

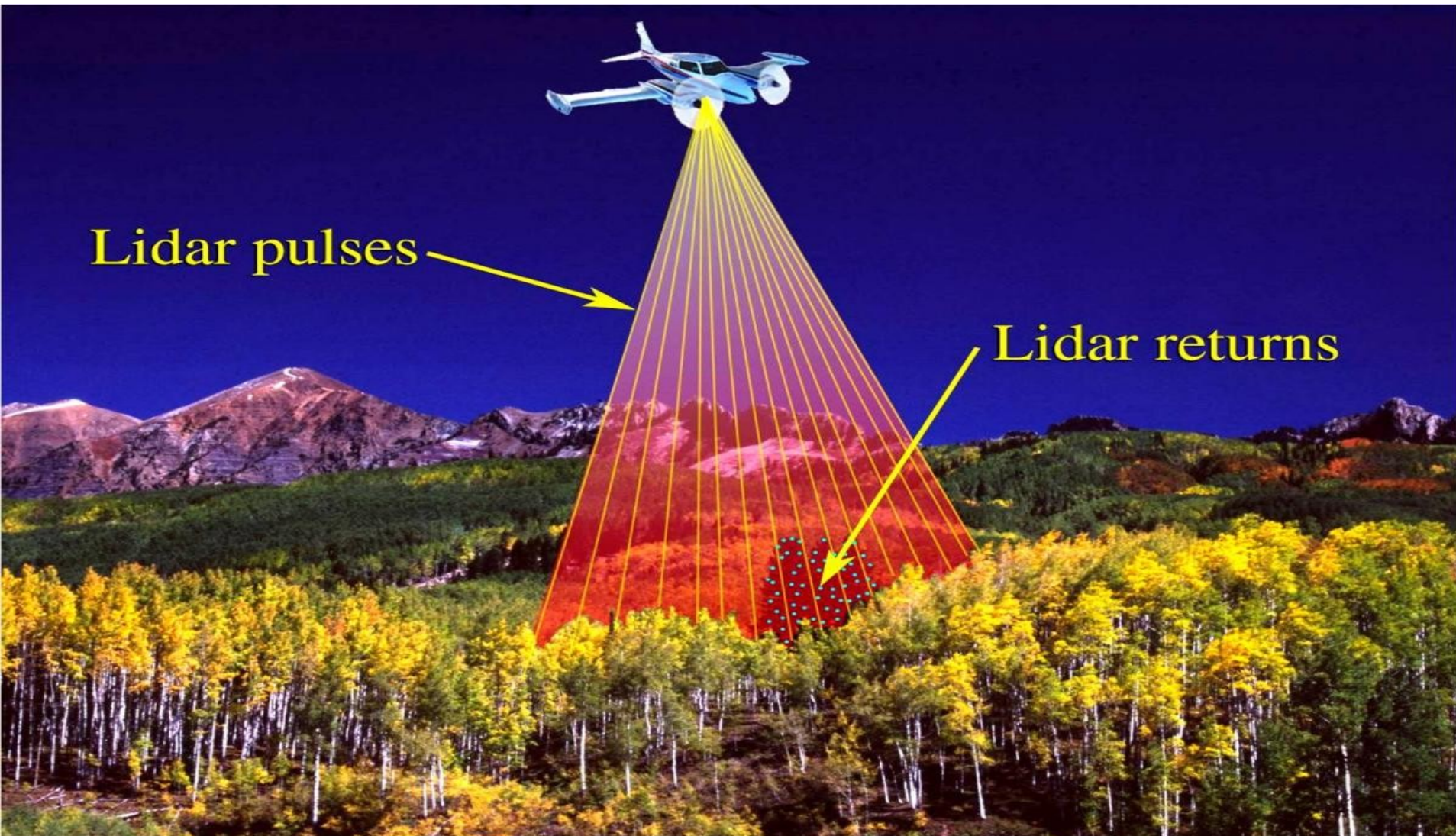
Сцинтиляції лазерного випромінювання при слабкій та помірній турбулентності

Баськов Роман, Чумак О. О.

