiple-beam optical tweezers. Opt. Express. 2002. Vol.10. №14. pp. 597–602.
63. K. Sasaki, M. Koshioka, H. Misawa, N. Kitamura, and H. Masuharah. Pattern-formation and flow-control of fine particles by laser-scanning micromanipulation. Opt. Lett. 1991. Vol.16. №19. pp.1463–1465.
64. J. E. Molloy, J. E. Burns, J. C. Sparrow, R. T. Tregear, J. Kendrickjones, and D. C. S. White. Single-moleculemechanics of heavy-meromyosin and s1 interacting with rabbit or drosophila actins using optical tweezers. Biophys. J. 1995. Vol.68. №4. pp298S–303S.

65. M. P. MacDonald, L. Paterson, K. Volke-Sepulveda, J. Arlt, W. Sibbett, and K. Dholakia. Creation and manipulation of three-dimensional optically trapped structures. Science. 2002. Vol.296. №5570. pp.1101–1103.
66. G. W. Stroke, F. H. Westervelt and R. G. Zech. Holographic synthesis of computer-generated holograms. In Proceedings of the IEEE. 1967. Vol. 55. № 1. pp. 109-111.
67. M. Padgett and R. Bowman. Tweezers with a twist. Nat. Photonics 2011. Vol.5, 343-348.
68. A. M. Yao and M. J. Padgett. Orbital angular momentum: origins, behavior and applications. Adv. Opt. Photon. 2011.Vol.3. pp.161-204.
69. M. Reicherter, T. Haist, E. U. Wagemann, and H. J. Tiziani. Optical particle trapping with computer-generated holograms written on a liquid–crystal display. Opt. Lett. 1999. Vol. 24. №9. pp.608–610.
70. J. E. Curtis, B. A. Koss, and D. G. Grier. Dynamic holographic optical tweezers. Opt. Commun. 2002. Vol.207. №1-6. pp.169–175.
71. B. Jia, H. Lin, and M. Gu. Dynamic generation of Debye diffraction-limited multifocal arrays for direct laser printing nanofabrication. Opt. Lett. 2011. Vol.36. №3. pp.406–408.
72. M. Woerdemann, et al. Advanced optical trapping by complex beam shaping. Laser & Photonics Reviews. 2013. Vol.7. pp.839-854.
73. R. Kampmann, S. Sinzinger, and J. G. Korvink. Optical tweezers for trapping in a microfluidic environment. Appl. Opt. 2018. Vol.57. pp.5733-5742.
74. E. Dufresne and D. Grier, Rev. Optical tweezer arrays and optical substrates created with diffractive optics. Sci. Instrum. 1998. Vol.69. pp.1974 -1977.
75. Y. Hayasaki, S. Sumi, K. Mutoh, and S. Suzuki. Optical manipulation of microparticles using diffractive optical elements. Proc. SPIE. 1996. Vol.2778. pp.229–230.
76. E. Dufresne, G. Spalding, M. Dearing, S. Sheets, and D. Grier. Computer-generated holographic optical tweezer arrays. Rev. Sci. Instrum. 2001. Vol.72. pp.1810-1820.

77. M. Reicherter, T. Haist, E. Wagemann, and H. Tiziani. Optical particle trapping with computer-generated holograms written on a liquid-crystal display. Opt. Lett. 1999. Vol.24. pp.608-610.
78. P. T. Korda, M. B. Taylor, and D. G. Grier. Kinetically locked-in colloidal transport in an array of optical tweezer.Phys. Rev. Lett. 2002. Vol.89. №12. pp.128301-128306.
79. K. Mangold, P. Leiderer, and C. Bechinger. Phase transitions of colloidal monolayers in periodic pinning arrays. Phys. Rev. Lett. 2003. Vol.90. № 15. pp. 158302-158307.
80. M. Brunner and C. Bechinger. Phase behavior of colloidal molecular crystals on triangular light lattices. Phys. Rev. Lett. 2002. Vol.88. № 24. pp. 248302-248308.
81. Jan Gieseler, Bradley Deutsch, Romain Quidant, Lukas Novotny. Subkelvin Parametric Feed back Cooling of a Laser-Trapped Nanoparticle. Physical Review Letters 2012. Vol.109. pp.103603-103610.
82. Р. У. Герхберга, У. О. Сакстона. Практичний алгоритм визначення фази з зображень та дифракційних площинних зображень. Optik. 1972. Vol.35. pp.237–246.
83. Yanan Cai, Shaohui Yan, Zhaojun Wang, Runze Li, Yansheng Liang, Yuan Zhou, Xing Li, Xianghua Yu, Ming Lei, and Baoli Yao. Rapid tilted-plane Gerchberg-Saxton algorithm for holographic optical tweezers. Opt. Express. 2020. Vol.28. pp.12729-12739.
84. Christina Hesseling, Mike Woerdemann, Andreas Hermerschmidt, Cornelia Denz. Controlling ghost traps in holographic optical tweezers. Optics Letters 2011. Vol. 36. No. 18. pp. 3657-3659.
85. J. Curtis, C. Schmitz, and J. Spatz. Symmetry dependence of holograms for optical trapping. Opt. Lett. 2005. Vol.30. pp.2086-2088.
86. J. Leach, G. Sinclair, P. Jordan, J. Courtial, M. J. Padgett, J. Cooper, and Z. J. Laczik. 3D manipulation of particles into crystal structures using holographic optical tweezers. Opt. Express. 2004. Vol.12. pp.220-226.

87. J. Leach, K. Wulff, G. Sinclair, P. Jordan, J. Courtial, L. Thomson, G. Gibson, K. Karunwi, J. Cooper, Z. J. Laczik, and M. Padgett. Fast parallel diffractive multi-beam laser surface micro-structuring. Appl. Opt. 2006. Vol.45. pp 469-472.
88. M. Montes-Usategui, E. Pleguezuelos, J. Andilla, and E. Martın-Badosa. Fast generation of holographic optical tweezers by random mask encoding of Fourier components. Opt. Express.2006. Vol.14. pp.2101-2107.
89. M. Polin, K. Ladavac, S. Lee, Y. Roichman, and D. Grier Optimized holographic optical traps. Opt. Express. 2005. Vol.13. pp.5831-5845.
90. A. Jesacher, S. Furhpater, S. Bernet and M. Ritsch-Marte. Size selective trapping with optical ”cogwheel” tweezers. Opt. Express. 2004. Vol.12. pp.4129–4135.
91. R. Gerchberg and W. Saxton. A practical algorithm for the determination of phase from image and. diffraction plane pictures. Optik. 1972. Vol.35. pp.237-246.
92. J. Fienup. Phase retrieval algorithms: a comparison. Appl. Opt. 1982. Vol.21. pp.2758-2769.
93. Montes-Usategui, M., Pleguezuelos, E., Andilla, J., & Martín-Badosa, E. Fast generation of holographic optical tweezers by random mask encoding of Fourier components. Optics Express 2006. Vol. 14. №6. pp.2101-2110.
94. J. Curtis, C. Schmitz, J. Spatz. Symmetry dependence of holograms for optical trapping. Opt. Lett. 2005. Vol.30. pp.2086-2088.
95. Full complex modulation using liquid crystal televisions. Applied Optics. 1992. Vol.31. pp.163–165.
96. Full phase and amplitude control of holographic optical tweezers with high efficiency. Opt. Express. 2008. Vol.16. pp.4479-4486.
97. J. Kirk, A. Jones. Phase-Only Complex-Valued Spatial Filter. J. Opt. Soc. Am. 1971. Vol.61. pp.1023-1028.
98. J. Leach, M.R. Dennis, J. Courtial, M. Padgett. Vortex knots in light. New J. Phys. 2005. Vol.7. pp.55-66.
99. Y. Roichman, D.G. Grier. Projecting extended optical traps with shape-phase holography. Opt. Lett. 2006. Vol.31. pp.1675-1677.
100. R. Bowman, V. D’Ambrosio, E. Rubino, O. Jedrkiewicz, P. Di Trapani & M. J. Padgett. Optimisation of a low cost SLM for diffraction efficiency and ghost order

suppression. The European Physical Journal Special Topics. 2011.Vol.199. pp.149–158.