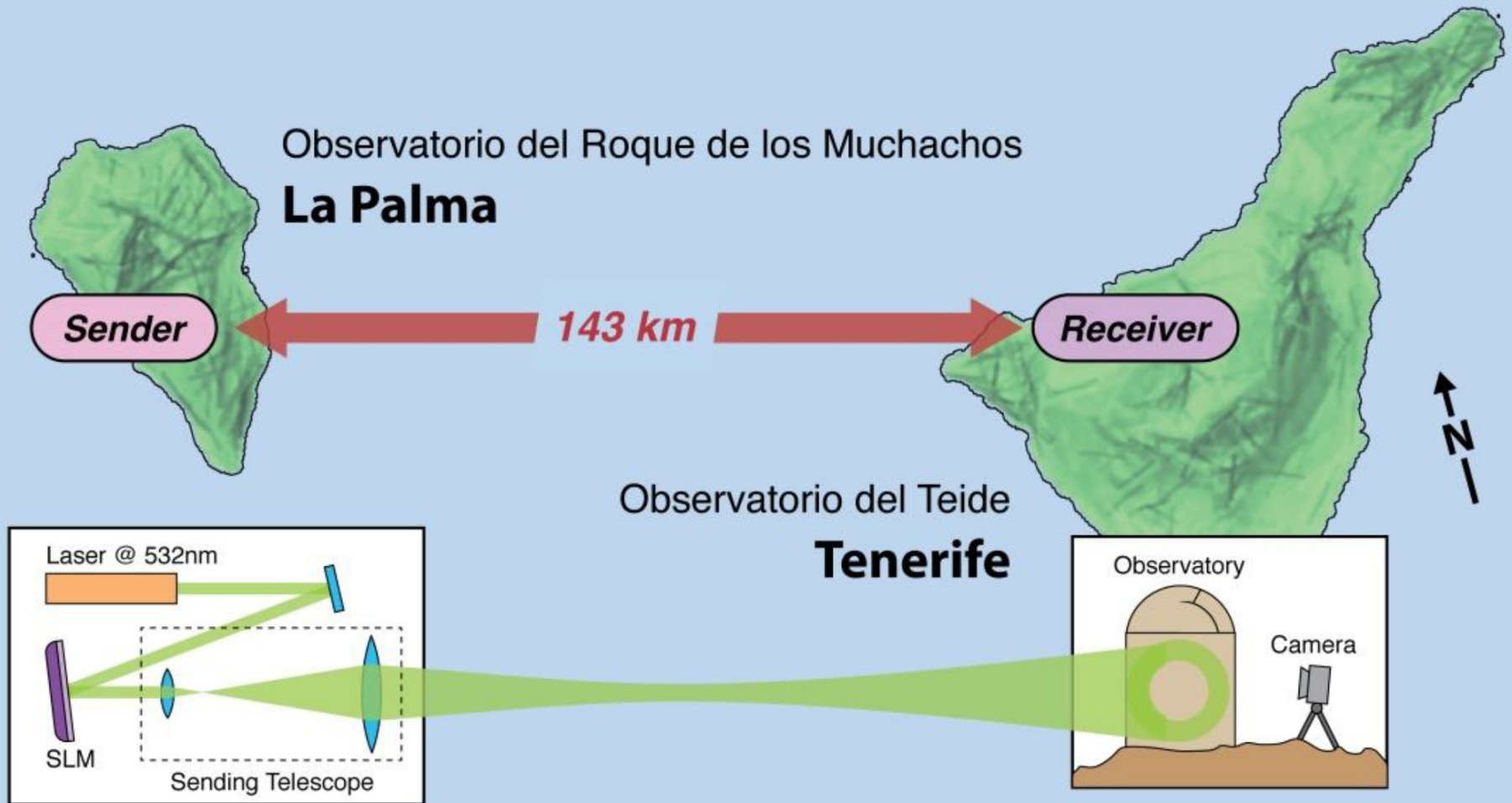
Інститут фізики НАН України

Київ-2019

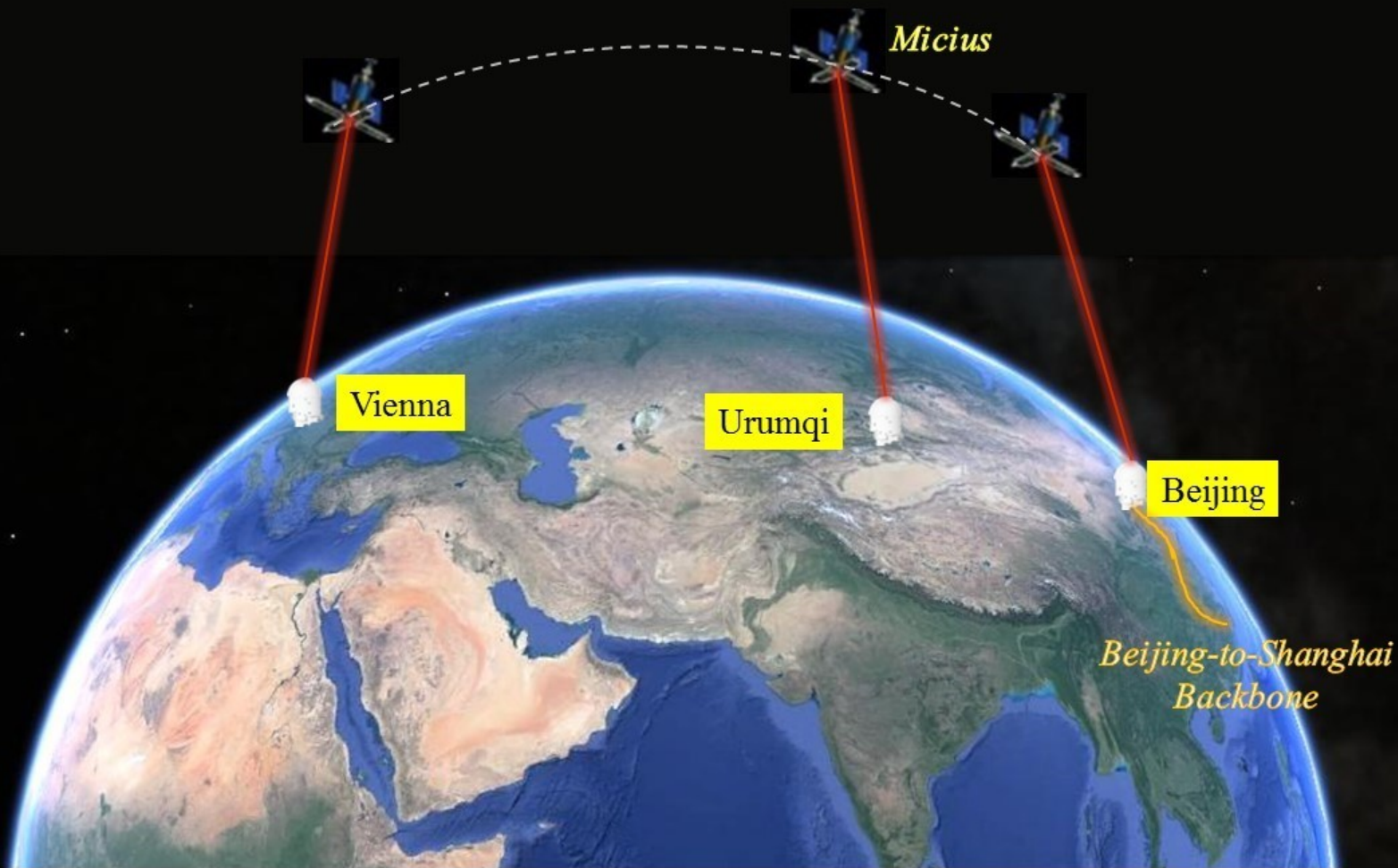
Мотивація



Мотивація

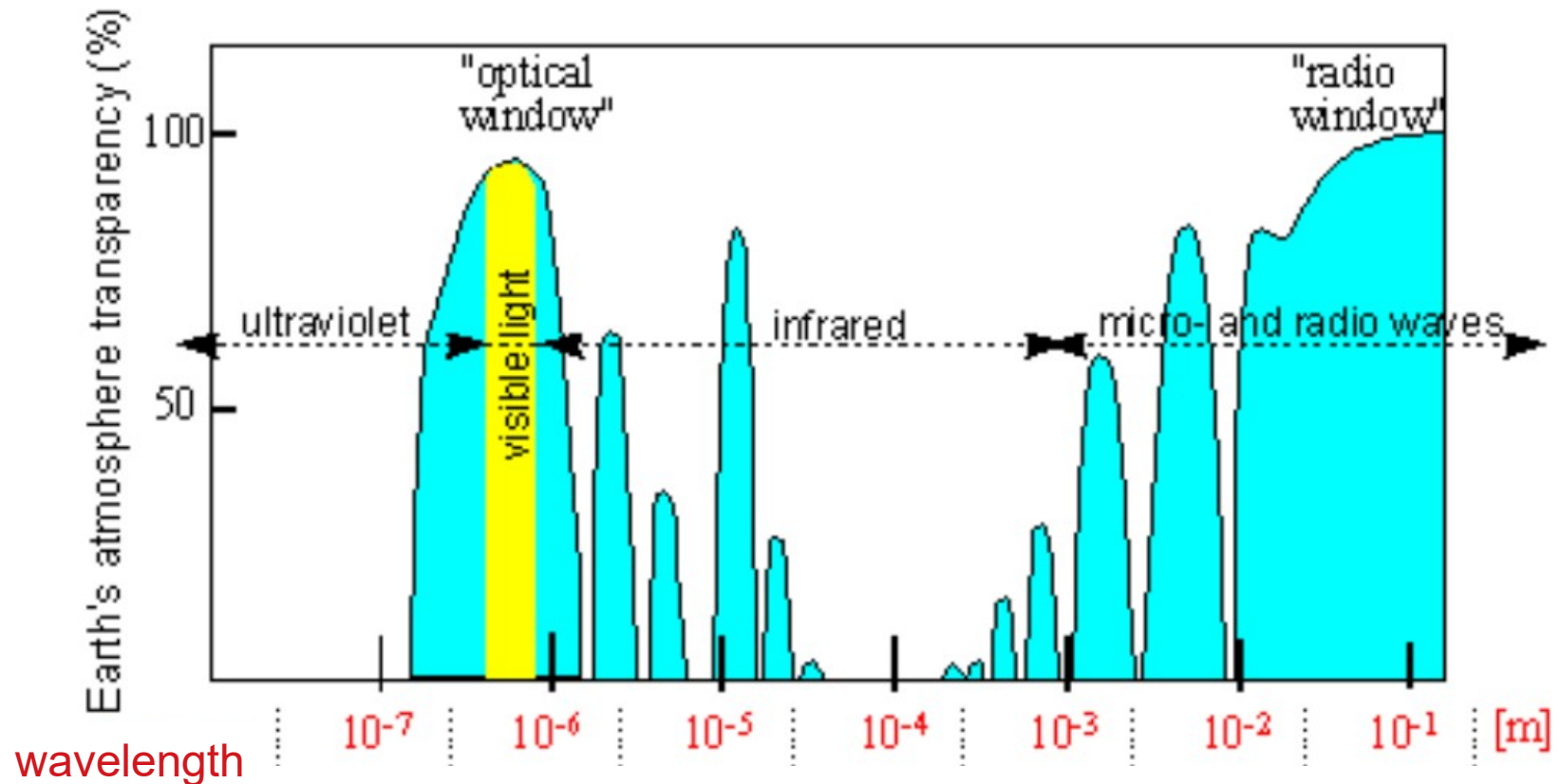


Мотивація



Поглинання та розсіювання в атмосфері

Вікна прозорості електромагнітного випромінювання в атмосфері

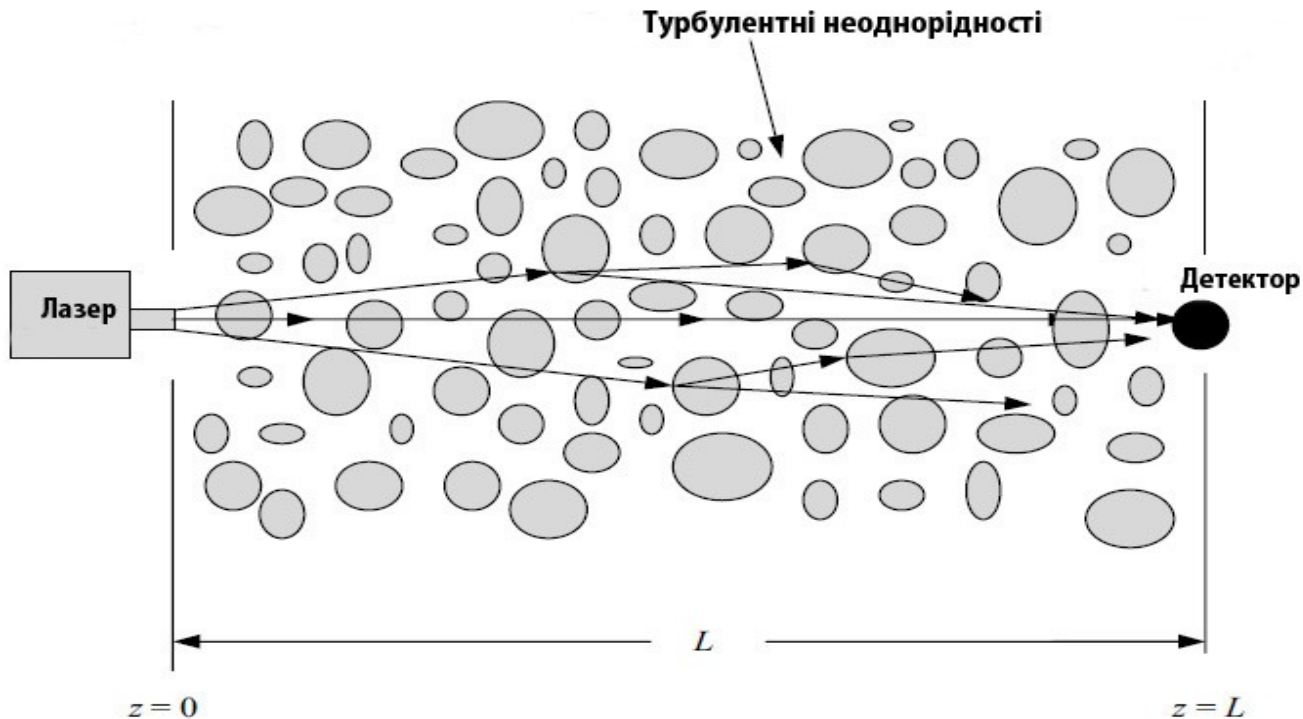


Вплив турбулентної атмосфери

$$n(\mathbf{r}) = 1 + \delta n(\mathbf{r})$$

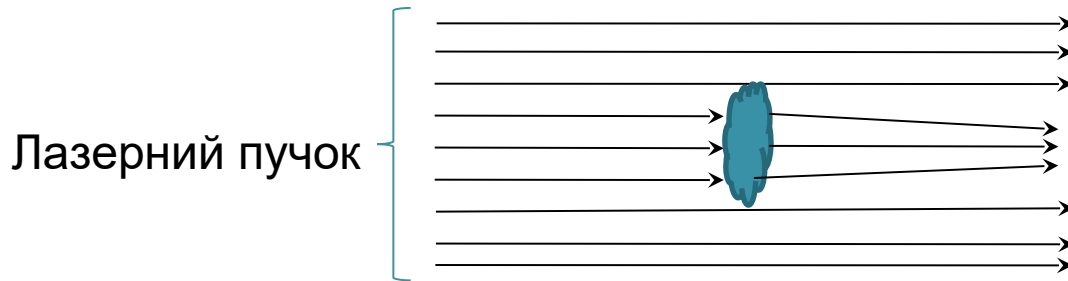
де δn - флуктуації показника заломлення, що пов'язані із неоднорідностями атмосфери.