101. A. Derzhypolskyy, D. Melenevskyy, A. Gnatovskiy, N. Medved. Some peculiarities of the associative holographic image formation and quality: the comparative analysis. Functional materials. 2005. Vol. 12. № 1. pp.87-90

102. Г. Корн, Т. Корн Справочник по математике. Наука. 1978. 831 с

103. A.G. Derzhypolskii, A.N. Gnatovskii, A.A. Ishchenko, D.D. Mysyk, R.D. Mysyk. Forming a latent associative image in photothermoplastic media in comparison with an image in a photorefractive crystal. Journal of optical technology. 2005. Vol. 72, № 10. P.754-758 https://doi.org/10.1364/JOT.72.000754

104. A. Derzhypolsky, A. Gnatovskiy, and eds. The latent associative image form peculiarities in the photorefractive mediums based on photothermoplastic films. The Tenth International Conference on Photorefractive Effects, Materials, and Devices. (19-23 July 2005, Hainan, China) Vol. 99 of OSA (Optical Society of America), p.348 https://doi.org/10.1364/PEMD.2005.348

105. A. Derzhypolskyi, L. Derzhypolska, O. Gnatovskyi Tunable associative readout in self-associative Fourier holography scheme by means of fine alignment. 2019. IEEE 8thInternational Conference on Advanced Optoelectronics and Lasers (CAOL) (06-08 September 2019 Sozopol, Bulgaria). pp. 67-70

106. A. Derzhypolskyi, O. Gnatovskyi. Prediction of signal-to-noise ratio in self-associative Fourier holography image reconstruction scheme. (The 12 International Conference “Correlation Optics” 14-18 September 2015. Chernivtsi. Ukraina). Book of abstracts, p.23

107. A. Derzhypolskyi, O. Gnatovskyi, A. Negriyko, L. Derzhypolska Estimation of quality of reconstructed image in self-associative Fourier holography scheme. IEEE 7th International Conference on Advanced Optoelectronics and Lasers (CAOL). (12-15 September 2016 Odessa, Ukraine,). pp.228-230 https://doi.org/10.1109/CAOL.2016

108. Mark A. Neifeld, Ruozhong Xuan, and Michael W. Marcellin Communication theoretic image restoration for binary-valued imagery. Applied Optics, 2000, Vol. 39. No. 2. pp. 269-276

109. Binyao Gong. Virtual optical image encryption based on double random amplitude encoding. 2nd International Conference on Electronic & Mechanical Engineering and Information Technology (EMEIT-2012). Atlantis Press, pp. 0331-0335 https://doi.org/10.2991/emeit.2012.66
110. E. Rueda, J. F. Barrera, R. Henao, and R. Torroba. Optical Image Multiplexing Encryption Using Digital Holography in a JTC Architecture. In Advances in Imaging, OSA Technical Digest (CD). Optical Society of America. 2009. paper JTuB3 https://doi.org/10.1364/DH.2009.JTuB3
111. D. Mendlovic and H. M. Ozaktas. Fractional Fourier transforms and their optical implementation: I. J. Opt. Soc. Am. A. 1993/ Vol.10. pp.1875–1880/
112. Sixing Xi, Xiaolei Wang, Lipei Song, Zhuqing Zhu, Bowen Zhu, Shuai Huang, Nana Yu, and Huaying Wang. Experimental study on optical image encryption with asymmetric double random phase and computer-generated hologram. Opt. Express. 2017. Vol.25. pp. 8212-8222.
113. Vilardy O., J.M.; Jimenez, C.J.; Torres M., C.O. Optical Image Encryption System Using Several Tilted Planes. Photonics. 2019. Vol.6. p116.
114. H. M. Ozaktas and D. Mendlovic. Fractional Fourier transforms and their optical implementation: II. J. Opt. Soc. Am. A. 1993. Vol.10. pp. 2522–2531.
115. A. C. McBride and F. H. Kerr. On Namias's fractional Fourier transform. J. Appl. Math. 1987. Vol.39. pp.159 –175.
116. Adhemar Bultheel, Héctor E. Martínez Sulbaran. Computation of the fractional Fourier transform. Applied and Computational Harmonic Analysis. 2004. Vol. 16. №3. pp. 182-202.
117. A. Derzhypolskyy, D. Melenevskyy, O. Gnatovskiy. A Comparative Analysis of Associative Properties of Fourier versus Walsh Digital Holograms. Acta Physica Polonica A. 2007. Vol. 112. № 5. pp. 1101-1106
118. Agaian, Sos; Sarukhanyan, Hakob; Egiazarian, Karen; Astola, Jaakko. Hadamar dtransformation. Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers, 2011. p.520

119. Berend D, Dolev S, Frenkel S, Hanemann A. Towards holographic "brain" memory based on randomization and Walsh-Hadamard transformation. Neural Netw. 2016. Vol 77. pp. 87-94. https://doi:10.1016/j.neunet.2016.02.001
120. A. Derzhypolskyi, O. Gnatovskyi, A. Negriyko. Associative image reconstruction as a method of formation and stabilization of the energy distribution in a laser beam. Ukrainian Journal of Physics. 2009. Vol. 54. № 1-2. pp.22-27
121. A. Derzhypolskyi, D. Melenevskyi, O. Gnatovskyi, A. Negriyko. Stabilization of distribution of radiation energy in optical tweezers wand. (The 8 International Conference “Correlation Optics” 11-14 September 2007. Chernivtsi. Ukraina). Proceedings of the SPIE. 2008. Vol. 7008. pp.70081T-1–70081T-5 https://doi.org/10.1117/12.797118
122. Derzhypolskyi A.G., Negrijko, A.M., Gnatovskyi, V.O. Correlation methods of formation of complex fields in optical tweezers. Ukrainian-German Symposium on physics and chemistry of nanostructures and on nanobiotechnology. (06-10 September 2010 Beregove. Crimea. Ukraine). Book of abstracts, p. 266
123. MatLab URL:https://www.mathworks.com/products/matlab.html
124. А.Г. Держипольський, О.В. Гнатовський, Н. В. Медвідь. Метод стабілізації просторового розподілу лазерного випромінювання на технологічній мішені. Доповіді Національної академії наук України. 2006. Випуск № 6. ст.68-71
125. А.Г. Держипольський. Л.А. Поренко Фазовий дифузор як стабілізатор розподілу інтенсивності, відновлюваного з Фур’є-голограм. Вісник КНУ, серія: фіз.-мат. Наук. 2007. Випуск № 4. ст. 322-326
126. V.A. Soifer. Methods for Computer Design of Diffractive Optical Elements, edited. Published by Wiley and Sons. New York. 2002. 784p.
127. Derzhypolskyi A.G., Derzhypolska L.A, Gnatovskyi O.V. Reduction of speckle noise in laser energy distribution on the target by means of modified Fourier hologram and incoherent averaging. Semiconductor Physics Quantum Electronics & Optoelectronics. 2018. Vol. 21, № 4. Pp. 429-433 https://doi.org/10.15407/spqeo21.04.429

128. Purcell M.J., Kumar M., Rand S.C., and Lakshminarayanan V. Holographic imaging through a scattering medium by diffuser-aided statistical averaging. J. Opt. Soc. Am. A. 2016. Vol.33. No 7. pp. 1291–1297.
129. Yu. Wang, P. Meng, D. Wang, Lu Rong, S. Panezai. Speckle noise suppression in digital holography by angular diversity with phase-only spatial light modula. Opt. Exp. 2013. 21, No. 17. pp.19568–19578.
130. Baumbach T., Kolenovic E., Kebbel V., and Jüptner W. Improvement of accuracy in digital holography by use of multiple holograms. Appl. Opt. 2006. 45, No. 24. pp. 6077–6085
131. Memmolo P., Bianco V., Paturzo M., Javidi B., Netti P.A., Ferraro P. Encoding multiple holograms for speckle-noise reduction in optical display. Opt. Exp. 2014. 22, No 21. pp. 25768–25775
132. Jani Mäkinen, Erdem Sahin, and Atanas Gotchev. Speckle reduction method for image-based coherent stereogram generation. Opt. Express 2018. Vol.26. pp.5381-5394.

ДОДАТОК. ДЕЯКІ АСПЕКТИ РОЗРАХУНКУ СИНТЕЗОВАНИХ ФУР'Є-ГОЛОГРАМ І ДИФРАКЦІЙНИХ ОПТИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ

1. Дискретне перетворення Фур'є

Найбільш вживані на сьогодні методи розрахунку синтезованих голограм і дифракційних оптичних елементів передбачають використання дискретного перетворення Фур'є (ДПФ). Його властивості загалом подібні до властивостей звичайного перетворення Фур'є, однак є певні особливості, пов'язані саме з його дискретною природою. Усвідомлення і правильне врахування цих особливостей важливе для коректного розрахунку синтезованих голограм, передбачення і попередження небажаних ефектів, розуміння процесів і явищ, що відбуваються при використанні таких голограм. Почнемо з означення: ДПФ послідовності чисел $f_j \ (j = 0..N-1)$ називається послідовність $F_k \ (k = 0..N-1)$, пов'язана з f_j співвідношеннями

$$F_k = \sum_{j=0}^{N-1} f_j \omega_N^{jk} \qquad (k = 0..N-1) \tag{1}$$

$$f_j = \tfrac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} F_k \omega_N^{-kj} \qquad (j = 0..N-1) \tag{2}$$

де
$$\omega_N = e^{-2\pi i/N} = \sqrt[N]{1} \tag{3}$$

Тут і далі для спрощення викладок розглядаються одновимірні дискретні функції. Проте всі висновки і наслідки залишаються справедливими і для двовимірних функцій. Ми не будемо заглиблюватись в математику для доведення ортогональності і повноти системи дискретних функцій ω_N^{jk} на інтервалі $j, k = 0..N-1$. Не будемо також розглядати всіх властивостей ДПФ. Розглянемо тільки ряд особливостей, важливих в контексті роботи з дискретними голограмами, про що йтиметься в наступній частині цього розділу.