$$\langle \delta n(\mathbf{r}) \delta n(\mathbf{r}') \rangle = \int d\mathbf{g} \exp[-i\mathbf{g} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}')] \psi(\mathbf{g}) \quad \psi(\mathbf{g}) = 0.033 C_n^2 \frac{\exp[-(gl_0/2\pi)^2]}{[g^2 + L_0^{-2}]^{11/6}}$$

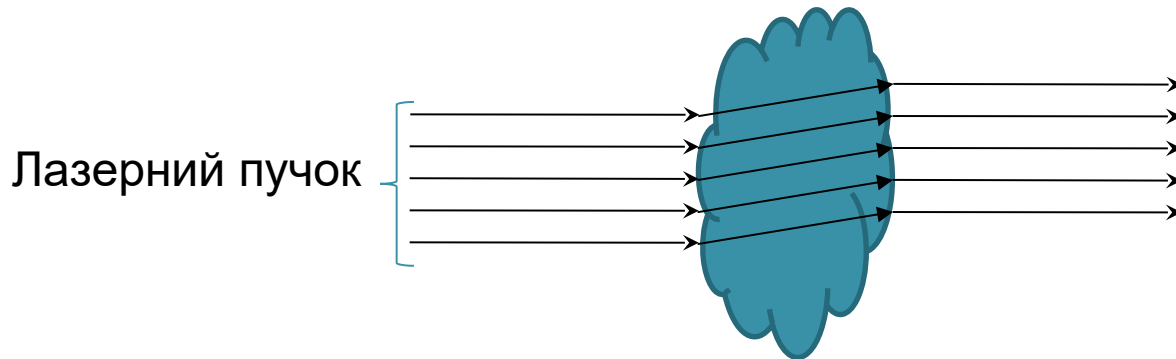


Негативні ефекти

- Розсіяння на дрібномасштабних неоднорідностях (набагато менші за радіус пучка) → розширення пучка;

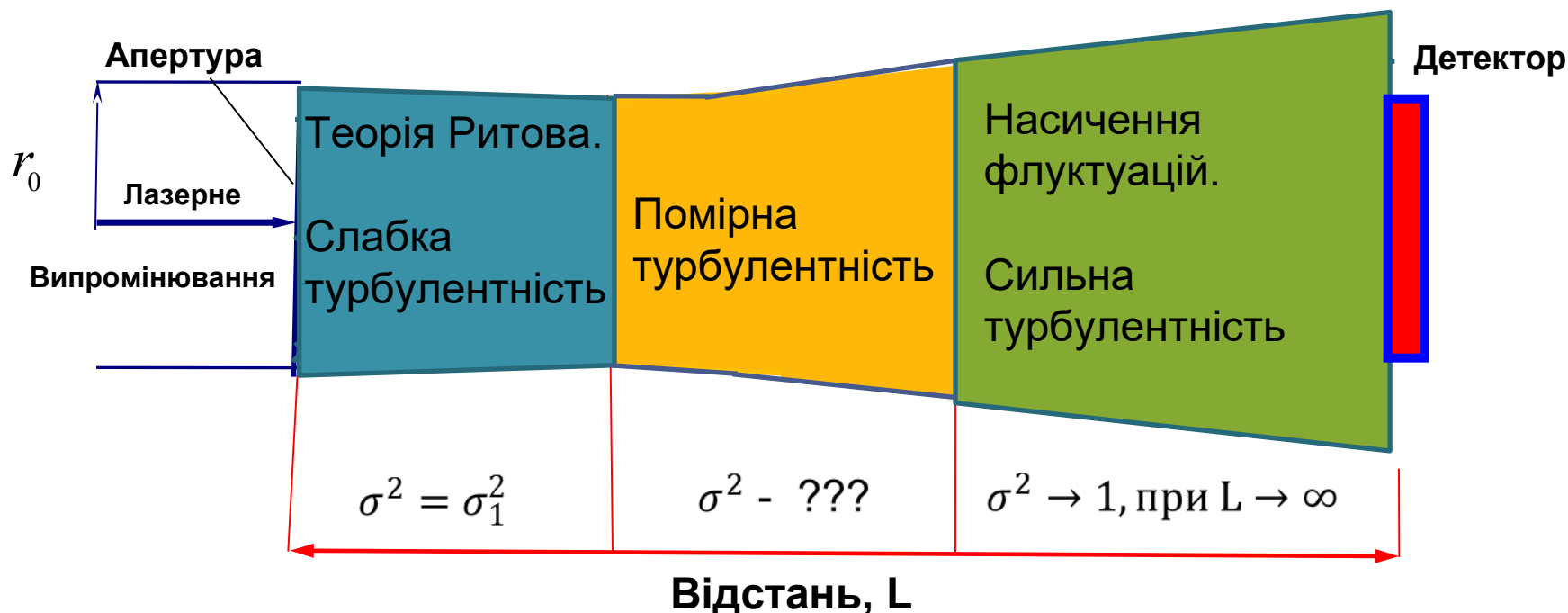


- Розсіяння на крупномасштабних неоднорідностях → “блукання” або “дрижання” пучка;



Флуктуації інтенсивності

- Неоднорідність атмосфери → флуктуації інтенсивності.



$$\sigma^2 = \frac{\langle I - \langle I \rangle \rangle^2}{\langle I \rangle^2} - \text{сцинтиляційний індекс або нормоване середньоквадратичне значення флуктуацій інтенсивності}$$

$$\sigma_1^2 = 1.23 C_n^2 q_0^{7/6} z^{11/6} - \text{параметр Ритова}$$

Сцинтиляційний індекс, σ^2 , дозволяє оцінити співвідношення сигнал/шум (SNR)