1.1. Впорядкування компонент ДПФ

Ця властивість важлива для розуміння розташування зображення, сформованого синтезованою голограмою та/або правильної підготовки зображення на стадії розрахунку голограми.

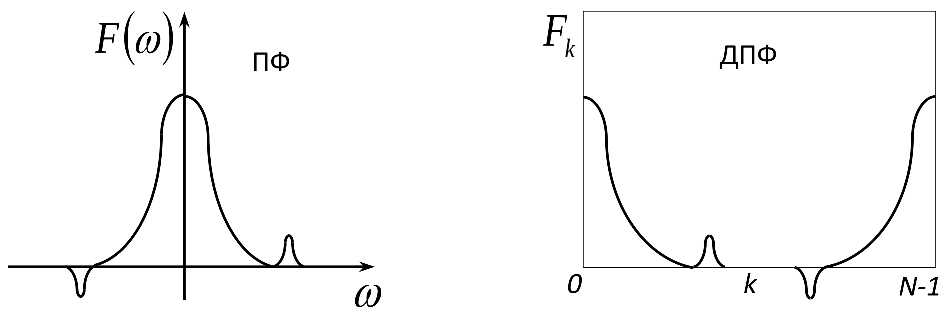
Розглянемо, як розташовуються (впорядковані) компоненти ДПФ в послідовності F_k. За означенням (1):

$$
\begin{gathered}
F_0 = \sum_{j=0}^{N-1} f_j \omega_N^0 = \left| \omega_N^0 = 1 \right| = \sum_{j=0}^{N-1} f_j \\
F_1 = \sum_{j=0}^{N-1} f_j \omega_N^j,\ F_2 = \sum_{j=0}^{N-1} f_j \omega_N^{2j}, \ldots\ F_k = \sum_{j=0}^{N-1} f_j \omega_N^{jk}
\end{gathered} \tag{4}
$$

тобто, як і здається на перший погляд, із зростанням індексу елемента послідовності F_k так само зростає і індекс (частота) компоненти ДПФ (множник в показнику степені ω_N поруч з біжучим індексом j). Однак, розглянемо послідовність F_k з кінця:

$$
\begin{gathered}
F_{N-1} = \sum_{j=0}^{N-1} f_j \omega_N^{(N-1)j} = \left| \omega_N^{Nj} = \left(\omega_N^N\right)^j \overset{(3)}{=} 1 \right| = \sum_{j=0}^{N-1} f_j \omega_N^{-j} \\
F_{N-2} = \sum_{j=0}^{N-1} f_j \omega_N^{-2j}, \ldots\ F_{N-k} = \sum_{j=0}^{N-1} f_j \omega_N^{-kj}
\end{gathered} \tag{5}
$$

Тобто із зменшенням індексу послідовності з кінця індекс компонент ДПФ зростає за величиною, але є від'ємним. Таким чином найбільш високочастотні компоненти ДПФ розташовані в центрі послідовності F_k, а низькочастотні – по краям. На рис.1 проілюстровано впорядкування компонент ДПФ. Очевидно, що такий же розгляд буде справедливий і для оберненого ДПФ, а значить таким же чином мають бути впорядковані і компоненти f_j.



а) б)

Рис.1 Ілюстрація впорядкування компонент ДПФ.

а) Фур'є-спектр деякої функції; б) дискретний Фур'є-спектр дискретного аналога тієї ж функції

1.2. Теорема про зсув

Ця властивість важлива для коректного врахування зсуву у просторі Фур’є-образів. Зокрема при моделюванні юстування самоасоціативної схеми Фур’є-голографії.

Теорема про зсув для перетворення Фур’є, що має вигляд

$$f(t) \leftrightarrow F(\omega), \quad f(t-\tau) \leftrightarrow e^{-i\omega\tau} F(\omega) \tag{6}$$

має такий же вигляд і для ДПФ:

$$f_j \leftrightarrow F_k, \quad f_{[j-S]} \leftrightarrow \omega_N^{kS} F_k, \quad j,k = 0..N-1 \tag{7}$$

але з точністю до означення зсуву. Оскільки функція $f_{[j-S]}$, так само як і f_j визначена на інтервалі $j = 0..N-1$, то вона має бути якось довизначена на випадок, коли значення індекса $j-S$ потрапляє за межі цього діапазону. Покажемо, що теорема про зсув для ДПФ має вигляд (7), якщо зсув $f_j \to f_{[j-S]}$ означений як циклічний, тобто (рис.2):

$$f_j = \left[f_0, f_1, \ldots f_{N-2}, f_{N-1}\right] \to f_{[j-S]} = \left[f_{N-S}, f_{N-S+1}, \ldots f_{N-1}, f_0, f_1, \ldots f_{N-S-2}, f_{N-S-1}\right] \tag{8}$$

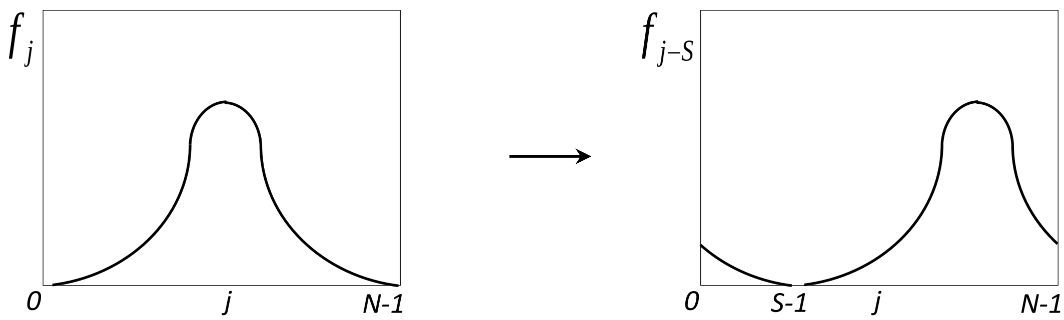


Рис.2 Ілюстрація циклічного зсуву

Отже:

$$< \sum_{j=0}^{N-1} f_{[j-S]}\omega_N^{kj} = \sum_{j=0}^{S-1} f_{j+N-S}\omega_N^{kj} + \sum_{j=S}^{N-1} f_{j-S}\omega_N^{kj} = \begin{vmatrix} j+N-S=p \\ j-S=l \end{vmatrix} =$$

$$= \sum_{p=N-S}^{N-1} f_p\omega_N^{k(p-N+S)} + \sum_{l=0}^{N-S-1} f_l\omega_N^{k(l+S)} = \omega_N^{kS}\sum_{l=0}^{N-S-1} f_l\omega_N^{kl} + \omega_N^{k(S-N)}\sum_{p=N-S}^{N-1} f_p\omega_N^{kp} =$$

$$= \left|\omega_N^{-kN} = \left(\omega_N^N\right)^{-k} \overset{(3)}{=} 1\right| = \omega_N^{kS}\left(\sum_{l=0}^{N-S-1} f_l\omega_N^{kl} + \sum_{p=N-S}^{N-1} f_p\omega_N^{kp}\right) =$$

$$= \omega_N^{kS}\sum_{j=0}^{N-1} f_j\omega_N^{kj} \overset{(1)}{=} \omega_N^{kS}F_k >$$

1.3. Обертання індексу функції

Ця властивість важлива для правильної підготовки зображення при розрахунку амплітудної або бінарної голограми. Ці голограми представляють окремий клас голограм з дійсною функцією пропускання. У неперервного перетворення Фур'є є властивість, пов'язана з обертанням аргументу функції і комплексним спряженням Фур'є-образу:

$$f(t) \leftrightarrow F(\omega), \quad f(-t) \leftrightarrow F^*(\omega) \tag{12}$$

для дійсної $f(t)$, або, в більш загальному випадку:

$$f(t) \leftrightarrow F(\omega), \quad f^*(-t) \leftrightarrow F^*(\omega) \tag{13}$$

З цього зокрема випливає, що якщо дійсна функція є парною, то її Фур'є-образ дійсний:

$$f(-t) = f(t), \quad f(t) \leftrightarrow F(\omega), \quad f(-t) \overset{(12)}{\leftrightarrow} F^*(\omega) \quad \Rightarrow \quad F^*(\omega) = F(\omega) \tag{14}$$

Для ДПФ можна навести подібну властивість, але з певною відмінністю:

$$\begin{gathered} f_j \leftrightarrow F_k, \quad f^*_{[-j]} \leftrightarrow \omega_N^{-k}F_k^*, \qquad j,k = 0..N-1 \\ f_{[-j]} = \left[f_{N-1}, f_{N-2}, \ldots f_1, f_0\right] = f_{N-1-j} \end{gathered} \tag{15}$$

$$\begin{gathered} < \sum_{j=0}^{N-1} f^*_{[-j]}\omega_N^{kj} = \sum_{j=0}^{N-1} f^*_{N-1-j}\omega_N^{kj} = \begin{vmatrix} j+N-S=p \\ j-S=l \end{vmatrix} = \sum_{p=N-1}^{0} f_p^*\omega_N^{k(N-1-p)} = \omega_N^{k(N-1)}\sum_{p=0}^{N-1} f_p^*\omega_N^{-kp} = \\ = \omega_N^{kN}\omega_N^{-k}\sum_{p=0}^{N-1}\left[f_p\omega_N^{kp}\right]^* = \left|\omega_N^{kN} \overset{(3)}{=} 1\right| = \omega_N^{-k}\left[\sum_{p=0}^{N-1} f_p\omega_N^{kp}\right]^* = \omega_N^{-k}F_k^* > \end{gathered} \tag{16}$$

Якщо звернути увагу на формули (7) і (8), то виходить, що множник ω_N^{-k} нібито відповідає зсуву функції $f^*_{[-j]}$ на –1 позицію, або, як видно з доведення, на N–1, що те саме при означенні зсуву як (8). Можна уявити, що обертання індексу $f_j \to f_{[-j]}$ відбувається в два етапи: відображення у від'ємні індекси відносно 0 $f_j \to f_{-j} = \left[f_{-N+1}, f_{-N+2}, \ldots f_{-1}, f_0\right]$, і зсув на N–1 позицію в додатні індекси $f_{-j} \to f_{N-1-j} \overset{(15)}{=} f_{[-j]}$. Не зважаючи на те, що таке уявлення є суто ілюстративним, воно дозволяє зрозуміти появу множника ω_N^{-k} в означенні (15) в порівнянні з (13).

Наслідок, що випливає із властивості (15):

$$
\begin{aligned}
&f_j \leftrightarrow F_k, \quad f^*_{[-j]} = f_j, \quad f^*_{[-j]} \overset{(15)}{\leftrightarrow} \omega_N^{-k} F_k^* \quad \Rightarrow \\
&\Rightarrow \quad F_k = \omega_N^{-k} F_k^* \to \omega_N^{k/2} F_k = \left(\omega_N^{k/2} F_k\right)^*
\end{aligned} \tag{17}
$$

Тобто, дискретний Фур'є-образ F_k дійсної дискретної функції f_j, симетричної відносно обертання індекса є дійсним тільки з точністю до множника $\omega_N^{k/2}$, на відміну від неперервного перетворення Фур'є. Проте, легко побачити, що аналогію зі звичайним перетворення Фур'є все-таки можна провести. Для цього треба в умову симетричності функції f_j ввести додатковий зсув на +1 позицію після обертання індексу (або ж на –1 до обертання):

$$
\begin{aligned}
&f_j \leftrightarrow F_k, \quad f^*_{[1-j]} \equiv f^*_{[[-j]+1]} = f_j, \quad f^*_{[1-j]} \xleftrightarrow{(15),(7)} F_k^* \quad \Rightarrow \\
&\Rightarrow \quad F_k = F_k^*
\end{aligned} \tag{18}
$$

1.4. Повна енергія

Наступні дві властивості важливі для розуміння фізичного змісту деяких елементів і характеристик дискретних голограм. В наступних частинах цього розділу вони будуть використані для оптимізації пропускання і дифракційної ефективності синтезованих голограм.

Під повною енергією дискретної функції f_j будемо розуміти суму

$$
E_f = \sum_{j=0}^{N-1} \left|f_j\right|^2 \tag{19}
$$

Покажемо, що енергія дискретної функції f_j і її ДПФ-спектру F_k пов'язані співвідношенням:

$$E_f = {}^{1}\!/_{N}\, E_F \tag{20}$$

$$< E_f = \sum_{j=0}^{N-1} \left| f_j \right|^2 = \sum_{j=0} f_j f_j^* \overset{(2)}{=} \sum_{j=0}^{N-1} \left[\tfrac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} F_k \omega_N^{-kj} \right] \left[\tfrac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} F_l \omega_N^{-lj} \right]^* = \tfrac{1}{N^2} \sum_{j,k,l=0}^{N-1} F_k F_l^* \omega_N^{(l-k)j} =$$

$$= \tfrac{1}{N^2} \sum_{k,l=0}^{N-1} F_k F_l^* \sum_{j=0}^{N-1} \omega_N^{(l-k)j} = \left| \begin{array}{l} l \neq k,\ \sum\limits_{j=0}^{N-1} \omega_N^{(l-k)j} = \left| \omega_N^{l-k} = a \right| = \sum\limits_{j=0}^{N-1} a^j = \dfrac{1-a^N}{1-a} = \left| a^N = \left(\omega_N^{l-k} \right)^N \overset{(3)}{=} 1 \right| = 0 \\ l = k,\ \sum\limits_{j=0}^{N-1} \omega_N^{(l-k)j} = \left| \omega_N^0 = 1 \right| = \sum\limits_{j=0}^{N-1} 1 = N \quad \Rightarrow \quad \sum\limits_{j=0}^{N-1} \omega_N^{(l-k)j} = N\delta_{kl} \end{array} \right| = \tfrac{N}{N^2} \sum_{k,l=0}^{N-1} F_k F_l^* \delta_{kl} =$$

$$= \tfrac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \left| F_k \right|^2 = {}^{1}\!/_{N}\, E_F >$$

Тобто повна енергія дискретної функції і її дискретного Фур'є-образа рівні з точністю до коефіцієнта ${}^{1}\!/_{N}$. Формально можна переозначити енергію Фур'є-образа, щоб забезпечити рівність без коефіцієнта. Однак це був би штучний крок, оскільки Фур'є-образ набуває такого статусу тільки у відношенні до функції-оригінала. Загалом же, Фур'є-образ – така само дискретна функція, і нема ніяких підстав вводити для нього інші означення, ніж для будь-якої іншої функції. Розглядуване співвідношення між енергіями все ж можна зробити симетричним ввівши симетричні коефіцієнти в означенні ДПФ (1) та (2). Однак алгоритм для обчислення ДПФ, що використовується при розрахунках в цій роботі, побудований саме на такому, несиметричному означенні.

1.5. Квадратична дисперсія дискретної функції.

Квадратичною дисперсією дискретної функції f_j будемо називати величину:

$$d = \left\langle \left| f_i \right|^2 \right\rangle - \left| \left\langle f_i \right\rangle \right|^2, \qquad \left\langle f_i \right\rangle = \tfrac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} f_i, \quad \left\langle \left| f_i \right|^2 \right\rangle = \tfrac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \left| f_i \right|^2 \tag{21}$$

$\left\langle f_i \right\rangle$ та $\left\langle \left| f_i \right|^2 \right\rangle$ – очевидно середнє арифметичне та середнє квадратичне значення Функції f_j. Значення цього параметру стає більш зрозумілим, якщо переписати його у дещо іншій формі:

$$
\begin{aligned}
d &= \left\langle \left| f_j \right|^2 \right\rangle - \left| \left\langle f_j \right\rangle \right|^2 = \tfrac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} \left| f_j \right|^2 - \tfrac{1}{N^2} \left| \sum_{j=0}^{N-1} f_j \right|^2 = \left| \begin{array}{l} \sum\limits_{j=0}^{N-1} \left| f_j \right|^2 \overset{(9)}{=} E_f \overset{(10)}{=} 1/_N E_F \\ \sum\limits_{j=0}^{N-1} f_j \overset{(1)}{=} F_0 \end{array} \right| = \\
&= 1/_{N^2}\, E_F - 1/_{N^2} \left| F_0 \right|^2 = \left| \begin{array}{l} \left| F_0 \right|^2 = E_0 \\ N^2 = N \sum\limits_{j=0}^{N-1} |1|^2 = E_N \end{array} \right| = \frac{E_F - E_0}{E_N}
\end{aligned}
\tag{22}
$$

Розберемо фізичний зміст цього параметру. Згадаємо, що E_F – повна енергія Фур'є-образу F_k функції f_j, а E_0 – енергія нульової компоненти F_0 того ж Фур'є-образу. Таким чином величина $E_F - E_0$ набуває змісту енергії, розсіяної по компонентам вище 0 порядку. Що ж до величини $E_N = N^2$, то, як видно із способу її введення, вона має зміст енергії Фур'є-образу масиву одиниць. Таким чином всі означені величини інтерпретуються як енергії в області Фур'є-образів. Для повного усвідомлення змісту формули (22) залишається з'ясувати роль гіпотетичної одиничної функції, енергія Фур'є-образу E_N якої стоїть в знаменнику. Представимо функцію f_j у вигляді добутку одиничної функції ($e_j = 1 \quad \forall j = 0..N-1$) і іншої тотожньо рівної їй функції ($g_j \equiv f_j$):

$$
f_j = g_j e_j \tag{23}
$$

Таке представлення завжди справедливе і дозволяє розглянути функцію f_j як результат модуляції одиничної функції e_j деякою функцією-модулятором g_j. Отже, квадратична дисперсія, що визначається виразом (22) показує долю повної енергії Фур'є-образу модульованої функції, розсіяну по компонентам Фур'є-образу ненульового порядку по відношенню до повної енергії за відсутності модуляції. В контексті синтезованих голограм квадратична дисперсія функції комплексного пропускання голограми – це, відповідно, доля енергії лазера, задіяна у формуванні зображення голограмою, тобто – дифракційна ефективність. Про цю властивість ще буде згадано при аналізі дифракційної ефективності синтезованих голограм.