Метод функції розподілу для фотонів

Гамільтоніан фотонного поля в турбулентній атмосфері

$$\hat{H} = \sum_{\mathbf{q}} \hbar \omega_{\mathbf{q}} b_{\mathbf{q}}^{\dagger} b_{\mathbf{q}} - \sum_{\mathbf{q}, \mathbf{k}} \hbar \omega_{\mathbf{q}} n_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{q}}^{\dagger} b_{\mathbf{q}+\mathbf{k}}$$

Функція для розподілу фотонів у фазовому просторі

$$\hat{f}(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) = \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{k}} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} b_{\mathbf{q}+\mathbf{k}/2}^{\dagger} b_{\mathbf{q}-\mathbf{k}/2},$$

Кінетичне рівняння для функції розподілу

$$\partial_t \hat{f}(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) = \frac{1}{i\hbar} [\hat{f}(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t), \hat{H}]$$

атмосферна турбулентність

$$\partial_t \hat{f}(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) + \mathbf{c}_{\mathbf{q}} \cdot \partial_{\mathbf{r}} \hat{f}(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) - i \frac{\omega_0}{V} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} n_{\mathbf{k}'} \left[b_{\mathbf{q}+\frac{\mathbf{k}}{2}}^{\dagger} b_{\mathbf{q}-\frac{\mathbf{k}}{2}+\mathbf{k}'} - b_{\mathbf{q}+\frac{\mathbf{k}}{2}-\mathbf{k}'}^{\dagger} b_{\mathbf{q}-\frac{\mathbf{k}}{2}} \right] = 0$$

Наближення для великих відстаней

Для достатньо **великих** відстаней поширення $q_{\perp} \gg k'_{\perp}$ Кінетичне рівняння можна переписати як:

$$\partial_t \hat{f}(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) + \mathbf{c}_q \cdot \partial_{\mathbf{r}} \hat{f}(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) + \mathbf{F}(\mathbf{r}) \cdot \partial_{\mathbf{q}} \hat{f}(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) = 0$$

Рівняння Больцмана із випадковою плавною силою $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \omega_0 \partial_{\mathbf{r}} n(\mathbf{r})$, що діє на фотони

G. P. Berman and A. A. Chumak, [Phys. Rev. A **74**, 013805 \(2006\)](#).

O. O. Chumak and R. A. Baskov, [Phys. Rev. A **93**, 033821 \(2016\)](#).

Рівняння Больцмана-Ланжевена для функції розподілу фотонів

$$i \frac{\omega_0}{V} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} n_{\mathbf{k}'} \left[b_{\mathbf{q} + \frac{\mathbf{k}}{2}}^\dagger b_{\mathbf{q} - \frac{\mathbf{k}}{2} + \mathbf{k}'} - b_{\mathbf{q} + \frac{\mathbf{k}}{2} - \mathbf{k}'}^\dagger b_{\mathbf{q} - \frac{\mathbf{k}}{2}} \right]$$

Розв'язки для добутку операторів у “турбулентній” частині кінетичного рівняння:

$$b_{\mathbf{q} + \frac{\mathbf{k}}{2}}^\dagger b_{\mathbf{q} - \frac{\mathbf{k}}{2} + \mathbf{k}'} \Big|_t = e^{i(\omega_{\mathbf{q} + \frac{\mathbf{k}}{2}} - \omega_{\mathbf{q} - \frac{\mathbf{k}}{2} + \mathbf{k}'}) (t - t_0)} \left(b_{\mathbf{q} + \frac{\mathbf{k}}{2}}^\dagger b_{\mathbf{q} - \frac{\mathbf{k}}{2} + \mathbf{k}'} \right) \Big|_{t_0}$$

$$+ i\omega_0 \sum_{\mathbf{k}''} \int_{t_0}^t dt' e^{i(\omega_{\mathbf{q} + \frac{\mathbf{k}}{2}} - \omega_{\mathbf{q} - \frac{\mathbf{k}}{2} + \mathbf{k}'}) (t - t')} n_{\mathbf{k}''} \left(b_{\mathbf{q} + \frac{\mathbf{k}}{2}}^\dagger b_{\mathbf{q} - \frac{\mathbf{k}}{2} + \mathbf{k}' + \mathbf{k}''} - b_{\mathbf{q} + \frac{\mathbf{k}}{2} - \mathbf{k}''}^\dagger b_{\mathbf{q} - \frac{\mathbf{k}}{2} + \mathbf{k}'} \right) \Big|_{t'}$$

Критерій застосовності рівняння Больцмана для опису багаточастинкових систем:

$$\pi / ck' \ll t - t_0 \ll 1/\nu$$

Рівняння Больцмана-Ланжевена

$$\partial_t \hat{f}(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) + \mathbf{c}_q \cdot \partial_{\mathbf{r}} \hat{f}(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) = \hat{K}(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) - \hat{v}_q \{ \hat{f}(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) \}$$

Ланжавенівське джерело флуктуацій:

$$K(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) = \frac{i\omega_0}{V} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} n_{\mathbf{k}'} \left[e^{i(\omega_{\mathbf{q}+\frac{\mathbf{k}}{2}} - \omega_{\mathbf{q}-\frac{\mathbf{k}}{2}+\mathbf{k}'})(t-t_0)} \left(b_{\mathbf{q}+\frac{\mathbf{k}}{2}}^\dagger b_{\mathbf{q}-\frac{\mathbf{k}}{2}+\mathbf{k}'} \right)_{t=t_0} - e^{i(\omega_{\mathbf{q}+\frac{\mathbf{k}}{2}-\mathbf{k}'} - \omega_{\mathbf{q}-\frac{\mathbf{k}}{2}})(t-t_0)} \left(b_{\mathbf{q}+\frac{\mathbf{k}}{2}-\mathbf{k}'}^\dagger b_{\mathbf{q}-\frac{\mathbf{k}}{2}} \right)_{t=t_0} \right]$$

Інтеграл зіткнень:

$$\hat{v}_q \{ \hat{f}(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) \} = \frac{2\pi\omega_0^2}{c} \int d\mathbf{k}'_{\perp} \psi(\mathbf{k}'_{\perp}) [\hat{f}(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) - \hat{f}(\mathbf{r}, \mathbf{q} + \mathbf{k}'_{\perp}, t)]$$

$\psi(\mathbf{k})$ - спектр флуктуацій показника заломлення

$\psi(\mathbf{k}) = 0.033 C_n^2 e^{-(l_0/2\pi)^2 k^{11/3}}$ - спектр Татарського, $L_0^{-2} = 0$