2. Розрахунок та синтез дифракційних оптичних елементів різного типу

2.1 Загальні етапи підготовки зображення.

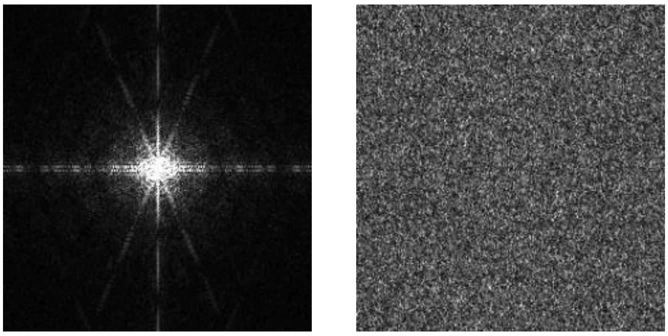
Фазовий дифузор.

Перед розрахунком синтезованої голограми використовується метод під час якого здійснюється множення первинного зображення на комплексну функцію з одиничною амплітудою і випадковою в кожній точці фазою (фазовий дифузор), можливо бінарною:

$$a_{ij} \to a_{ij} d_{ij}\,, \quad d_{ij} = \exp\left(i\varphi_{ij}\right) \tag{23}$$

$\varphi_{ij} \in \left[0..2\pi\right]$ – випадкова функція індексів.

Первинна і головна роль такого дифузора, полягає в розсіянні енергії Фур'є-образу по його площі, сконцентрованої за відсутності дифузора в нульовій компоненті і її околі. Таким чином значно зменшується діапазон значень, що мають бути відтворені в синтезованій голограмі.



а) б)

Рис. 3. Типовий Фур'є-образ деякого зображення без дифузора (а) та із ним (б)

На Рис.3 зображено типовий вигляд Фур'є-образу деякого зображення без дифузора та із ним. Динамічний діапазон по інтенсивності, визначений тут як відношення максимальної інтенсивності до середньої, складає величину порядку 10^6 для Фур'є-образу без дифузора і 10^1 для Фур'є-образу з дифузором. Перед розрахунком зображення необхідно помножити на функцію дифузора, незалежно від типу виготовлюваної голограми.

Перестановка зображення.

При синтезі голограми також важливо врахувати розташування первинного зображення, щоб отримати задане розташування кінцевого зображення. Згідно з особливістю, розглянутою в попередній частині роботи, впорядкування компонент ДПФ відрізняється від впорядкування компонент звичайного перетворення Фур'є циклічним зсувом на половину діапазону визначення (Рис. 4). Маючи справу тільки з розрахунками, що містять ДПФ, на

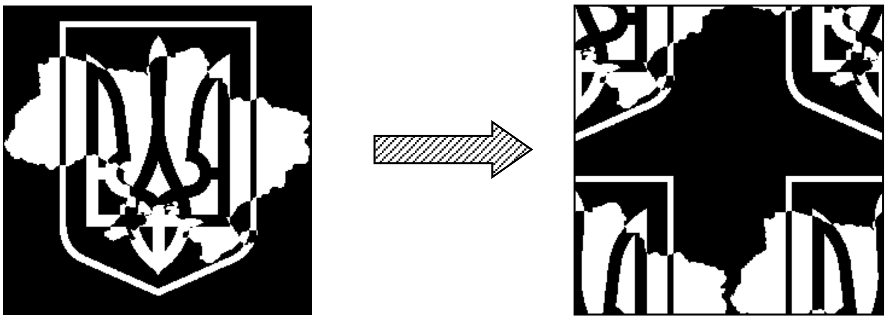


Рис. 4. Зміна структури зображення при переході від дискретного до звичайного перетворення Фур'є.

цей зсув не треба зважати, оскільки це відноситься в рівній мірі як до прямого, так і до оберненого ДПФ. Однак, при розрахунку штучної голограми треба враховувати, що на стадії розрахунку використовується дискретне перетворення Фур'є, а при відновленні зображення з готової голограми працює звичайне ПФ. Таким чином, якщо не врахувати згадану особливість ДПФ при розрахунку, то при відновленні отримаємо зображення, перевпорядковане таким же чином, тобто з діагонально переставленими квадрантами (див. Рис.2.II.3). Для усунення цього ефекту треба просто зробити таку перестановку до розрахунку голограми, тоді при відновленні перестановка відбудеться ще раз і отримаємо нормальне відновлене зображення.

Компенсація віньєтування.

Також важливим фактором, який потрібно врахувати при підготовці зображення перед синтезом голограми є віньєтування. Під віньєтуванням по аналогії з зображувальними оптичними системами мається на увазі зменшення яскравості відновленого зображення на периферії. На цьому аналогія вичерпується, оскільки механізм віньєтування в даному випадку, звичайно, не має нічого спільного з віньєтуванням в зображувальних системах. Цей ефект пов'язаний з дифракцією світла на апертурі елементарної точки штучної голограми. Так само, як спектр, створюваний дифракційною решіткою промодульований контуром дифракції на елементарній щілині. Нехай голограма складається з *N*x*N* елементів (пікселів) і має фізичний розмір *A*x*A*, а ефективна площа елементарної точки *b*x*b* (площа апертури) не перевищує повну площу ($b \le A/N$). Умова для кута, в якому спостерігається перший мінімум в контурі дифракції на апертурі пікселя запишеться як:

$$b \sin \varphi_{0b} = \lambda \quad \Rightarrow \quad \varphi_{0b} \approx \lambda / b \ge N\lambda / A \tag{24}$$

що відповідає різниці ходу у цілу довжину хвилі між променями від протилежних країв апертури, де λ – довжина хвилі світла, що освітлює голограму. У випадку синтезованих Фур'є-голограм зазвичай маємо справу з малими кутами, тому у вищенаведеній умові і надалі використовуються наближення для малих кутів. Таким чином, область повного віньєтування обмежена кутовим полем $-\varphi_{0b} \le \varphi \le \varphi_{0b}$. З'ясуємо тепер можливий розмір зображення. Для цього згадаємо, що, оскільки синтезована голограма являє собою дискретну впорядковану структуру, то картина дифракції складатиметься із серії зображень, розмножених в дифракційних порядках. Положення центрів вторинних зображень визначаються умовами максимумів дифракції на просторовій структурі з періодом $d=A/N$:

$$d \sin \varphi_{kd} = k\lambda \quad \Rightarrow \quad \varphi_{kd} \approx k\lambda / d = \frac{kN\lambda}{A} \tag{25}$$

де k – порядок дифракції. Нас цікавитимуть ±1 порядки, оскільки в 0 порядку міститься основне (потрібне) зображення, а в ±1 найближчі із вторинних (непотрібних) зображень. Отже, кутове положення центру вторинного зображення для $k=+1$:

$$\varphi_{1d} = \frac{N\lambda}{A} \tag{26}$$

тоді його ближчий край віддалений від центру на кут $\varphi_{1d}/2$, оскільки всі зображення мають однаковий розмір. Те ж саме справедливо і для –1 порядку. Таким чином максимальний можливий розмір зображення обмежений кутовим діапазоном $-\varphi_{1d}/2 \le \varphi \le \varphi_{1d}/2$. Порівнюючи вирази для φ_{0b} і φ_{1d} бачимо, що розмір зображення завжди менший за область віньєтування, більш того, він ніколи не перевищує навіть половини розміру області віньєтування. Так що завжди має місце лиш часткове віньєтування, але все ж помітне, оскільки в граничному випадку співвідношення інтенсивностей на краю зображення і в центрі складає 0,4:1. Поки розмір зображення і розмір апертури далекі від граничних, віньєтування може бути незначним і тому припустимим. Однак у граничному або близькому до граничного випадку, в залежності від задачі, віньєтування може бути неприпустимим. В такому випадку його можна врахувати збільшивши яскравість зображення по периферії на стадії розрахунку. Для точної компенсації потрібно розділити функцію інтенсивності зображення на розраховану функцію контуру дифракції на апертурі пікселя. На Рис.5 наведено приклад застосування компенсації віньєтування.

Слід відмітити, що така компенсація завжди можлива, оскільки перший нуль контуру дифракції завжди лежить за межами зображення, і тому при щойно згадуваному діленні в принципі не виникає невизначеності, пов’язаної з діленням на 0.

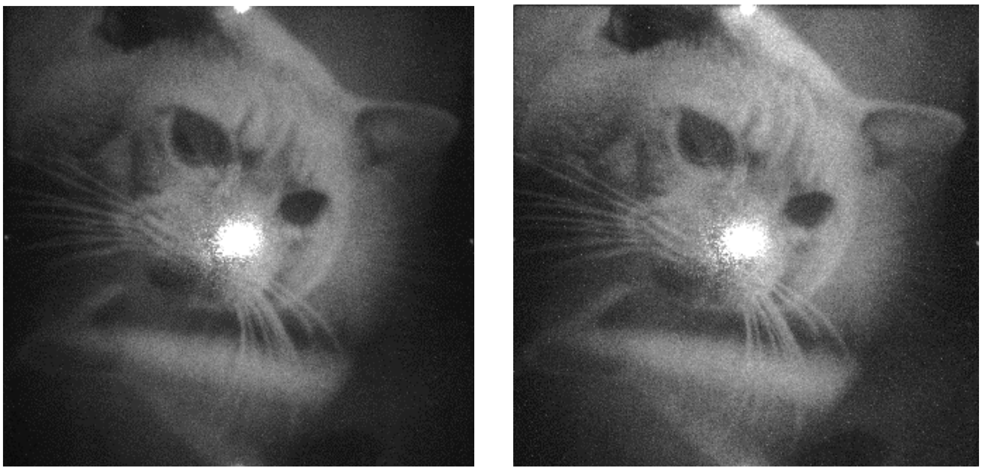


Рис. 5. Зображення, сформоване синтезованою голограмою за допомогою SLM без компенсації віньєтування (ліворуч) і з компенсацією (праворуч).

2.2. Амплітудна голограма. Оптимізація дифракційної ефективності.

Амплітудна голограма характеризується дійсною додатною функцією пропускання. Вона значно простіша у виготовленні (або відтворенні) і розрахунку у порівнянні з фазовою і на відміну від останньої може в принципі бути виготовлена без втрати якості відновленого зображення. Однак існує і ряд недоліків, а саме:

- низька дифракційна ефективність;
- поглинання в голограмі (проблема при роботі з потужними лазерами – можливість руйнування голограми);
- необхідність використання тільки симетричного зображення (з центром інверсії).

Отже, для розрахунку амплітудної голограми потрібно перш за все підготувати симетричне зображення у відповідності до вимог описаних властивості для отримання дійсної функції голограми. Та це не так просто і не для всякого зображення можливо, оскільки симетрійна операція, відносно якої зображення має бути симетричним, окрім обертання осей x та y містить ще й діагональний зсув на 1 піксель. Це додатково ускладнює підбір зображення, що має задовольняти такій вимозі. Але якщо цільове зображення не повинно бути цілісним, то існує набагато простіший спосіб – автоматична симетризація шляхом простого відсікання уявної частини Фур'є-образу уже на стадії розрахунку. В останньому випадку потрібно лиш проконтролювати, щоб частини симетризованого зображення не перекривались (Рис.6).

Усе сказане вище стосується і дифузора, тобто симетризації підлягає зображення уже помножене на дифузор.

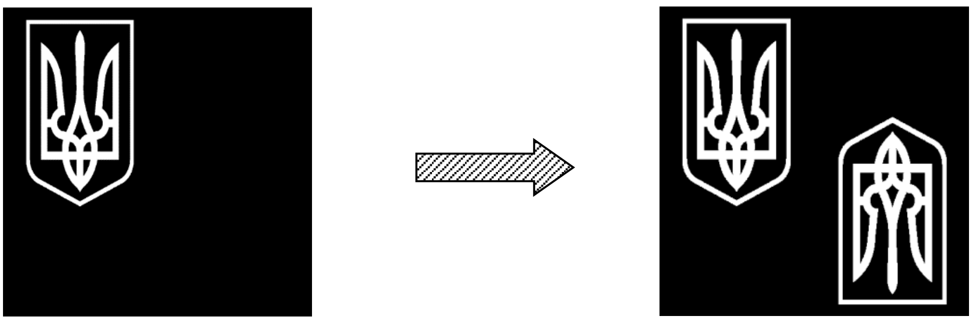


Рис.6. Симетризація зображення для амплітудної голограми

Після розрахунку Фур'є-перетворення функції отриманого таким чином транспаранта маємо дійсну, але поки що знакозмінну функцію голограми:

$$A_{kl} = \hat{F}\{a_{nm}d_{nm}\}, \quad A_{kl} \in R \tag{27}$$

де a_{nm}, d_{nm} - компоненти матриць зображення та дифузора відповідно, A_{kl} - компоненти Фур'є-образу, $\hat{F}\{*\}$ - оператор ДПФ.

Наступним кроком потрібно перевести отриману функцію голограми в діапазон значень від 0 до 1. Таким чином вона стане додатньою і набуде змісту пропускання:

$$t_{kl} = \left(A_{kl} - A^{\min}\right) / \left(A^{\max} - A^{\min}\right), \quad t_{kl} \in [0..1] \tag{28}$$

де $A^{\max}$, $A^{\min}$ – відповідно максимальна та мінімальна компоненти матриці Фур'є-образу. Отримана після такого перетворення матриця t_{kl} вже є готовою функцією пропускання голограми і придатна для виготовлення (відтворення) голограми будь-яким доступним способом. Однак, якщо порахувати передбачувану дифракційну ефективність такої голограми за квадратичною дисперсією функції пропускання (28), то типове значення складатиме трохи більше 1%. І це повна дифракційна ефективність, тобто враховуючи всі дифракційні порядки. Тому природно виникає запитання: а чи не можна якось підвищити дифракційну ефективність? Можна. Для цього звернімо увагу на розподіл енергії, пропущеної голограмою в залежності від степені пропускання. На Рис. 7 приведено типову гістограму та функцію розподілу енергетичного пропускання амплітудної голограми на даному етапі розрахунку. Аналізуючи функцію розподілу можна побачити, що 99% енергії проходить в діапазоні пропускання від t_{min}=0,245 до t_{max}=0,805. Тобто, ділянки голограми з пропусканням меншим за t_{min} і більшим за t_{max} є малофункціональними, тож можна знехтувати варіаціями пропускання в цих ділянках, звузивши таким

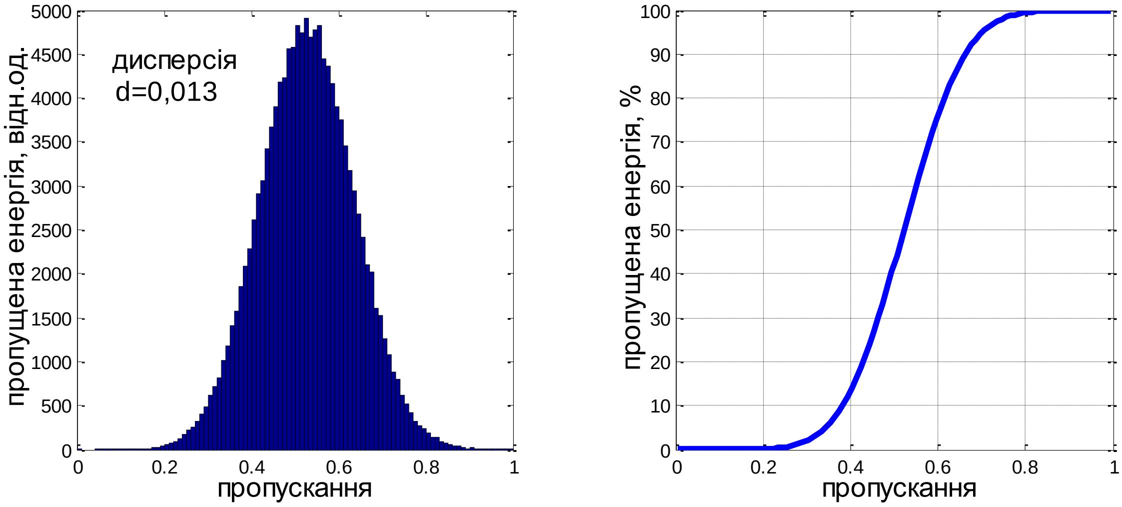


Рис.7 Типова гістограма та функція розподілу енергії, пропущеної розрахованою амплітудною голограмою.