Параметри лазерного випромінювання

Інтенсивність випромінювання:

$$\hat{I}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mathbf{q}} \hat{f}(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t)$$

Сцинтиляційний індекс:

$$\sigma^2 = \frac{\langle : \delta \hat{I}^2(\mathbf{r}) : \rangle}{I(\mathbf{r})^2} = \frac{\langle : \hat{I}^2(\mathbf{r}) : \rangle - I(\mathbf{r})^2}{I(\mathbf{r})^2}$$

Рівняння Больцмана-Ланжевена(теорія збурень)

Застосуємо теорію збурень із $n_{\mathbf{k}'}$ як малим параметром

$$\hat{f}(\mathbf{r}, t) = \sum_{n=0}^{\infty} (f_n(\mathbf{r}, t) + \delta \hat{f}_n(\mathbf{r}, t))$$

$$f_n(\mathbf{r}, t) \equiv \langle \hat{f}_n(\mathbf{r}, t) \rangle$$

Критерій застосовності теорії збурень

$$\sigma_1^2 \leq 0.85$$

$$\sigma_1^2 = 1.23 C_n^2 q_0^{7/6} z^{11/6} \quad - \text{параметр Ритова}$$

Рівняння Больцмана-Ланжевена(теорія збурень)

Наближення першого порядку для флуктуацій:

$$(\partial_t + \mathbf{c}_q \cdot \partial_{\mathbf{r}}) \delta \hat{f}_1(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) = \hat{K}(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t)$$

$$\delta \hat{f}_1(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) = \int_0^t dt' \hat{K}(\mathbf{r}_q(t'), \mathbf{q}, t') \quad \mathbf{r}_q(t') = \mathbf{r} - \mathbf{c}_q(t - t')$$

Врахування зіткнень в середній інтенсивності:

$$(\partial_t + \mathbf{c}_q \cdot \partial_{\mathbf{r}}) f_1(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) = -\hat{v}_q \{f_0(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t)\}$$

$$f_1(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) = - \int_0^t dt' \hat{v}_q \{f_0(\mathbf{r}_q(t'), \mathbf{q}, t')\}$$

Рівняння Больцмана-Ланжевена(теорія збурень)

Наближення першого порядку для сцинтиляційного індексу:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{\mathbf{q}, \mathbf{q}'} \int_0^t \int_0^t dt' dt'' \langle : \hat{K}(\mathbf{r}_{\mathbf{q}}(t'), \mathbf{q}, t') \hat{K}(\mathbf{r}_{\mathbf{q}'}(t''), \mathbf{q}', t'') : \rangle}{\left[\sum_{\mathbf{q}} f_0(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) \right]^2} = \sigma_1^2 L(z, \rho_0, \rho_1)$$

$L(z, \rho_0, \rho_1)$ - функція початкового радіусу, початкової когерентності і відстані

$$\rho_{0,1}^2 = r_{0,1}^2 q_0 / z$$

$$r_1^2 = r_0^2 / (1 + 2r_0^2 \lambda_c^{-2})$$

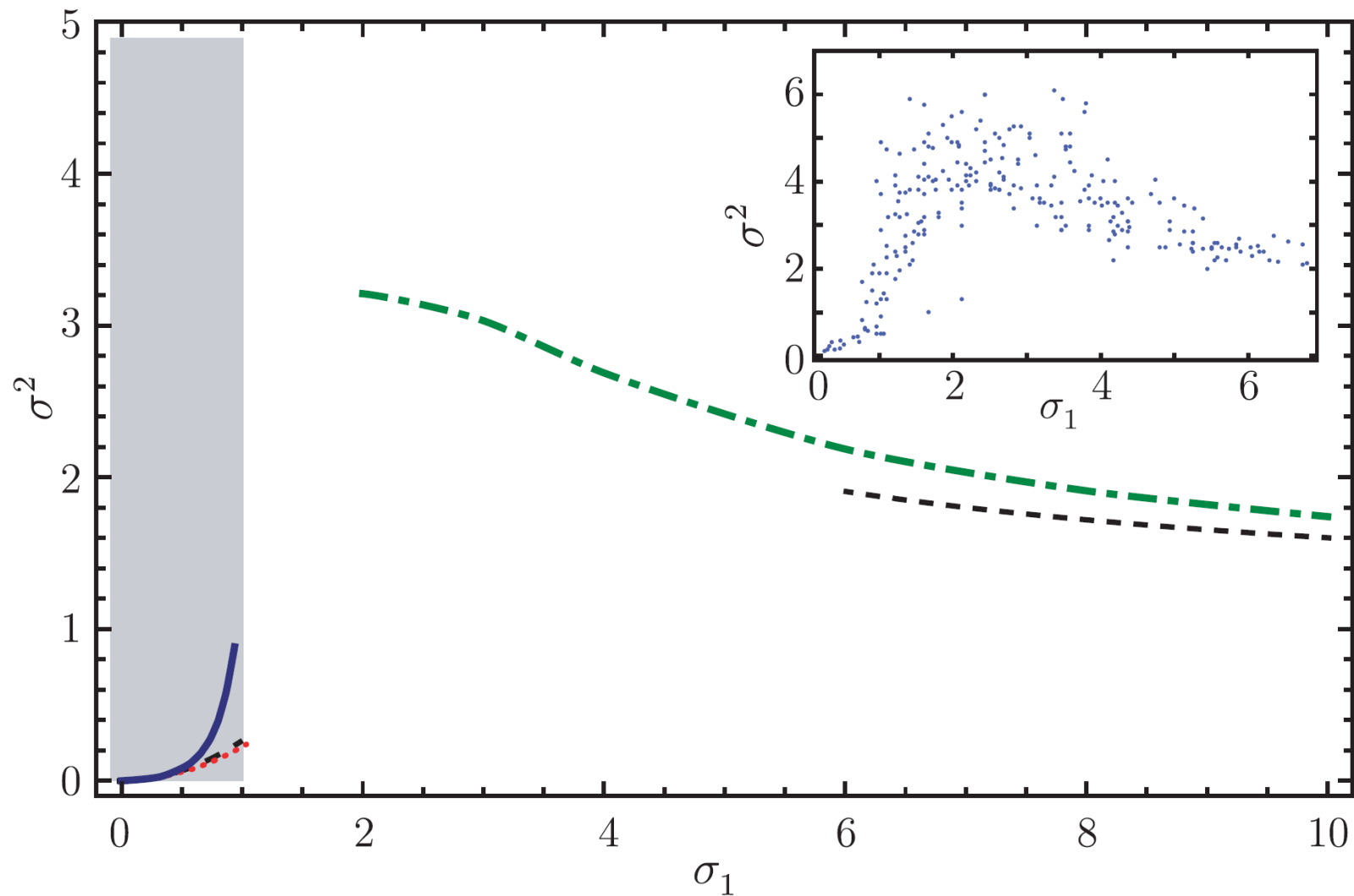
Рівняння Больцмана-Ланжевена(теорія збурень)

Наближення другого порядку для сцинтиляційного індексу:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{\mathbf{q}, \mathbf{q}_1} \langle \delta f_1(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) [\delta f_1(\mathbf{r}, \mathbf{q}_1, t) + 2\delta f_2(\mathbf{r}, \mathbf{q}_1, t)] \rangle}{\left(\sum_{\mathbf{q}} \langle f_0(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) + f_1(\mathbf{r}, \mathbf{q}, t) \rangle \right)^2}$$

включає члени 4-го порядку по $n_{\mathbf{k}'}$.

Результати (співставлення теорій із експериментом)

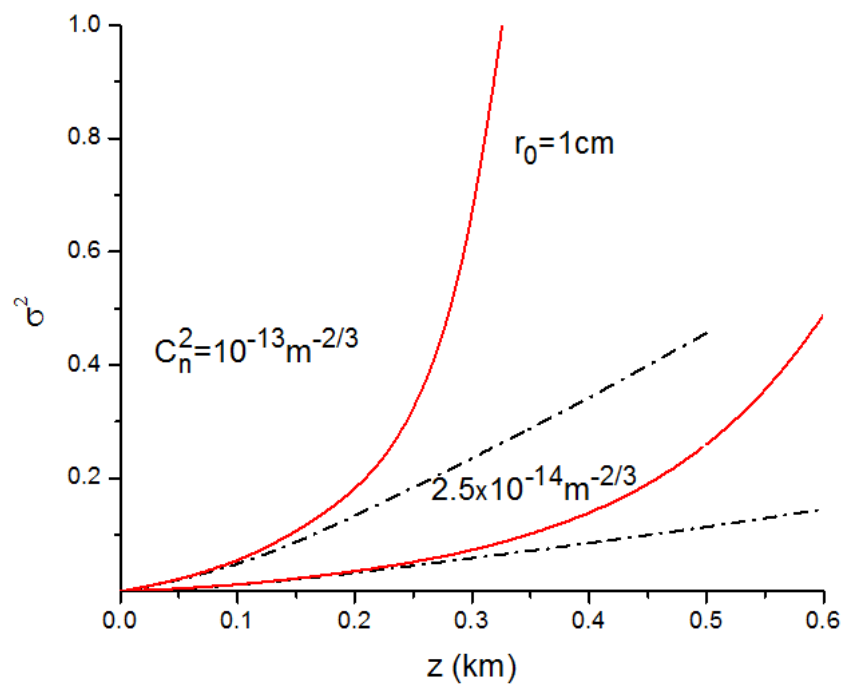
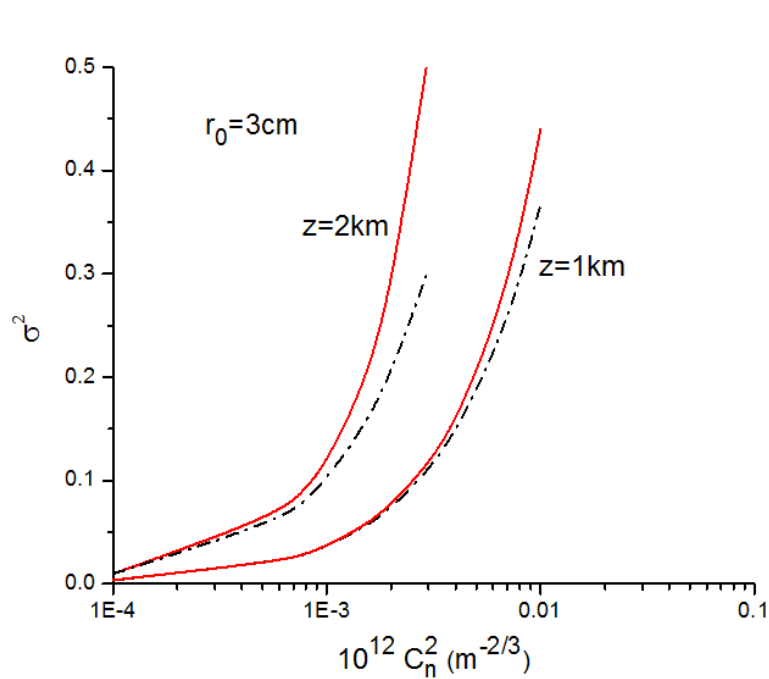


Consortini *et al.*, *J. Opt. Soc. Am. A* **10**, 2354 (1993)