чином динамічний діапазон. Відновивши динамічний діапазон лінійним перетворенням отримаємо матрицю пропускання з більшою дисперсією, отже з більшою дифракційною ефективністю:

$$t'_{kl} = \left| \begin{array}{l} t_{\min}, \; t_{kl} \le t_{\min} \\ t_{\max}, \; t_{kl} \ge t_{\max} \\ t_{kl}, \;\; t_{\min} < t_{kl} < t_{\max} \end{array} \right| \qquad t''_{kl} = \left(t'_{kl} - t_{\min}\right) / \left(t_{\max} - t_{\min}\right) \qquad (29)$$

На Рис.8 приведено гістограму і функцію розподілу пропущеної енергії для голограми після описаної обробки, будемо називати її перенормуванням пропускання, для вказаних значень t_{min} і t_{max}.

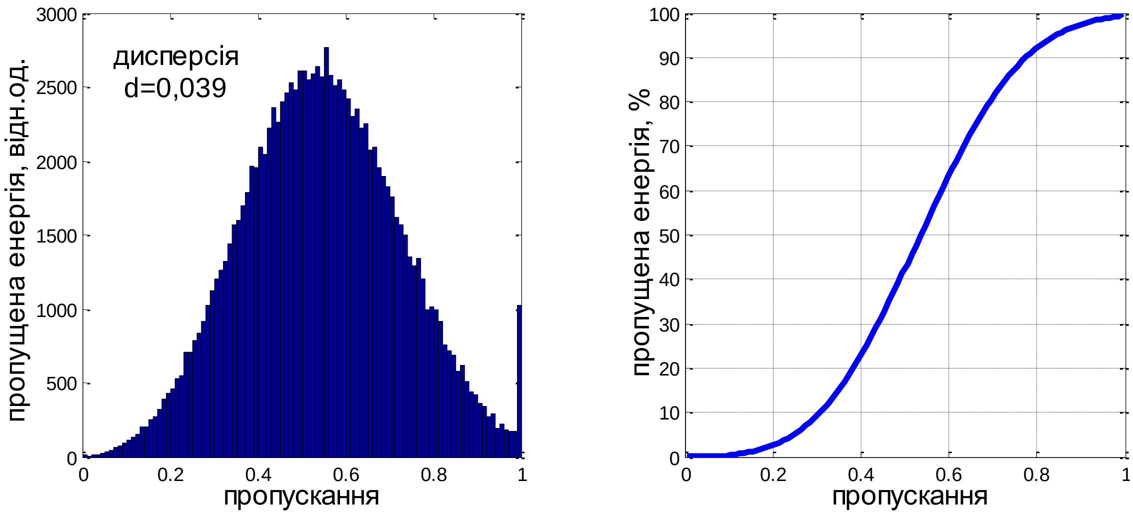


Рис. 8. Типова гістограма та функція розподілу енергії, пропущеної амплітудною голограмою з перенормованим пропусканням.

Дисперсія в цьому випадку складає вже величину близько 4%. Якщо ж обмежитись порогом по енергії не 99%, а тільки 95%, то можна отримати матрицю пропускання з дисперсією близько 6%. В порівняльній таблиці Таб.1 приведено кілька результатів перенормування пропускання для різних порогів по енергії. Теоретичною межею збільшення дисперсії таким способом є величина 25%, що відповідає бінарній голограмі (пропускання тільки 0 або 1) з рівною площею пропускаючих і непропускаючих ділянок. Однак при збільшенні дисперсії зростає і шум у відновленому зображенні внаслідок втрати інформації із знехтуваних при перенормуванні ділянок голограми. В Таб.1 для кожного результату перенормування вказано також співвідношення сигнал/шум у відновленому зображенні у форматі функції видності:

$$SNR = \frac{S - N}{S + N} \tag{30}$$

де S – середнє значення сигналу на ділянках максимального сигналу, N – середнє значеня шуму на ділянках відсутності сигналу. В такому представленні співвідношення сигнал/шум дорівнює 1 для чистого зображення, і дорівнює 0, коли амплітуди сигналу і шуму зрівнюються. А на Рис.8 приведено розраховані відновлені зображення для кількох випадків.

Таб.1 Порівняння параметрів голограми при перенормуванні пропускання з різним порогом відсікання по енергії

Поріг відсікання по енергії, %	0	1	2	5	10	20	50	95
t_{min}	0.0020	0.2520	0.2754	0.3145	0.3496	0.3887	0.4551	0.5215
t_{max}	0.9941	0.8066	0.7793	0.7363	0.7012	0.6621	0.5957	0.5293
d, %	1.26	3.91	4.64	6.19	7.98	10.57	16.47	23.86
SNR	1.0000	0.9989	0.9979	0.9945	0.9882	0.9751	0.9280	0.8346

Шум, що виникає при перенормуванні, можна зменшити подальшою обробкою матриці пропускання. Однак це є доцільним тільки для граничного випадку бінарної голограми, до якої ми ще повернемось.

2.3. Фазова голограма. Оптимізація якості зображення.

Фазова голограма характеризується комплексною функцією пропускання зі сталою амплітудною частиною, як правило рівною 1. Переваги фазової голограми полягають у відсутності недоліків, характерних для амплітудних голограм:

- висока дифракційна ефективність (до 100%), а отже – ефективність використання енергії лазера;
- відсутність поглинання, тобто можливість використання з потужними лазерами;
- немає симетрійних обмежень на структуру зображення.

Однак, нажаль присутні і специфічні недоліки, серед яких:

- принципова неточність відновлення зображення (відновлене зображення завжди є лиш наближенням до оригінального);
- необхідність застосування в розрахунку ресурсомістких ітераційних алгоритмів для отримання якісного відновленого зображення;
- складність виготовлення (відтворення).

Не дивлячись на вказану складність розрахунку, найпростішу фазову голограму отримати навіть простіше за амплітудну. Для цього достатньо просто відкинути амплітудну інформацію після Фур’є-перетворення:

$$A_{kl} = F\{a_{mn}d_{mn}\} = |A_{kl}|e^{i\varphi_{kl}}, \quad H = e^{i\varphi_{kl}} \tag{31}$$

Це можливо завдяки застосуванню дифузора d_{mn}, оскільки при цьому у формуванні зображення буре участь велика кількість різночастотних компонент з приблизно однаковими (за порядком величини) амплітудами. За таких умов ключову роль відіграють не конкретні амплітуди хвиль, що інтерферують, а умови їх інтерференції, тобто їх відносні фази. Однак, зображення, відновлене з такої голограми буде уже помітно спотворене шумами (див. Рис.XXa). Співвідношення сигнал/шум в даному випадку за означенням (xx) складає

SNR=0.8475. Для зменшення шуму система «зображення-дифузор-матриця пропускання» піддається ітераційній обробці, метою якої є варіювання параметрів дифузора d_{mn} таким чином, щоб при заданому зображенні голограма давала мінімальний шум у відновленому зображенні. Суть вказаної обробки відображено в приведеній нижче схемі.

$$a_{mn}, d_{mn}$$

$$\downarrow q=0$$

$$A_{kl}^{(q)} = F\left\{a_{mn} d_{mn}^{(q)}\right\} = \left|A_{kl}^{(q)}\right| e^{i\varphi_{kl}^{(q)}}, \quad H_{kl}^{(q)} = e^{i\varphi_{kl}^{(q)}}$$

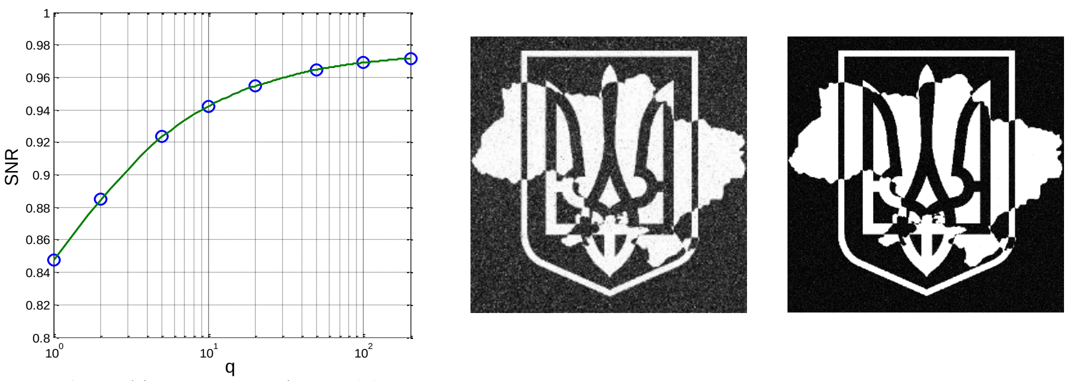
$$\downarrow$$

$$\tilde{a}_{mn}^{(q)} = F^{-1}\left\{H_{kl}^{(q)}\right\} = a_{mn}^{(q)} d_{mn}^{(q)}$$

$$q=q+1 \qquad a_{mn}^{(q)} \to a_{mn}$$

Тобто, на кожному кроці ітерації генерується нова голограма ($A_{kl}^{(q)}$), амплітудна інформація якої ($\left|A_{kl}^{(q)}\right|$) відкидається. Із матриці фазового пропускання, що залишилась ($H_{kl}^{(q)}$) оберненим перетворенням розраховується нова функція зображення ($\tilde{a}_{mn}^{(q)}$). Амплітуда отриманої таким чином функції ($a_{mn}^{(q)}$) замінюється на оригінальне зображення (a_{mn}), а фаза ($d_{mn}^{(q)}$) береться за новий дифузор. І крок ітерації повторюється.