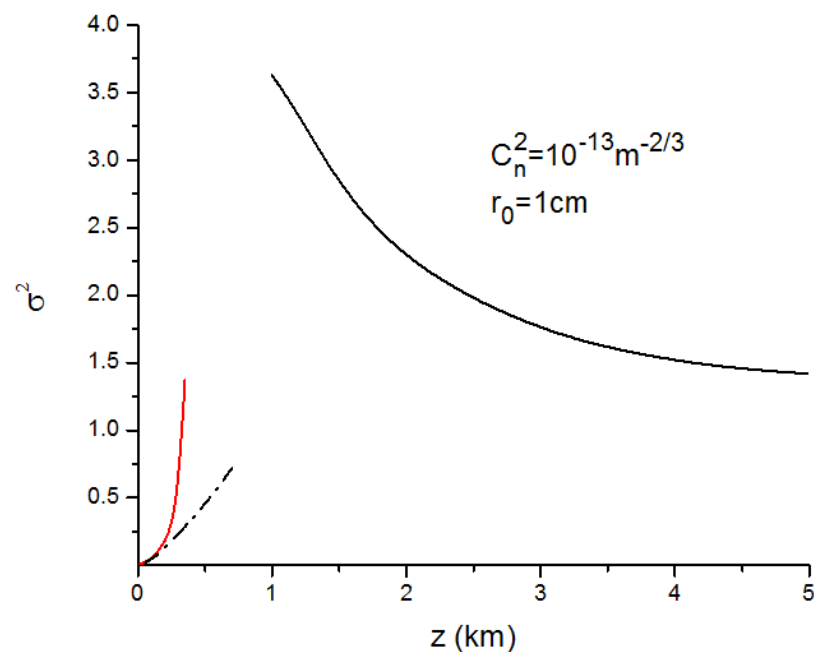
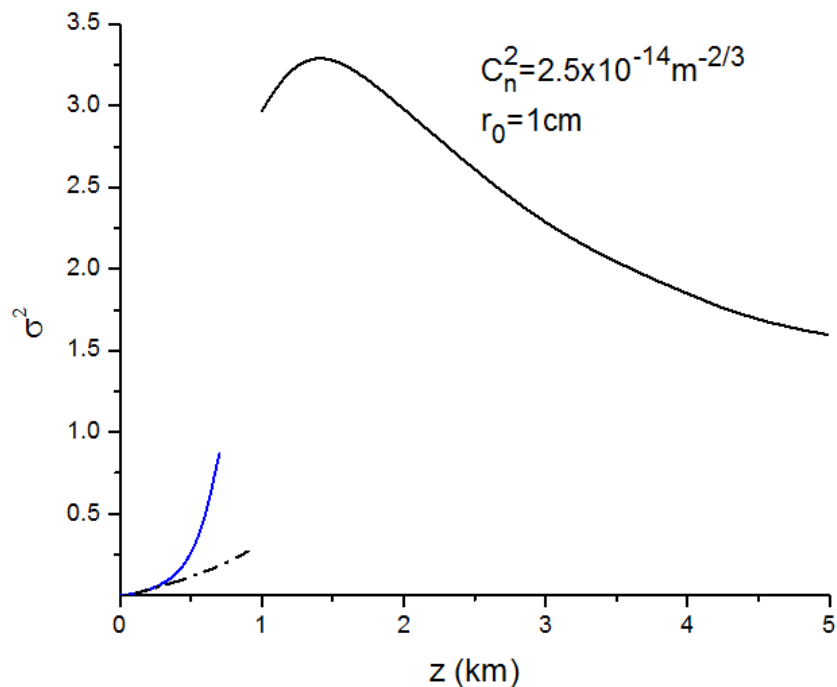
O.O.Chumak and R.A.Baskov, *Phys. Rev. A*, **93**, 033821 (2016)

R. A. Baskov and O. O. Chumak, *Phys. Rev. A* **97**, 043817 (2018)

Результати (теорія збурень із інтегралом зіткнень vs. Теорія Ритова)



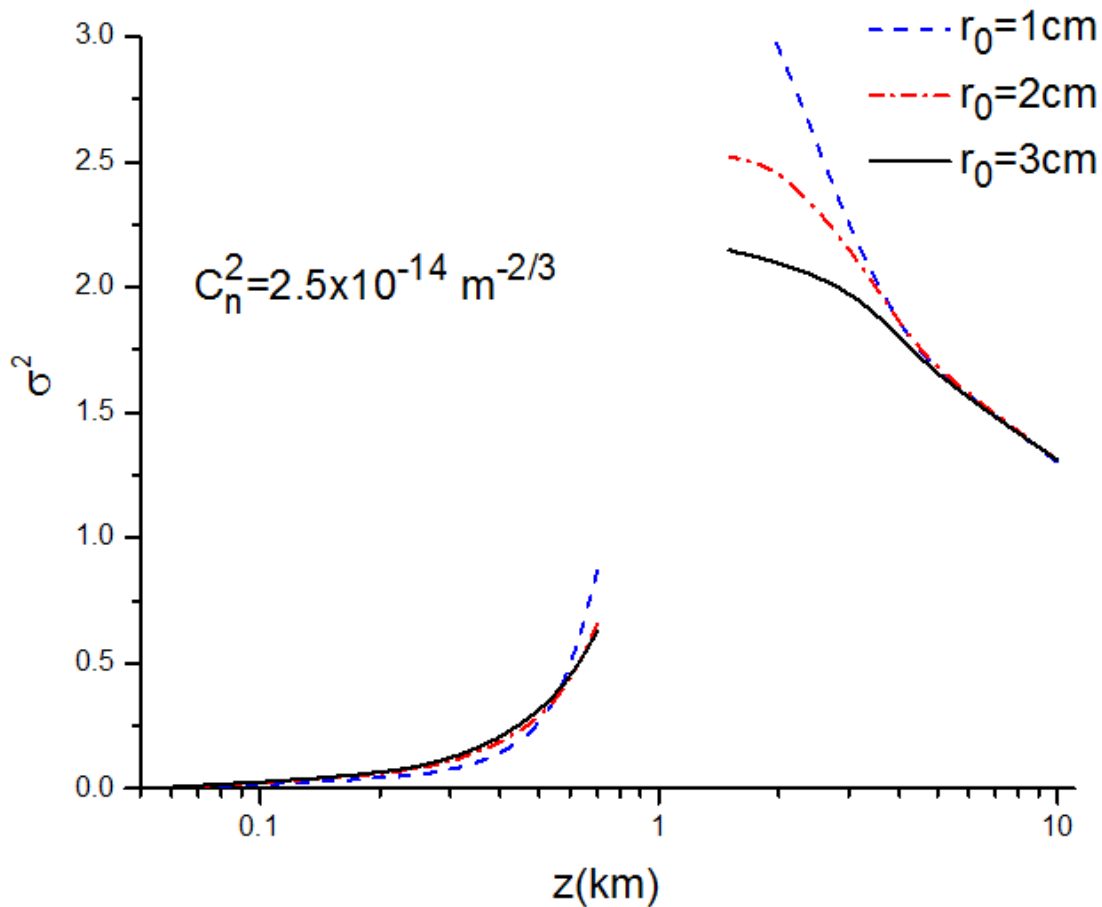
Результати (співставлення теорій на малих і великих відстанях)



O.O.Chumak and R.A.Baskov, *Phys. Rev. A*, **93**, 033821 (2016)

R. A. Baskov and O. O. Chumak, *Phys. Rev. A* **97**, 043817 (2018)

Результати (співставлення теорій для різних початкових радіусів)



Висновки

- Вперше отримано рівняння Больцмана-Ланжавена для опису поширення лазерного випромінювання в атмосфері
- Для області слабка-помірна турбулентність показано значну відмінність від теорії Ритова і кращу відповідність експериментальним даним
- Показано тенденцію до “зшивання” теорії для слабкої і сильної турбулентностей при різних параметрах

Результати опубліковано в R. A. Baskov and O. O. Chumak “*Laser-beam scintillations for weak and moderate turbulence*” Phys. Rev. A **97**, 043817 (2018)

Дякую за увагу!