На якомусь кроці ітераційний процес переривається, і чергова матриця $H_{kl}^{(q)}$ береться за кінцеву матрицю пропускання. Момент переривання ітерації визначається, наприклад, за величиною досягнутого співвідношення сигнал/шум або за величиною його зміни за одну ітерацію. На Рис.9а приведено графік



а) графік залежності SNR(q) б) q=1, SNR=0.8475 в) q=10, SNR=0.9422

Рис.9. Динаміка зміни співвідношення сигнал/шум від кількості ітерацій для фазової голограми динаміки зміни співвідношення сигнал/шум за означенням (102), а на Рис.9б,в приведено зображення отримані з голограми після відповідно 1 та 10 ітерацій. Співвідношення сигнал/шум при цьому складає відповідно 0,8475 та 0,9422. Остання точка графіку, приведеного на Рис. 9а, відповідає q=200 та SNR=0.9716. При цьому графік ще продовжує помітно, хоч і дуже повільно, підніматися. Відміну відновленого зображення від оригіналу вже не можливо побачити на цифровій картинці, однак при реальному відновленні зображення з голограми шум все ж таки може бути помітним завдяки логарифмічному закону чутливості ока.

2.4. Бінарна голограма.

Бінарною голограмою називається голограма, пропускання якої приймає тільки два можливих значення t_1 і t_2. Такий тип голограми застосовується у випадку, якщо реалізація градацій пропускання неможлива чи небажана. Зазвичай бінарне пропускання приймає значення 0 і 1 або +1 і –1. Перший варіант являє собою граничний випадок амплітудної голограми, другий – фазової. Та насправді всі бінарні голограми з довільно обраними значеннями t_1 і t_2 є еквівалентними і відрізняються тільки середньою фазою і амплітудою поля відновленого зображення, а також інтенсивністю і фазою центрального піка. Дійсно, розглянемо голограму з довільно обраними комплексними величинами пропускання $t_1 = r_1 e^{i\varphi_1}$ і $t_2 = r_2 e^{i\varphi_2}$, і її приведення до значень 0 та 1. Для цього від кожного елемента матриці пропускання віднімемо t_1 і розділимо на t_2- t_1:

$$t'_{kl} = \tfrac{t_{kl}-t_1}{t_2-t_1}; \qquad t'_{kl}(t_{kl} = t_1) = 0, \quad t'_{kl}(t_{kl} = t_2) = 1 \tag{32}$$

Таким чином, приведення матриці пропускання до бінарної амплітудної відбувається шляхом лінійного перетворення. Завдяки лінійності перетворення Фур'є це значить, як уже було вказано, лиш зміну інтенсивності і фази в центрі відновлюваного зображення (центральний пік) і сталу по площі зображення зміну фази і пропорційну зміну амплітуди. Очевидно, що таким же чином можна перейти і від бінарної амплітудної голограми до бінарної голограми з іншими довільно обраними комплексними пропусканнями t_1'' і t_2''. Основним наслідком цієї властивості бінарної голограми є наступне. Для фазової голограми, так само, як і для амплітудно-фазової, хоч вони тут і не розглядаються, в загальному випадку зображення не повинно мати центру інверсії, як для амплітудної голограми. Та для бінарної фазової, чи навіть амплітудно-фазової голограми, це обмеження знову набирає силу, оскільки всі бінарні голограми еквівалентні між собою і еквівалентні, зокрема, амплітудній голограмі, як було показано вище. Таким чином, підсумовуючи все вище сказане, наведемо такі тези:

1) бінарна голограма може бути синтезована тільки для симетричного в розумінні (2.2) зображення;

2) бінарна голограма, оптимальна в розумінні співвідношення сигнал/шум при певних значення t_1 і t_2 залишається оптимальною і при будь-яких інших значеннях, оскільки зміна параметрів пропускання не вносить додаткової інформації у відновлюване зображення;

3) оптимальна бінарна голограма будь-якого типу, отримана будь-яким способом, може бути перетворена на бінарну голограму іншого типу простим перенормуванням коефіцієнтів пропускання.

Перейдемо тепер власне до розрахунку бінарної голограми. Враховуючи наведені вище властивості предмету розрахунку, можна запропонувати наступний алгоритм синтезу бінарної голограми:

1. Підготувати симетризоване оригінальне зображення з початковим дифузором (див. синтез амплітудної голограми).
2. Провести ітераційний розрахунок голограми за наступною схемою

$$a_{mn},\, d_{mn}$$

$$\downarrow \; q=0$$

$$A_{kl}^{(q)} = \mathrm{Re}\left(F\left\{a_{mn} d_{mn}^{(q)}\right\}\right), \quad H_{kl}^{(q)} = \begin{cases} +1, & A_{kl}^{(q)} \geq 0 \\ -1, & A_{kl}^{(q)} < 0 \end{cases}$$

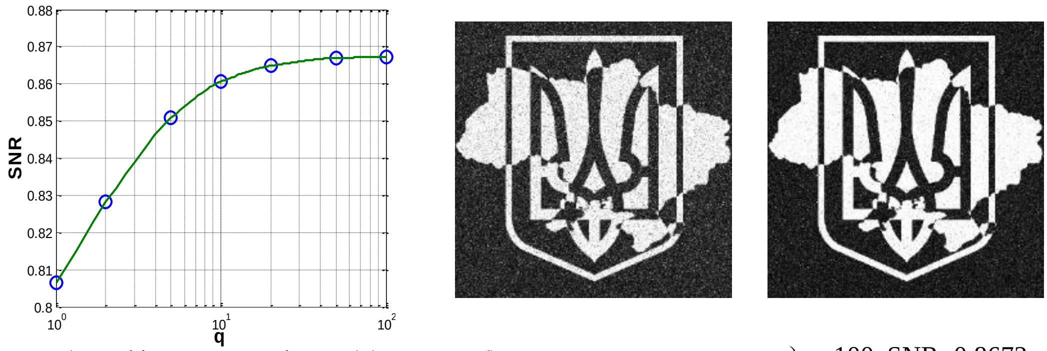
$$\downarrow$$

$$\tilde{a}_{mn}^{(q)} = F^{-1}\left\{H_{kl}^{(q)}\right\} = a_{mn}^{(q)} d_{mn}^{(q)}$$

$$q=q+1, \quad a_{mn}^{(q)} \to a_{mn}$$

3. Припинити ітерації за обраним критерієм. За кінцевий результат взяти $H_{kl}^{(q)}$.

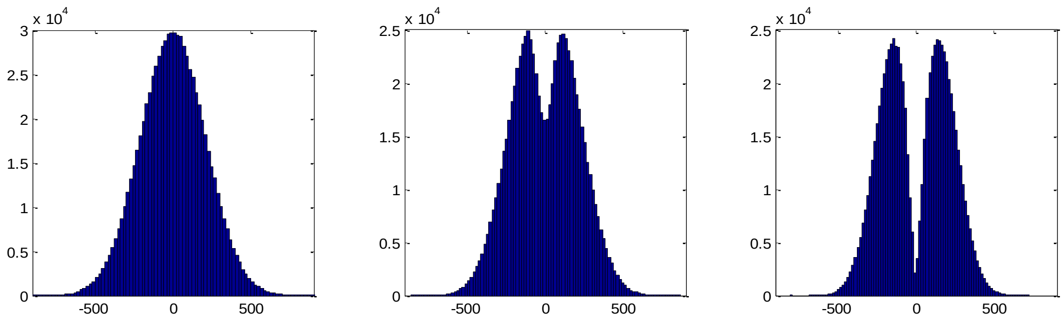
Динаміка зміни співвідношення сигнал/шум приведена на графіку Рис.10 разом із прикладами зображень після першої та після сотої ітерації.



а) графік залежності SNR(q) б) q=1, SNR=0.8065 в) q=100, SNR=0.8672

Рис.10 Динаміка зміни співвідношення сигнал/шум від кількості ітерацій для бінарної голограми

Цікаво, що гістограма функції $A_{kl}^{(q)}$ в процесі розрахунку змінюється із дзвіноподібної на початку, як у простої амплітудної голограми, на бімодальну, характерну для бінарної голограми, див. Рис. 11



q=0 q=1 q=100

Рис.11. Динаміка зміни гістограми функції пропускання при синтезі бінарної голограми